

*A Constantino Pérez Patiño*

*A nuestros alumnos...  
pasados,  
presentes  
y futuros.*

## Presentación

Esta obra es, de hecho una compilación de los apuntes de clase impartidos en la asignatura de Sistemas de Telecomunicación en la Universidad de Cantabria y contiene una buena parte del material del curso. Los autores esperan y desean que el contenido aquí presentado resulte de utilidad, no sólo a los estudiantes, sino a todos aquellos interesados en iniciarse en algunos aspectos fundamentales de los sistemas de comunicaciones eléctricas, particularmente en los fundamentos de los sistemas radioeléctricos. En la medida posible, se ha prescindido de tratamientos teóricos complicados y se ha buscado un enfoque en cierta medida, práctico.

Los textos sobre el tema tratado aquí son numerosos y muchos de ellos extraordinariamente buenos, que a pesar de estar publicados hace muchos años, siguen constituyendo una fuente de referencia obligada para todos los que nos dedicamos a las telecomunicaciones, en particular los textos clásicos de F.E. Terman, publicados hace ya más de medio siglo y cuya vigencia sigue siendo incuestionable. En la bibliografía al final de la obra se hace referencia a otros autores de no menor mérito. Si esta obra tiene algún mérito se debe a esos autores y a muchos profesionales de las comunicaciones que, de alguna forma, nos transmitieron sus conocimientos. A todos ellos nuestra gratitud. Los errores que contenga, son únicamente atribuibles a nosotros.

Los autores reconocen que esta obra tiene deficiencias, algunas de las cuales los propios alumnos han ayudado a corregir. Aún así quedan otras que, a pesar de las múltiples revisiones, se han pasado por alto. Por ello, los autores agradecen de antemano cualquier corrección, opinión o crítica que contribuyan a mejorar el material aquí contenido.

*Constantino Pérez Vega*  
*José M<sup>a</sup> Zamanillo Sáinz de la Maza*  
*Alicia Casanueva López*

Santander, Mayo de 2007.

## SUMARIO

### 1. Introducción a los Sistemas de Telecomunicación

- 1.1 Conceptos generales, 1
- 1.2 El concepto de canal de comunicaciones, 5
- 1.3 Modulación, 7
- 1.4 Arquitectura genérica de los sistemas de comunicaciones, 11
- 1.5 Señales indeseables, 14
- 1.6 Transmisión sin distorsión, 16
- 1.7 Clasificación de los sistemas de telecomunicación, 17
- 1.8 Sistemas radioeléctricos, 19
  - 1.8.1 Espectro radioeléctrico, 19
  - 1.8.2 Tipos de servicios, 21
  - 1.8.3 Gestión del espectro radioeléctrico, 22
  - 1.8.4 Designación de las emisiones, 24
  - 1.8.5 Clasificación de las emisiones, 24
- 1.9 Sistemas de comunicaciones por cable, 28
  - 1.9.1 Aspectos históricos, 28
  - 1.9.2 Características generales de los sistemas de cable, 31
  - 1.9.3 Tipos de cables, 32
- 1.10 Comunicaciones por satélite, 34
  - 1.10.1 La órbita geoestacionaria, 34
  - 1.10.2 Cobertura, 35
  - 1.10.3 Suministro de energía, 37
  - 1.10.4 El sistema de comunicaciones, 38
  - 1.10.5 Potencia radiada por el satélite, 40
  - 1.10.6 Vida útil, 41
  - Cuestiones para repaso, 42

### 2. Magnitudes Logarítmicas

- Introducción, 45
- 2.1 Unidades logarítmicas, 45
  - 2.1.1 Relaciones logarítmicas de potencia, 46
  - 2.1.2 Relaciones logarítmicas de voltaje, 48
  - 2.1.3 Relaciones logarítmicas de intensidad de campo, 50
- 2.2 Ganancia, 50
  - 2.2.1 Ganancia de sistemas en cascada, 51
  - 2.2.2 Atenuación, 52
- 2.3 Niveles relativos, 53
  - 2.3.1 dBr, 53
  - 2.3.2 dBm<sub>0</sub>, 54

- 2.4 Ruido, 54
  - 2.4.1 Ruido térmico, 54
  - 2.4.2 Ruido impulsivo, 55
  - 2.4.3 Ruido de intermodulación, 55
  - 2.4.4 Diafonía, 56
- 2.5 Unidades de medida del ruido en sistemas telefónicos, 56
  - 2.5.1 dBrn, 56
- 2.6 Ponderación, 56
- 2.7 Relación señal a ruido, 58
- 2.8 Relación  $E_b/N_0$ , 59
- 2.9 Potencia radiada y atenuación en el espacio libre, 59
  - 2.9.1 Potencia radiada, 60
  - 2.9.2 Atenuación en el espacio libre, 61
- 2.10 Otras magnitudes logarítmicas: Neper, 63
- 2.11 Resumen de algunas otras designaciones de unidades logarítmicas empleadas en comunicaciones, 63
  - Problemas, 64

### 3. Circuitos Pasivos

- 3.1 Circuitos sintonizados en serie, 69
  - 3.1.1 Factor de calidad,  $Q$ , 72
  - 3.1.2 Impedancia en función de  $Q$ , 74
  - 3.1.3 Respuesta relativa, 74
  - 3.1.4 Respuesta a media potencia o a -3dB, 75
- 3.2 Circuitos sintonizados en paralelo, 76
  - 3.2.1 Impedancia del circuito sintonizado en paralelo, 76
  - 3.2.2 Factor  $Q$  en el circuito sintonizado en paralelo, 78
  - 3.2.3 Ancho de banda a media potencia, 78
  - 3.2.4  $Q$  con carga, 78
- 3.3 Efecto de inercia en los circuitos resonantes, 79
- 3.4 Componentes empleadas en los circuitos sintonizados, 81
- 3.5 Efecto pelicular, 83
  - 3.5.1 Efecto sobre la resistencia: Resistencia a c.a., 83
  - 3.5.2 Efecto de proximidad. Efecto pelicular en bobinas, 85
- 3.6 Inductancia mutua, 86
  - 3.6.1 Convención de puntos, 87
  - 3.6.2 Coeficiente de acoplamiento, 87
- 3.7 Acoplamiento entre circuitos, 88
- 3.8 Filtros pasivos, 89
- 3.9 Clasificación de los filtros, 90
  - 3.9.1 Definiciones relativas a las características de los filtros, 92

- 3.10 Función de transferencia, 93
  - 3.10.1 Prototipo de paso bajo, 94
- 3.11 Filtros prácticos, 96
- 3.12 Filtros basados en cristales piezoeléctricos, 98
  - 3.12.1 Circuito equivalente, 99
  - 3.12.2 Variaciones de frecuencia, 101
  - 3.12.3 Separación de las frecuencias de resonancia, 102
  - 3.12.4 Filtros prácticos con cristales, 102
- 3.13 Filtros de onda acústica superficial (SAW), 103
  - 3.13.1 Pérdida de inserción en filtros SAW, 106
- 3.14 Combinadores y divisores de potencia, 106
- 3.15 Atenuadores, 111
  - Ejercicios y problemas, 115

#### **4. Amplificadores, Osciladores y Mezcladores**

- Introducción, 119
- 4.1 Amplificadores, 119
  - 4.1.1 Clasificación de los amplificadores, 120
  - 4.1.2 Amplificadores de RF de pequeña señal, 124
  - 4.1.3 Acoplamiento de circuitos sintonizados, 127
  - 4.1.4 Acoplamiento inductivo, 128
  - 4.1.5 Efecto de la carga en los transformadores, 129
- 4.2 Osciladores, 132
  - 4.2.1 Principio general de funcionamiento, 132
  - 4.2.2 Oscilador Hartley, 133
  - 4.2.3 Oscilador Colpitts, 134
  - 4.2.4 Osciladores a cristal, 135
  - 4.2.5 Ajuste de frecuencia en osciladores a cristal, 139
  - 4.2.6 Estabilidad y pureza espectral en los osciladores, 140
  - 4.2.7 Efectos de la carga a la salida de los osciladores, 140
  - 4.2.8 Enganche de frecuencia, 141
  - 4.2.9 Estabilización de temperatura, 142
- 4.3 Mezcladores, 142
  - 4.3.1 Teoría básica de los mezcladores, 144
  - 4.3.2 Mezcladores pasivos, 148
  - 4.3.3 Ganancia (o pérdida) de conversión, 149
  - 4.3.4 Otros circuitos mezcladores, 150
- 4.4 Distorsión por intermodulación (IMD), 152
  - 4.4.1 Punto de compresión de 1 dB, 153
  - 4.4.2 Productos espurios de intermodulación, 154
  - 4.4.3 Rango dinámico libre de espurios, 157
  - 4.4.4 Definiciones adicionales, 158

Problemas, 162

## 5. Modulación de Amplitud

Introducción, 165

- 5.1 Modulación de amplitud, 166
  - 5.2 Modulación de amplitud con doble banda lateral y portadora completa (AM completa), 167
    - 5.2.1 Espectro de la señal de AM completa, 169
    - 5.2.2 Potencia en AM completa, 170
    - 5.2.3 Relaciones de voltaje y corriente en AM completa, 172
    - 5.2.4 Índice de modulación con señales no senoidales, 173
    - 5.2.5 Ancho de banda de la señal de AM completa, 173
    - 5.2.6 Arquitectura de los transmisores de AM completa, 174
    - 5.2.7 Circuitos moduladores en alto nivel de AM completa, 177
    - 5.2.8 Demodulación de AM completa, 180
    - 5.2.9 Demodulación coherente de AM, 182
    - 5.2.10 Representación vectorial de AM completa, 184
    - 5.2.11 Otros métodos de modulación de amplitud con doble banda lateral, 213
  - 5.3 Modulación en banda lateral única (BLU o SSB), 186
    - 5.3.1 Métodos de generación de banda lateral única, 187
    - 5.3.2 Método del filtro, 187
    - 5.3.3 Método de defasamiento, 190
    - 5.3.4 Tercer método de generación de banda lateral única, 191
    - 5.3.5 Resumen comparativo de los tres sistemas, 192
    - 5.3.6 Transmisión con portadora piloto, 193
  - 5.4 Modulación en cuadratura de fase, 194
  - 5.5 Modulación de amplitud con vestigio de banda lateral, 226
  - 5.6 Multiplexado por división de frecuencia (FDM), 198
    - 5.6.1 Sistemas FDM de telefonía multicanal, 199
    - 5.6.2 Portadoras piloto en FDM, 203
- Cuestionario, 204  
Problemas, 205

## 6. Modulación Angular

Introducción, 209

- 6.1 Conceptos generales, 209
- 6.2 Modulación de fase, 210
- 6.3 Modulación de frecuencia, 210
- 6.4 Espectro de frecuencias en modulación angular, 214
- 6.5 Potencia promedio en FM, 218
- 6.6 Ancho de banda en FM, 219

- 6.7 FM de banda estrecha, 223
- 6.8 Circuitos Moduladores de frecuencia, 224
- 6.9 Demodulación de frecuencia, 228
- 6.10 Ruido en sistemas de FM, 232
- 6.11 Préenfasis y deénfasis, 233
  - Problemas, 234

## **7. Modulación de Pulsos**

- Introducción, 237
- 7.1 Muestreo, 276
- 7.2 Modulación por amplitud de pulsos, 241
- 7.3 Tipos de modulaciones analógicas de pulsos, 242
- 7.4 Modulación por codificación de pulsos (PCM), 243
- 7.5 Cuantificación y codificación, 244
- 7.6 Cuantificación uniforme y no uniforme, 246
- 7.7 Ruido de cuantificación, 248
- 7.8 Cualidades e inconvenientes de PCM, 249
- 7.9 Ancho de banda en PCM, 249
- 7.10 Variantes de PCM, 250
- 7.11 PCM diferencial, 250
- 7.12 Modulación delta, 252
- 7.13 Modulación sigma-delta, 253

## **8. Ruido**

- Introducción, 255
- 8.1 Ruido artificial, 255
- 8.2 Principales tipos de ruido natural, 257
- 8.3 Ruido inherente a los componentes de un circuito o sistema, 257
- 8.4 Ruido debido a fuentes naturales externas al sistema, 260
- 8.5 Relación señal/ruido, 262
- 8.6 Factor de ruido, 263
- 8.7 Temperatura equivalente de ruido, 265
- 8.8 Factor equivalente de ruido de circuitos en cascada, 266
- 8.9 Temperatura de ruido de la antena, 269
- 8.10 Temperatura de ruido del sistema, 269
- 8.11 Ruido en sistemas modulados en amplitud, 270
- 8.12 Ruido en sistemas modulados en frecuencia, 272
- 8.13 Ruido en sistemas PCM, 275
  - Problemas, 277

## **9. Líneas de Transmisión**

- Introducción, 279

- 9.1 Parámetros primarios de la línea, 280
- 9.2 Ecuaciones de la línea de transmisión, 280
- 9.3 Impedancia característica, 284
- 9.4 Impedancia característica de algunas líneas de uso frecuente, 285
- 9.5 Corriente y voltaje en la línea de transmisión. Coeficiente de reflexión, 286
- 9.6 Impedancia de entrada de una línea de transmisión con cualquier impedancia de carga, 288
- 9.7 Constante de propagación, 290
- 9.8 Línea infinita, 292
- 9.9 Transformador de  $\lambda/4$ , 293
- 9.10 Relación de onda estacionaria (ROE), 294
- 9.11 Reflexión total, 295
- 9.12 Línea ranurada, 296
- 9.13 Longitud de onda y velocidad de propagación en la línea, 297
- 9.14 Velocidades de fase y de grupo, 299
- 9.15 Análisis gráfico de las líneas de transmisión: Carta de Smith, 301
  - 9.15.1 Algunas propiedades de la Carta de Smith, 303
  - 9.15.2 Ejemplos de empleo de la Carta de Smith, 305
- 9.16 Aspectos prácticos en las líneas de transmisión, 308
- 9.17 Atenuación, 311
- 9.18 Capacidad de potencia, 312
- 9.19 Frecuencia de corte, 314
- 9.20 Irregularidades en las líneas de transmisión, 315
  - Problemas, 316

## 10. Antenas

- Introducción, 319
- 10.1 El papel de la antena en los sistemas radioeléctricos de comunicaciones, 319
- 10.2 Antena isotrópica, 321
- 10.3 Densidad de flujo de potencia, 321
- 10.4 Directividad, 322
- 10.5 Ganancia, 326
- 10.6 Diagrama de radiación, 327
- 10.7 Directividad y área del haz, 329
- 10.8 Área equivalente de una antena, 331
  - 10.8.1 Área efectiva, 333
  - 10.8.2 Relación entre área efectiva y longitud efectiva, 335
- 10.9 Resistencia de radiación, 335

- 10.10 Impedancia, 337
- 10.11 Ancho de banda, 340
- 10.12 Polarización, 342
  - 10.12.1 Discriminación de polarización, 345
- 10.13 Campo electromagnético radiado por un elemento de corriente, 345
  - 10.13.1 Regiones de radiación: campo cercano y campo lejano, 349
  - 10.13.2 Directividad de un elemento de corriente, 350
  - 10.13.3 Resistencia de radiación de un elemento de corriente, 352
  - 10.13.4 Diagrama de radiación un elemento de corriente, 352
- 10.14 El dipolo eléctrico, 355
  - 10.14.1 Dipolo eléctrico corto, 358
  - 10.14.2 Dipolo eléctrico de longitud arbitraria, 359
  - 10.14.3 Dipolo de media longitud de onda, 361
- 10.15 Dipolo doblado, 365
- 10.16 Monopolo, 366
  - 10.16.1 Ganancia y patrón de radiación, 368
  - 10.16.2 Impedancia, 370
- 10.17 Antenas de lazo, 371
- 10.18 Alineamientos de antenas, 374
  - 10.18.1 Principio de multiplicación de patrones, 383
- 10.19 Antenas con reflector, 384
  - 10.19.1 Reflector plano, 384
  - 10.19.2 Dipolo horizontal sobre plano de tierra, 386
  - 10.19.3 Tipos de reflectores planos. Reflectores de un solo conductor, 388
  - 10.19.4 Alineamientos de dipolos con reflector, 389
  - 10.19.5 Reflector diédrico, 389
  - 10.19.6 Antenas Yagi, 392
  - 10.19.7 Antenas con reflector parabólico, 394
- Problemas, 396

## **11. Propagación**

- Introducción a la propagación electromagnética, 401
- 11.1 Mecanismos de propagación, 403
- 11.2 Propagación en el espacio libre, 403
- 11.3 Densidad de flujo de potencia e intensidad de campo, 404
- 11.4 Área efectiva y potencia isotrópica recibida, 406
- 11.5 Atenuación en el espacio libre, 406
- 11.6 Intensidad de campo y potencia con antenas no isotrópicas

- en el espacio libre, 407
- 11.7 Formas de propagación, 408
- 11.8 Propagación en condiciones no de espacio libre. Tratamiento desde el punto de vista de la potencia, 409
- 11.9 Propagación por onda de tierra, 411
- 11.10 Profundidad de penetración, 414
- 11.11 Reflexión y refracción de ondas electromagnéticas, 417
- 11.12 Coeficiente de reflexión, 418
- 11.13 Propagación en la cercanía de la superficie terrestre, 420
- 11.14 Propagación sobre tierra plana, 421
- 11.15 Transición entre la onda de tierra y la onda de espacio, 425
- 11.16 Consideraciones sobre la polarización en propagación por onda de espacio, 426
- 11.17 Propagación troposférica, 427
- 11.18 Efectos atmosféricos en la propagación por onda de espacio, 427
- 11.19 Índice de refracción en la troposfera, 428
- 11.20 Protuberancia de la tierra y horizonte radioeléctrico, 430
- 11.21 El concepto de zona de Fresnel, 431
- 11.22 Consideraciones en los cálculos de propagación, 434
- 11.23 Modelos de propagación, 438
- 11.24 Métodos gráficos, 439
- 11.25 Cálculos de propagación mediante las curvas FCC y CCIR, 443
- 11.26 Características de las curvas FCC y CCIR, 444
- 11.27 Procedimiento de cálculo, 445
- 11.28 Modelos de atenuación, 446
- 11.29 Modelos basados en el exponente de la distancia, 448
- 11.30 Determinación del exponente de la distancia, 449
- 11.31 Propagación ionosférica, 451
- 11.32 La ionosfera, 452
- 11.33 Estructura y actividad solares, 457
- 11.34 Manchas solares, 459
- 11.35 Características de las capas ionosféricas, 462
- 11.36 Efectos del campo magnético sobre la propagación ionosférica, 463
- 11.37 Velocidades de fase y de grupo, 465
- 11.38 Frecuencia máxima utilizable (MUF), 465
- 11.39 Frecuencia óptima de trabajo (FOT), 466
- 11.40 Altura virtual, 467
- 11.41 Distancia de salto, 468
- 11.42 Saltos múltiples, 469
- 11.43 Angulos de salida y llegada, 470

- 11.44 Cálculos de círculo máximo, 471
- 11.45 Cálculos de propagación en circuitos ionosféricos, 472
- 11.46 Software para cálculo de circuitos ionosféricos, 478  
Problemas, 478

# Capítulo 1

## Introducción a los Sistemas de Telecomunicación

El objeto de este capítulo es presentar las nociones básicas relacionadas con los sistemas eléctricos de comunicaciones, partiendo de los conceptos básicos e introduciendo las ideas fundamentales sobre los componentes genéricos de todo sistema de comunicaciones<sup>1</sup>: transmisores, receptores, medios de transporte, etc. y se resumen las principales clasificaciones de estos sistemas, de acuerdo a sus diversas características y aplicaciones. Se introduce también el concepto de modulación y la necesidad de su empleo en el transporte de información, así como los aspectos básicos relativos al uso del espectro radioeléctrico.

### 1.1 Conceptos generales

El concepto de *comunicación* no es fácil de definir y con frecuencia se asume que todos tenemos intuitivamente la idea de lo que es. Para las personas y animales, puede definirse como el intercambio de *información* entre individuos mediante un sistema común de símbolos, bien sea mediante lenguaje, signos o gestos<sup>2</sup>. La definición anterior puede extenderse también a la comunicación entre máquinas, en cuyo caso los símbolos que representan la información deben reunir características especiales. La *ingeniería de telecomunicación* o *ingeniería de comunicaciones* es la rama de la ingeniería que se ocupa de la generación, transmisión, recepción y procesamiento de *señales* ya sea por medios eléctricos, electromagnéticos, electroacústicos, ópticos, etc., y los *sistemas de telecomunicación*<sup>3</sup> son aquéllos que mediante el empleo de técnicas y dispositivos adecuados realizan el transporte de información entre una fuente y uno o más destinatarios finales.

*Información.* Aunque también intuitivamente se tiene el concepto de *información*, el significado puede ser muy diferente según el contexto en que se maneje. Así, para una buena cantidad de gente el término se asocia generalmente con el campo periodístico, radiofónico o televisivo. De hecho, en numerosas instituciones se cursan carreras designadas como *Ciencias de la Comunicación* o *Ciencias y Técni-*

---

<sup>1</sup> Aquí se emplearán indistintamente los términos *sistema de comunicaciones*, *sistema de comunicación* y *sistema de telecomunicación*.

<sup>2</sup> Webster's Third New International Dictionary of the English Language. Unabridged. Enciclopedia Britannica, Inc. 1981.

<sup>3</sup> Aquí se emplearán indistintamente los términos *sistemas de telecomunicación*, *sistemas de comunicación* y *sistemas de comunicaciones* con el mismo significado y sin entrar en posibles diferencias semánticas de escasa o nula importancia.

*cas de la Información* que poco o nada tienen que ver con la ciencia o la ingeniería de comunicaciones. No es extraño, por tanto, que Jurgen Ruesch<sup>4</sup> haya identificado 40 variedades de los enfoques interdisciplinarios para el tema, incluyendo tópicos tan variados como los aspectos informales de la comunicación, implícitos en la atracción sexual o en el comportamiento ante el juego e identificando al menos 50 modos de comunicación interpersonal. Entre los aspectos de importancia tratados en este contexto cabe mencionar la importancia que se da en los medios masivos de comunicación (radio, televisión, prensa y actualmente Internet) al efecto de los mensajes sobre la audiencia y al estudio de técnicas de persuasión con el fin de influir en la disposición de los individuos hacia la modificación de hábitos de consumo, simpatía política o creencias religiosas entre otros. Con excepción de la prensa escrita, los sistemas de comunicaciones transportan información para estos y otros fines. En este caso puede decirse que el ingeniero de telecomunicación se ocupa de diseñar, instalar y mantener el vehículo, pero no tiene influencia alguna sobre lo que dicho vehículo transporta, es decir, el contenido. En algunos casos, el ingeniero de telecomunicación debe ocuparse también del contenido, por ejemplo en algunos sistemas de comunicación entre máquinas.

Dada la variedad de interpretaciones que se pueden dar al término *información*, conviene definirlo con algo más de precisión para los fines y objetivos de un curso de sistemas de comunicaciones. Así, por *información* se entiende aquí el conjunto de *señales*, producidas por fenómenos físicos, registrados, clasificados, organizados y relacionados, con un significado preciso para un destinatario específico.

Con frecuencia se habla también de *elementos de información*. En una comunicación de voz la información fluye de manera continua entre el transmisor y el receptor. Los elementos de información son en este caso los aumentos infinitesimalmente pequeños entre dos instantes, también infinitesimalmente pequeños, de la presión del aire producida por las cuerdas vocales del locutor o sobre el tímpano del oyente. En estas condiciones la información da lugar a una *señal continua* en el tiempo, o *señal analógica* y los elementos de información pueden asociarse con elementos silábicos de la voz; sin embargo en el caso de música esta asociación resulta más difícil. En los sistemas *digitales*, por otra parte, los elementos de información son discretos y fáciles de identificar. Un ejemplo simple de un sistema digital de comunicaciones es la telegrafía y es interesante notar que éste fue anterior a la telefonía en varias décadas<sup>5</sup>. En telegrafía los elementos de información son pulsos de corta y larga duración (puntos y rayas) que, combinados de diversas formas representan

---

<sup>4</sup> The New Enciclopedia Britannica, 15<sup>th</sup> Edition, 1981.

<sup>5</sup> El teléfono fue inventado por Alexander Graham Bell (1847-1922) en 1875 y patentado en 1876. La primera compañía telefónica en el mundo fue la Bell Telephone, fundada en 1877.

de manera discreta los caracteres alfabéticos y numéricos, así como algunos símbolos ortográficos y de control en la forma que se ilustra en la Tabla 1.1.

El conjunto de varios elementos de información constituye un *símbolo* y, a su vez, el conjunto de varios símbolos constituye un *mensaje*. El alfabeto Morse, utilizado desde hace más de 150 años, no es más que una de las muchas formas posibles de *codificar* los caracteres alfabéticos mediante elementos discretos<sup>6</sup>. En términos muy simples, puede decirse que un mensaje está compuesto por elementos de información y que ésta puede fluir de forma continua o discreta entre el transmisor y el receptor. Asimismo, un mensaje es algo que el receptor o el destinatario de la información *entiende* y que, en general no conocía previamente. Esta es una de las características fundamentales de la información, es decir, el desconocimiento previo de su contenido o, expresado en términos más técnicos, su aleatoriedad. Un mensaje contiene más información cuanto más impredecible sea ésta. Algo que se conoce de antemano, en realidad contiene muy poca o ninguna información.

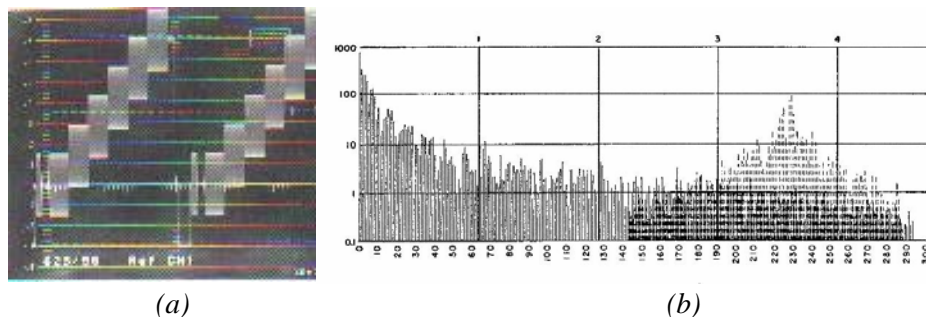
A	● —	N	— ●	1	● — — —
B	— ● ● ●	O	— — —	2	● ● — — —
C	— ● — ●	P	● — — ●	3	● ● ● — —
D	— ● ●	Q	— — ● —	4	● ● ● ● —
E	●	R	● — ●	5	● ● ● ● ●
F	● ● — ●	S	● ● ●	6	— ● ● ● ●
G	— — ●	T	—	7	— — ● ● ●
H	● ● ● ●	U	● ● —	8	— — — ● ●
I	● ●	V	● ● ● —	9	— — — — ●
J	● — — —	W	● — —	0	— — — — —
K	— ● —	X	— ● ● —		
L	● — ● ●	Y	— ● — —		
M	— —	Z	— — ● ●		

Tabla 1.1. Alfabeto Morse. Los puntos representan señales de cortaduración y las rayas, de mayor.

<sup>6</sup> En el alfabeto Morse los caracteres que ocurren con mayor frecuencia en inglés, se codifican con muy pocos elementos de información, así la *e* se codifica sólo mediante un punto o un pulso de corta duración. En los caracteres de uso menos frecuente se utilizan más elementos de información. La razón de esto, aún cuando Morse no lo sabía explícitamente, se estudia en la Teoría de Información, debida entre otros, a Shannon.

**Señales.** Asimismo, por *señal* se entiende la representación de una magnitud física, detectable, variable en el tiempo, el espacio o ambos, a la que se puede asignar un determinado significado o contenido de información. Aquí, el término *señal* se refiere a señales eléctricas, aunque en su forma original sean de otra naturaleza; por ejemplo, acústicas, mecánicas, ópticas, etc., que, en general, pueden convertirse a señales eléctricas mediante transductores<sup>7</sup> adecuados.

Las señales pueden caracterizarse en el *dominio del tiempo* o en el de *frecuencia*. Ambas caracterizaciones representan el mismo fenómeno. En los sistemas de telecomunicación es usual la representación en el dominio de frecuencia, ya que ésta proporciona información sobre el ancho de banda en que está contenida la energía de la señal. En general, cuando aquí se habla del dominio de frecuencia, se entiende por él la transformada de Fourier de la función que describe a la señal en el dominio del tiempo. En algunas aplicaciones, principalmente de procesado de señales se emplean otras transformaciones como las del coseno discreto, la de Hilbert, Haddamard, etc., que también suele hablarse de *frecuencia*. El tratamiento de estas otras transformadas queda fuera del contexto de este curso y siempre que se hable de frecuencia se entenderá que la transformación aplicable es la de Fourier. Debido a que la transformada de Fourier es compleja, la representación completa de la señal en el dominio de frecuencia debe hacerse en términos de amplitud y de fase, si bien en la mayor parte de los casos prácticos, es suficiente la representación del espectro de amplitud. El aparato utilizado para esto se designa como *analizador de espectro*. En la figura 1.1 se muestra una señal de televisión de color en el dominio del tiempo, como se vería en un osciloscopio y en el de frecuencia, como se vería en un analizador de espectro.



(a) (b)  
Fig 1.1. Señal de televisión, de barras de color, en el dominio del tiempo (a) y en el de frecuencia (b).

<sup>7</sup> Un transductor es un dispositivo que convierte una forma de energía en otra. Por ejemplo, un micrófono convierte la energía acústica en eléctrica.

Las señales generadas por una fuente de información y convertidas a señales eléctricas, por ejemplo la voz o una imagen son señales de *paso bajo* y a menudo se designan también como señales en *banda base*. Sin embargo las señales en banda base en los sistemas de comunicaciones tienen un significado más amplio, ya que pueden estar constituidas por combinaciones de señales de paso bajo. Tal es el caso de la telefonía multicanal en que la señal en *banda base multicanal* puede estar formada por centenares de señales de voz. La señal en banda base de televisión contiene al menos tres señales: vídeo monocromático o luminancia, color y sonido. Aquí se entenderá por señal en banda base aquella que se aplica a la entrada del modulador de un transmisor.

**Transmisión en banda base.** Cuando se tiene más de una señal en banda base, por ejemplo señales de voz, no pueden transmitirse simultáneamente por un mismo canal de comunicación utilizando el mismo espectro de frecuencia, a menos que se las separe de alguna forma, ya que no hacerlo se interferirían mutuamente y el receptor sería incapaz de discernir cada señal individual. Esta situación se aprecia claramente cuando varias personas hablan a la vez, en el mismo espacio y con el mismo nivel de voz. Lo mismo ocurriría si varias personas utilizan simultáneamente una misma línea telefónica. De esto se infiere que si la transmisión se realiza en banda base, se requieren tantos canales de comunicación independientes como señales haya.

## 1.2 El concepto de canal de comunicaciones.

El canal de comunicaciones puede definirse en términos generales, como el conjunto de recursos en espectro, espacio, tiempo y equipos, necesarios para realizar una comunicación. En su forma más general, se reduce a un transmisor, un receptor y un medio de transporte de la energía electromagnética como se ilustra en la figura 1.2

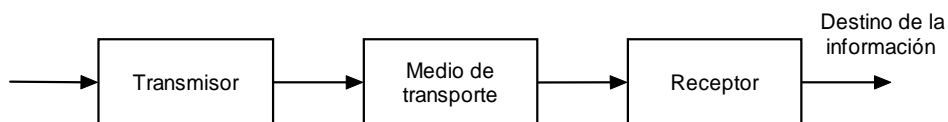


Fig. 1.2. Canal genérico de comunicaciones.

**Transmisor.** Su función es acondicionar las señales de información en ancho de banda y potencia para entregarlas al medio de transporte.

**Receptor.** Su función es capturar las señales en el medio de transporte, amplificarlas y acondicionarlas a fin de que resulten inteligibles al usuario final, bien sea este una persona, un animal, una máquina, etc.

**Medio de transporte.** Puede ser el vacío, el aire, un cable, el agua u otro medio material. La mayoría de las comunicaciones eléctricas emplean como medio de transporte el aire, cables metálicos o fibras ópticas.

La definición anterior del canal de comunicaciones es muy amplia y en la práctica, con frecuencia se habla de “canal” para hacer referencia sólo a una parte de la totalidad del sistema, a menudo, al medio de transporte, lo que da lugar a las siguientes definiciones, entre otras:

**Canal de Radio.** En el canal de radio, la energía electromagnética generada en el transmisor es radiada al medio de transmisión y transportada hasta el receptor, sin conexión física entre éste y el transmisor. La radiodifusión sonora, la televisión y la telefonía móvil son los ejemplos más comunes de canales de radio. La estructura general del canal de radio se ilustra en la figura 1.3 y comprende desde la salida del transmisor a la entrada del receptor, incluyendo las respectivas líneas de transmisión y antenas. La porción del canal de radio que comprende sólo el medio de transporte, es decir, el vacío, el aire u otro medio material en el que se propaga la energía electromagnética, suele designarse como *canal de propagación* en cuyo caso no se incluyen ni las antenas ni las líneas de transmisión.

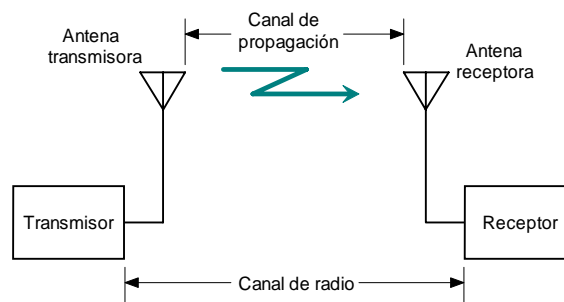


Fig. 1.3. Canal de radio y canal de propagación.

**Canal de Radiofrecuencia (RF).** En la literatura se designa también como *canal de modulación* y comprende, desde la salida del modulador en el transmisor, hasta la entrada del demodulador en el receptor. Su linealidad depende de los circuitos y

dispositivos posteriores al modulador en el lado transmisor y anteriores al demodulador en el lado receptor. No es un canal lineal ni recíproco.

**Canal Digital.** En sistemas digitales, comprende desde la entrada de la secuencia digital no modulada a la salida del codificador en el transmisor, hasta la secuencia regenerada a la salida del demodulador, es decir la entrada del decodificador en el receptor. No es lineal ni recíproco.

### 1.3 Modulación

En los sistemas analógicos de comunicaciones, la única forma posible de separar señales distintas que ocupan el mismo espectro en banda base (sonido, imagen, etc), para su transmisión por el mismo medio de transporte, ya sea éste una línea telefónica, un cable o el aire, es trasladándolas en el espectro de frecuencia, de modo que cada señal individual ocupe una “ranura” específica en el espectro. El receptor deberá tener, a su vez, capacidad para seleccionar cada una de esas ranuras y recuperar las señales individuales sin interferencia de las demás.

El proceso mediante el cual se traslada una señal en banda base en el espectro de frecuencia es la *modulación* y a la señal así trasladada se designa como *señal modulada*. Una forma simple de analizar este proceso es suponer una señal en banda base constituida por un tono senoidal de frecuencia única,

$$f_m: x(t) = A \cos(\omega_m t) \quad (1.1)$$

Donde  $\omega_m = 2\pi f_m$  es la frecuencia angular en radianes por segundo. A  $x(t)$  se le designa como *señal moduladora*.

Supóngase ahora que se tiene otra señal senoidal, de frecuencia  $f_c$ , mucho mayor que  $f_m$  y a la que designaremos como *portadora*:

$$y(t) = B \cos(\omega_c t) \quad (1.2)$$

Donde  $\omega_c = 2\pi f_c$ .

El espectro de éstas está representado por dos líneas a las frecuencias  $f_m$  y  $f_c$ , ya que se trata de señales senoidales puras con una sola componente espectral, como se muestra en la figura 1.4

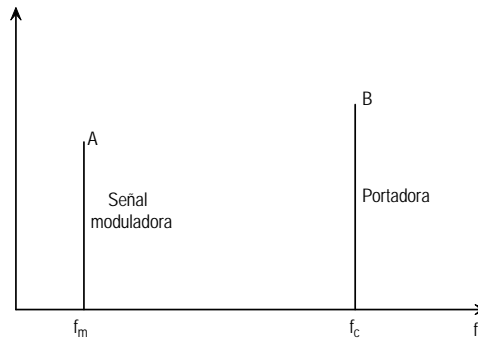


Fig. 1.4 Espectro de las señales moduladora y portadora asumiéndolas como senoidales puras.

Si las señales (1.1) y (1.2) se multiplican mediante algún dispositivo que no se analizará de momento, se tiene una nueva señal:

$$z(t) = \frac{AB}{2} [\cos(\omega_c + \omega_m)t + \cos(\omega_c - \omega_m)t] \quad (1.3)$$

La señal anterior tiene dos componentes espectrales, una de frecuencia  $f_c + f_m$  y otra de  $f_c - f_m$ . Las señales originales  $f_c$  y  $f_m$  han desaparecido en este proceso de multiplicación y el espectro resultante tiene la forma ilustrada en la figura 1.5. La señal moduladora se ha “desdoblado” en dos componentes alrededor de la frecuencia correspondiente a la portadora. Estas dos componentes tienen la información de amplitud y frecuencia de la señal en banda base original.

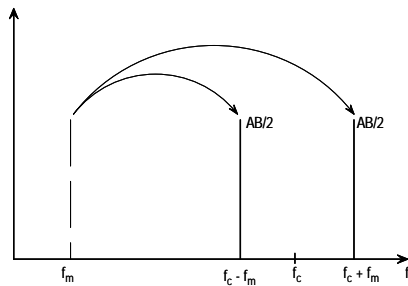


Fig. 1.5. Espectro de la señal modulada.

De hecho, mediante el proceso de modulación, lo que se ha hecho es variar los parámetros (amplitud y frecuencia) de la portadora, de acuerdo a la amplitud y frecuencia de la señal moduladora. La nueva frecuencia a la que se ha trasladado la señal moduladora está determinada por el valor de la frecuencia de la portadora y a la señal modulada también se le designa como *señal en banda de paso*.

Este ejemplo, en el que como señal moduladora se ha utilizado un tono senoidal puro<sup>8</sup> se puede extender a toda una banda de frecuencias, por ejemplo de la voz. También es conveniente hacer notar que este tipo de modulación, que se conoce como *modulación de amplitud, con doble banda lateral y portadora suprimida*, no es el único posible. En la modulación de amplitud se tienen diversas variantes y, por otra parte, también es posible la modulación de frecuencia y la de fase, que se tratarán con mayor amplitud en el capítulo 6. Estos tipos de modulación son básicamente analógicos. En el dominio digital se tienen varios tipos de modulación que, aunque se designan de diferente forma, son substancialmente similares a los anteriores.

Conviene ahora analizar, aunque sea someramente, la función que debe realizar el receptor para recuperar la señal original. El proceso inverso de la modulación es la *demodulación* o *detección* y para el caso del ejemplo, una forma de conseguirlo es multiplicando la señal modulada por una señal senoidal, generada localmente en el receptor, de la misma frecuencia y fase que la portadora. Este tipo de demodulación se designa como *demodulación síncrona* o *coherente* y se ilustra en la figura 1.6.

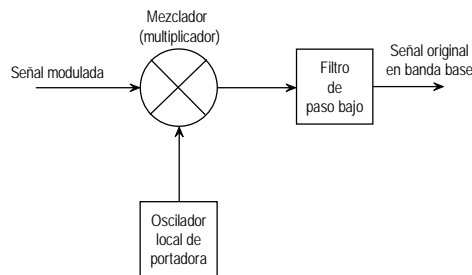


Fig. 1.6. Demodulador síncrono

Así si la señal (1.3) se multiplica nuevamente por la portadora (1.2) y, por simplicidad y sin pérdida de generalidad se omiten los términos de amplitud se tiene:

$$\begin{aligned}
 u(t) &= y(t) z(t) = [\cos(\omega_c + \omega_m)t + \cos(\omega_c - \omega_m)t] \cos \omega_c t \\
 &= 2 \cos^2(\omega_c t) \cos(\omega_m t) \\
 &= \cos(\omega_m t) + \cos(2\omega_c t) \cos(\omega_m t)
 \end{aligned}
 \tag{1.4}$$

<sup>8</sup> Un tono puro prácticamente no contiene información, excepto la frecuencia, que una vez conocida puede reproducirse en el propio receptor mediante un oscilador, y la amplitud, que también puede reproducirse en el receptor con amplificadores o atenuadores adecuados.

La señal anterior contiene dos términos; el primero corresponde a la señal original en banda base y el segundo corresponde a la señal modulada, ahora alrededor de una portadora del doble de frecuencia de la original ( $2f_c$ ). Si a la salida del multiplicador se coloca un filtro de paso bajo, esta componente quedará eliminada y se obtendrá a la salida, la señal original deseada.

Basándonos en el mismo ejemplo anterior, es evidente que si se tienen varias señales de información en la misma banda base, éstas pueden trasladarse a diferentes posiciones en el espectro, si con ellas se modula a portadoras de frecuencias diferentes. Supóngase que se tienen tres señales de voz, cada una de las cuales ocupa un espectro de 300 a 3400 Hz y que se tienen tres portadoras, una de 100 KHz, otra de 200 KHz y otra de 300 KHz. Es claro que las tres señales pueden transmitirse por radio o por cable sin interferirse. Este proceso de combinar varias señales para transmitir las por un mismo medio se designa como *multiplexado* o *multicanalización en frecuencia*.

Ahora bien, el multiplexado no es la única razón para la modulación. En los sistemas radioeléctricos de comunicaciones se utilizan antenas, tanto para transmitir como para recibir las señales. Estas antenas, para que funcionen de manera eficiente, deben ser de dimensiones del orden de media longitud de onda. Si se pretendiera transmitir por medios radioeléctricos una señal de voz, será necesaria una antena de varias decenas de km, lo cual es impensable. Si esa señal de voz modula a una portadora, por ejemplo de 10 MHz, se puede transmitir con una antena de poco más de diez metros que es ya fácilmente realizable.

En resumen, la modulación es indispensable para los sistemas de radiocomunicación, a fin de poder usar antenas de dimensiones razonables y, por otra parte, es necesaria para combinar señales de igual banda base, que deban transmitirse por el mismo medio.

**Conversión.** De forma similar al traslado en frecuencia de una señal en banda base, es igualmente posible trasladar señales moduladas a porciones diferentes del espectro. Este proceso recibe el nombre de *conversión* y puede ser *ascendente* cuando la señal trasladada es de frecuencia superior a la de la original, o *descendente* cuando es de frecuencia inferior.

**Ancho de banda.** El ancho de banda de una señal es la porción del espectro en que está contenida su energía. En algunos casos no es necesario transmitir todo el espectro de las señales; por ejemplo, la voz humana tiene componentes que pueden alcanzar hasta unos 10 KHz, sin embargo la energía contenida a estas frecuencias es muy pequeña y, en la práctica, es suficiente transmitir solamente hasta unos 3.5

o 4 KHz. Algo similar ocurre en bajas frecuencias y solamente se transmiten las frecuencias superiores a unos a unos 300 Hz. Las señales de vídeo tienen componentes frecuenciales significativas hasta alrededor de 5 MHz. Las señales telegráficas, por el contrario, tienen anchos de banda muy reducidos, del orden 100 Hz o menos. Estos anchos de banda son en paso bajo o banda base. El ancho de banda de las señales moduladas o *ancho de banda del canal*, depende tanto del ancho de banda base, como del tipo de modulación empleado y en general es superior al ancho de banda base. Por ejemplo, en radiodifusión sonora en ondas medias, el ancho de banda del canal es de 10 KHz, en televisión terrestre, es de 6 a 8 MHz, dependiendo del estándar utilizado, en televisión por satélite, en que la señal va modulada en frecuencia (FM), el ancho de banda del canal puede ser de 24 a 36 MHz. y en radiodifusión sonora en FM, es de 250 KHz.

#### 1.4 Arquitectura genérica de los sistemas de comunicaciones

Claude Shannon y Warren Weaver en la década de los 1940s concibieron un modelo lineal de comunicación suficientemente general que, en su forma original contenía cinco elementos: fuente de información, transmisor, canal de transmisión, receptor y destinatario final, todos dispuestos linealmente como se ilustra en la figura 1.7. Este modelo básico constituye el punto de partida para el estudio de los sistemas de comunicación y alrededor de él se desarrolla la mayor parte del material de este curso.

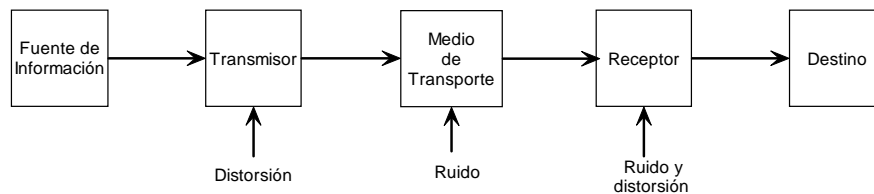


Fig. 1.7. Modelo lineal del sistema de comunicación

Con el transcurso del tiempo y la evolución de los sistemas de comunicación, particularmente en los sistemas digitales, el modelo anterior ha sufrido algunas modificaciones, con el fin de especificar mejor algunos elementos constitutivos de cada uno de los bloques anteriores y proporcionar un rango mayor de aplicaciones. Una versión de tal modelo modificado es la que se muestra en el digrama de bloques de la figura 1.8. Este modelo es también suficientemente general y el papel de cada uno de los bloques se describe mediante el ejemplo siguiente.



Fig. 1.8. Modelo del sistema de comunicación modificado

Considérese un sistema telefónico muy simple, formado por dos aparatos telefónicos, de aquellos antiguos, conectados entre sí por una línea de dos alambres de cobre y con una batería para suministrar la energía necesaria al circuito. En uno de los extremos de la línea una persona utiliza el teléfono para hablar con la que está al otro extremo. La persona que habla es, en este caso, la fuente de información. Las ideas generadas en su cerebro se transmiten como señales electroquímicas a las cuerdas vocales en la garganta del locutor, y constituyen el transductor que convierte la energía electroquímica en movimiento vibratorio de las cuerdas vocales. Esta vibración de las cuerdas se traslada a las moléculas del aire de la cavidad bucal y del exterior de la boca dando lugar a una onda acústica. Las cuerdas vocales y la boca juegan aquí el papel del codificador en la figura 1.2.

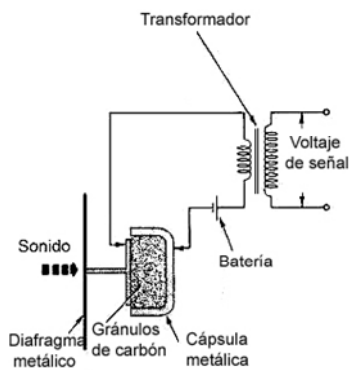


Fig. 1.9. Circuito básico de un micrófono de carbón

En la figura 1.9 se ilustra el proceso de conversión de una onda sonora como la producida por la voz, en una señal eléctrica mediante un micrófono simple, utilizado extensamente en telefonía hasta bien avanzado el siglo XX. El micrófono consiste de una cápsula metálica que contiene gránulos de carbón y está cerrada en un extremo por una placa que está unida rígidamente a un diafragma metálico sobre el que inciden las ondas acústicas y que se mueve de acuerdo a las compresiones y rareficciones de éstas, aumentando o reduciendo la presión entre los gránulos de carbón. Cuando los gránulos están poco presionados el contacto entre ellos es débil y la resistencia total que ofrecen es relativamente alta. Al ser comprimidos, la superficie de contacto aumenta y la resistencia total disminuye, de modo que el conjunto de dichos gránulos puede considerarse como una resistencia cuyo valor varía según la presión de la onda sonora incidente. La placa del diafragma y la cápsula metálica, aisladas entre sí, se conectan a la carga mediante una batería en serie. La carga puede ser un auricular telefónico o, como en el caso de la figura, un transformador para producir una señal de salida de mayor nivel hacia la línea que conecta con el receptor.

Uno de los receptores más simples es el audífono o auricular telefónico, mostrado en la figura 1.10 y del que hay diversas variantes que no trataremos aquí. El auricular de la figura está constituido por una cápsula que contiene un imán permanente hueco y en cuyo interior se encuentra una bobina conectada mediante el circuito correspondiente al transmisor, en este caso el micrófono.

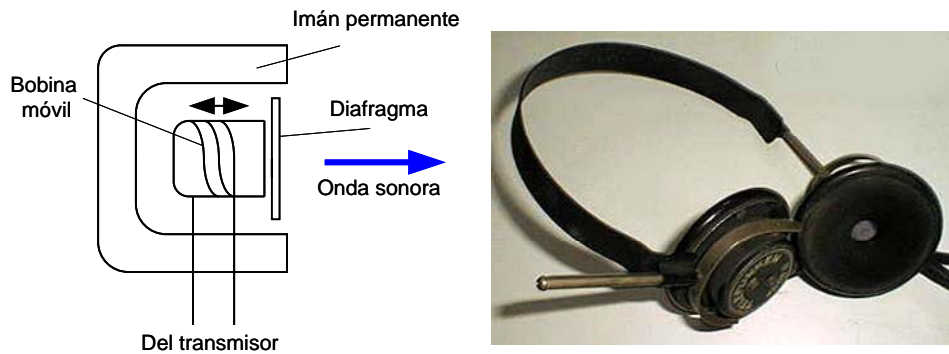


Fig. 1.10. Auricular o audífono.

La persona que habla mantiene el auricular en contacto con su oído y el micrófono en la cercanía de su boca, de modo que la onda acústica, es decir, la onda mecánica producida por las cuerdas vocales, incide sobre el micrófono. La resistencia variable que representa el micrófono queda en serie con la línea de transmisión y la batería de alimentación, con lo que en la línea se tendrá una corriente variable cuya magnitud será proporcional a la intensidad sonora y cuya frecuencia será también variable según la frecuencia del sonido incidente sobre el micrófono. El micrófono juega aquí el papel del transmisor. La señal eléctrica viaja por la línea de transmisión, que es aquí el medio de transporte, hasta el auricular o audífono. Aquí, esa señal se aplica a la bobina del auricular. La vibración de la placa del auricular se transmite al aire en forma de una onda acústica y viaja hasta el tímpano del oído de la persona que escucha. El tímpano, que también es una membrana que vibra mecánicamente transporta esas vibraciones al delicado mecanismo del oído interno, que finalmente las convierte de nuevo en señales electroquímicas que viajan al cerebro y son interpretadas por el oyente. El oído desempeña aquí el papel del decodificador y el cerebro el de destino de la información.

Ahora bien, entre el transmisor y el receptor, conectados mediante una línea de dos alambres conductores, pueden producirse efectos que den lugar a que la persona que escucha no reciba fielmente la información original. Uno de tales efectos es la

atenuación en la línea, que no es igual en toda la banda de frecuencias de voz. En este caso percibirá la voz distorsionada. Otro efecto es el ruido que se genera en todos los elementos del sistema como consecuencia de la agitación térmica de los electrones en los conductores y en el propio micrófono. En estas condiciones la voz se oirá con ruido de fondo que puede ser semejante a un “siseo” o similar al efecto de cascar nueces. Otro efecto puede ser un zumbido producido por líneas de alimentación de corriente alterna a 50 o 60 Hz, cercanas a la línea telefónica, o bien la percepción de otras conversaciones que transcurren en líneas telefónicas contiguas, debido a que los campos electromagnéticos alrededor de una de las líneas se inducen sobre la otra. Todos estos efectos reducen la calidad de la señal recibida y, en ocasiones, pueden hacer ininteligible el mensaje.

Este ejemplo ilustra algunos de los conceptos inherentes todo sistema de comunicaciones. Primero, la fuente de información puede generar señales de naturaleza muy distinta a la eléctrica. La conversión de la señal original en una señal eléctrica requiere de procesos que pueden ser sumamente complejos. En este ejemplo se ha usado al ser humano como la fuente y destinatario de la información y, aunque esto es cierto en la mayor parte de los sistemas de comunicaciones, se dan muchos casos en que la información no se transmite entre personas, sino entre dispositivos mecánicos, eléctricos, químicos, etc. En cualquier caso, es claro que los conceptos de *información* y *mensaje* pueden aplicarse de forma similar.

### 1.5 Señales indeseables.

En el ejemplo del sistema telefónico en la sección 1.3, se indicó que en los sistemas de comunicaciones pueden producirse efectos que deterioren la comunicación, en otras palabras, que den lugar a que la señal recibida no sea tan “limpia” como la transmitida. Entre estos efectos se cuentan el *ruido*, la *distorsión* y las *interferencias*

**Ruido.** En cualquier sistema de comunicaciones, se producen fluctuaciones de corriente ajenas a las señales que maneja el sistema. Estas fluctuaciones son de tipo aleatorio y pueden tener diversos orígenes; al agregarse a la señal, deterioran la calidad de la comunicación. Esta situación algunas veces puede evitarse o reducirse y en otras es inevitable, de modo que al diseñar un sistema de comunicaciones es imprescindible tener en cuenta los efectos del ruido de modo que resulten mínimos. Un tipo de ruido que está presente siempre en todos los circuitos eléctricos es el *ruido térmico*, debido a la agitación electrónica en los conductores y semiconductores como consecuencia de la temperatura; se trata, por tanto de un ruido de origen natural. Otras fuentes naturales de ruido son, por ejemplo, el propio universo que

nos rodea, el sol, algunas estrellas, etc. Este ruido se designa como *ruido cósmico* y es importante en los sistemas radioeléctricos de comunicaciones, ya que es captado por las antenas receptoras juntamente con la señal. La atmósfera también es fuente de ruido eléctrico, en especial los rayos. Este tipo de ruido se denomina *ruido atmosférico*.

Otras fuentes de ruido son de origen humano. Entre ellas se encuentran los motores eléctricos en que se producen pequeñas chispas entre las escobillas y el colector, las chispas actúan como pequeñas antenas transmisoras y la energía emitida es captada también por las antenas de los receptores. Lo mismo ocurre con los motores de combustión interna a gasolina, en que las bujías también producen chispas. En zonas industriales y urbanas los niveles de ruido de origen humano pueden ser muy elevados.

En general, no es posible eliminar el ruido térmico, si bien algunas técnicas de procesado digital de señales permite, en algunos casos, reducirlo considerablemente. Los ruidos de origen humano también son difíciles de eliminar, aunque algunas medidas pueden reducir su efecto, por ejemplo blindando o apantallando los circuitos y utilizando algunos tipos de antenas altamente direccionales. El filtrado no suele surtir efecto más que en algunos casos, ya que el ruido, y en particular el térmico, tiene componentes espectrales a todas las frecuencias, de modo que si se utilizan filtros para dejar pasar solamente la banda de una señal, inevitablemente en esa banda también habrá ruido y lo único que se eliminará será el ruido fuera de la banda de interés.

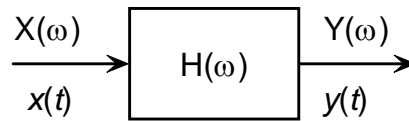
**Distorsión.** Por distorsión se entiende la alteración, no deseada, de la forma de onda de una señal. Esto ocurre en cualquier circuito cuya respuesta en frecuencia no sea plana, es decir, que no deje pasar por igual todos los componentes espectrales de una señal. Supóngase, por ejemplo, un amplificador de sonido en que las frecuencias superiores a, digamos, 5 KHz, se amplifican a la mitad del valor que las frecuencias inferiores a ese valor. El amplificador puede resultar adecuado para la voz humana en que es suficiente un ancho de banda del orden de 4 KHz, pero no será satisfactorio para amplificar música en que el ancho de banda requerido es del orden de 12 a 15 KHz. En este caso, el sonido de algunos instrumentos perderá su tonalidad, como consecuencia de la amplificación desigual de los componentes frecuenciales del sonido de esos instrumentos. Esa amplificación desigual de los componentes frecuenciales de una señal da como lugar una alteración de sus características espectrales originales y por tanto, a distorsión. En un circuito, la distorsión puede ser el resultado del funcionamiento de algunos dispositivos del circuito en regiones no lineales de sus características, que da lugar a una forma de distor-

sión de interés particular en los sistemas de comunicaciones, designada como *distorsión por intermodulación*.

**Interferencia.** Por interferencia se entiende la presencia de señales indeseables en un sistema de comunicaciones determinado, originadas por otros sistemas de comunicaciones. En sistemas radioeléctricos, esto ocurre cuando en una misma zona se reciben simultáneamente señales de dos o más sistemas que funcionan en la misma banda de frecuencia, o cuando uno de los sistemas produce señales indeseadas fuera de su banda de trabajo y cuyas frecuencias caen dentro de la banda de otro sistema. En los sistemas de cable las interferencias son causadas por las inducción del campo electromagnético producido por la señal en un cable y que abarcan el espacio ocupado por otro cable. En telefonía ocurren formas de interferencia de este tipo que reciben el nombre de *diafonía* o de *modulación cruzada*.

### 1.6 Transmisión sin distorsión.

En general, todos los circuitos alteran la señal en la banda de paso. Lo importante es que el circuito, o en general el sistema, cumpla la condición de *transmisión sin distorsión*.<sup>9</sup> Para ello, la señal a la salida debe ser una réplica exacta de la señal de entrada, es decir, debe tener *la misma forma*, aunque no necesariamente la misma amplitud; puede estar amplificada o atenuada y retrasada en el tiempo respecto a la señal de entrada. En otras palabras, la configuración espectral de la señal de entrada no debe alterarse.



En el sistema de la figura anterior, si la señal de entrada es  $x(t)$ , con espectro  $X(\omega)$ , y la de salida  $y(t)$ , con espectro  $Y(\omega)$ , la condición de transmisión sin distorsión se cumple si:

Donde  $K$  representa la ganancia (o atenuación) y  $\tau$  el retardo que sufre la señal a su paso por el sistema. En el dominio de frecuencia se tiene que:

$$Y(\omega) = K X(\omega) e^{-j\omega\tau} \quad (1.7)$$

donde  $H(\omega)$ , la función de transferencia del sistema, se identifica fácilmente con:

---

<sup>9</sup> Véase por ejemplo: Carlson, A.B. *Communication Systems*. 3rd edition. pag. 80. Mc Graw-Hill Book Co. 1986.

$$H(\omega) = Ke^{-j\omega\tau} \quad (1.8)$$

La respuesta de amplitud es decir,  $|H(\omega)|$ , debe ser constante ( $K$ ) y la respuesta en fase debe ser lineal y negativa:

$$\arg H(\omega) = -\omega\tau \pm \pi \quad (1.9)$$

Las condiciones anteriores deben cumplirse en la banda de paso, aunque no necesariamente fuera de ella. Cuando en un sistema no se cumple la condición de transmisión sin distorsión, es necesario *predistorsionar* la señal a su entrada para compensar las alteraciones que sufra. Este proceso de predistorsión recibe también el nombre de *ecualización* y puede realizarse en amplitud, fase, o ambos. Es importante tener en cuenta que aunque las distorsiones pueden corregirse con esta técnica, en general no puede eliminarse el ruido.

### 1.7 Clasificación de los Sistemas de Telecomunicación

Los sistemas de telecomunicación pueden clasificarse según criterios diversos, dependiendo de características o aplicaciones específicas. Sería muy difícil intentar una clasificación exhaustiva, por lo que utilizaremos sólo algunos de los criterios más usuales con base en lo tratado en las secciones anteriores.

Desde el punto de vista del tipo de señales que manejan, pueden clasificarse en *analógicos y digitales*. En el primer caso la fuente en la figura 2, entrega una señal analógica, que puede caracterizarse mediante una función continua variable en el tiempo. El codificador, en este caso, puede considerarse como el *modulador* del transmisor, o algún otro dispositivo que procese la señal en el dominio analógico. En el extremo receptor, el demodulador realiza la función inversa, en este caso, la demodulación. En los sistemas digitales la fuente entrega por lo general una señal digital, aún cuando la entrada al sistema sea analógica. El codificador, en este caso puede realizar una variedad de funciones entre las que se incluyen la codificación de fuente, la codificación de canal y la modulación. El decodificador en el extremo receptor realiza la función inversa para recuperar la señal original.

- a) Según el medio físico de transporte de señales, los sistemas pueden clasificarse principalmente como de *cable, fibra óptica o radioeléctricos*.

- b) Según el tipo de usuarios, en sistemas *punto a punto* o *punto a multi-punto*. Entre los primeros se cuentan, por ejemplo, la telefonía y entre los segundos, los de radiodifusión sonora.
- c) Según el tipo de comunicación, en *unidireccionales* o *bidireccionales*.
- d) Según la banda de frecuencias, en *sistemas de banda estrecha* o *banda ancha*.

Es claro que se pueden establecer muchas otras definiciones igualmente válidas; sin embargo, las anteriores resumen las principales características de interés para este curso.

**Sistemas analógicos y digitales.** En los sistemas analógicos, las señales transportadas son continuamente variables en el tiempo y constituyen una representación eléctrica de las magnitudes físicas originales, tales como voz, imagen, presión, temperatura, etc. En los sistemas digitales las señales transportadas son discretas y su forma eléctrica no guarda relación con la magnitud física original más que a través de una codificación matemática de dichas señales discretas. Si bien hay numerosos aspectos comunes en el tratamiento de ambos tipos de sistemas, las diferencias son de importancia y su estudio requiere atención separada.

**Sistemas de cable o fibra óptica.** Utilizan como medio físico de transporte de las señales alguno de los siguientes:

**Línea abierta:** formada por uno o más hilos conductores. Si son dos hilos se designa como *línea de pares*, si está formada por cuatro hilos, se conoce como de *cuadretes*. Se utiliza principalmente en telefonía, telegrafía y transmisión de datos a baja velocidad.

**Cable telefónico de pares múltiples:** consiste de un cable, protegido contra la intemperie y usualmente apantallado o blindado eléctricamente, en cuyo interior se confinan numerosos pares de hilos. A diferencia de la línea abierta puede instalarse en conductos subterráneos y se emplea principalmente en telefonía y transmisión de datos a baja velocidad. Tanto este cable como la línea abierta pueden considerarse como medios de transporte de *banda estrecha*.

**Cable coaxial:** formado por un conductor rodeado por una funda metálica y aislado de ella, que actúa como pantalla electromagnética contra señales externas. Se utili-

za en sistemas de *banda ancha*, como telefonía multicanal, televisión y transmisión de datos a elevada velocidad.

**Fibra óptica:** aunque el principio físico de funcionamiento es completamente diferente al de los cables anteriores y merecería clasificación aparte, el tipo de servicio a que se destina es semejante y puede considerarse como un medio de transmisión por cable. Se emplea en sistemas de *banda ancha* y sus prestaciones son, en general, muy superiores a las de los cables metálicos.

A excepción de la fibra óptica, la transmisión por cable puede realizarse en *banda base* o en *radiofrecuencia*.

## 1.8 Sistemas Radioeléctricos

Por *radio* se entiende la transmisión de señales a través del espacio, mediante *ondas electromagnéticas*, sin que haya conexión física entre transmisor y receptor. El medio de propagación de las ondas electromagnéticas es, en este caso, el aire o el vacío. En el trabajo con sistemas radioeléctricos es frecuente emplear el término *radiofrecuencia (RF)*, y por tal, se entiende la frecuencia a la que la radiación de energía electromagnética es útil para propósitos de comunicación. Así, las radiofrecuencias abarcan desde unos pocos KHz hasta más de 100 GHz. Sin embargo, el contexto en que se emplea a veces el término *radiofrecuencia* se presta a algunas confusiones. Por ejemplo se puede hablar de una señal de radiofrecuencia de 70 MHz o de una señal de *FI (frecuencia intermedia)* también de 70 MHz; en el primer caso se trata de una señal radioeléctrica, que se propaga en el espacio e incide sobre una antena, o bien que es radiada por una antena al espacio. Si se habla de *FI*, se trata de una señal generada internamente en un equipo y que *no es radiada* en forma de onda electromagnética.

### 1.8.1 Espectro Radioeléctrico

Los sistemas de telecomunicación utilizan el espectro radioeléctrico, que comprende las bandas de frecuencias útiles para los servicios de radiocomunicación y abarca, desde frecuencias inferiores a 1 KHz hasta alrededor de 300 GHz. Los sistemas de comunicaciones ópticas funcionan a frecuencias superiores, correspondientes al espectro visible y en el infrarrojo. Las principales bandas del espectro radioeléctrico suelen definirse en términos de las longitudes de onda, según la designación de la Unión Internacional de Telecomunicaciones, de la forma que se indica en la Tabla 1.2

Abreviatura	Significado	Frecuencias	Longitud de onda	Designación
ELF	Extra-low freq.	0.3 a 3 KHz.	1000 a 100 Km	Megamétricas
VLF	Very-low freq.	3 a 30 KHz	100 Km a 10 Km	Miriamétricas
LF	Low frequency	30 a 300 KHz	10 Km a 1 Km	Kilométricas
MF	Medium freq.	300 a 3000 KHz	1000 m a 100m	Hectométricas
HF	High frequency	3 a 30 MHz	100 m a 10 m	Decamétricas
VHF	Very-high freq.	30 a 300 MHz	10 m a 1 m	Métricas
UHF	Ultra-high freq.	300 a 3000 MHz	1 m a 10 cm	Decimétricas
SHF	Super-high freq.	3 a 30 GHz	10 cm a 1 cm	Centimétricas
EHF	Extra-high freq.	30 a 300 GHz	10 mm a 1 mm	Milimétricas

*Tabla 1.2 Nomenclatura de las Bandas de Frecuencias*

La designación anterior es sumamente general, ya que cada una de las bandas se subdivide, a su vez, en numerosas bandas, o subbandas asignadas a diferentes tipos de servicios. En particular, las bandas de frecuencias de microondas son designadas de forma especial, con diferentes letras, como se indica en la Tabla 1.3.<sup>10</sup>

Banda	Rango de frecuencias
P	0.225 a 0.390 GHz
L	0.390 a 1.550 GHz
S	1.550 a 5.200 GHz
X	5.200 a 10.90 GHz
K	10.90 a 36.00 GHz
Q	36.00 a 46.00 GHz
V	46.00 a 56.00 GHz
W	56.00 a 100.0 GHz

*Tabla 1.3 Designaciones de las Bandas de Microondas.*

A su vez, las bandas anteriores se dividen en más subbandas, por ejemplo  $S_e$ , que comprende de 1.55 a 1.65 GHz,  $K_p$ , de 10.9 a 12.25 GHz, etc.

<sup>10</sup> Reference Data for Radio Engineers: Radio, Electronics, Computer, and Communications. 7th. Edition. Edward C. Jordan, Editor in Chief. Howard W. Sams & Co. Indianapolis, 1966.

### 1.8.2 Tipos de Servicios.

Según la Unión Internacional de Telecomunicaciones, los tipos de servicios de radiocomunicación que se asignan en las diferentes bandas se definen como sigue:<sup>11</sup>

**Servicios fijos.** Son servicios de radiocomunicación entre puntos fijos específicos. Por ejemplo, circuitos de alta frecuencia punto a punto y radioenlaces de microondas.

**Servicios móviles.** Servicios de radiocomunicación entre estaciones que pueden utilizarse cuando están en movimiento, paradas en lugares no especificados, o bien entre estaciones móviles y estaciones fijas.

**Servicio móvil aeronáutico.** Servicios de radiocomunicación entre estaciones terrestres y aeronaves o entre aeronaves.

**Servicio móvil marítimo.** Servicios de radiocomunicación entre estaciones costeras y barcos o entre barcos navegando.

**Servicio móvil terrestre.** Servicios de radiocomunicación entre una estación de base y una estación terrestre móvil, o entre estaciones móviles terrestres.

**Radionavegación.** Servicios para determinar la posición de naves mediante las propiedades de propagación de las ondas radioeléctricas.

**Radionavegación aérea.** Servicios de radionavegación para la navegación aérea, por ejemplo: VOR, Tacan, radiofaros, sistemas de aterrizaje por instrumentos, radio-altímetros, radares de indicación de obstrucciones, etc.

**Radionavegación marítima.** Servicios de radionavegación para la navegación marítima, por ejemplo: radiofaros costeros, estaciones de radiolocalización, radares a bordo, etc.

**Radiolocalización.** Servicios para determinación de la posición de naves con propósitos diferentes a los de navegación, por ejemplo: radares terrestres, radares costeros, sistemas de seguimiento, etc.

**Radiodifusión.** Servicios de radiocomunicación cuyo propósito es la recepción directa por el público en general. Como ejemplos pueden citarse la ra-

---

<sup>11</sup> Reglamento de Radiocomunicación de la UIT. Artículo 8, Secciones 391-412.

diodifusión en ondas medias (AM), frecuencia modulada (FM) y Televisión.

**Radioficionados.** Servicios de radiocomunicación llevados a cabo por personas interesadas en las técnicas radioeléctricas, únicamente por interés personal y sin interés comercial alguno.

**Espaciales.** Servicios de radiocomunicación entre estaciones o vehículos espaciales.

**Tierra-espacio.** Servicios de radiocomunicación entre estaciones terrestres y estaciones o vehículos espaciales, por ejemplo, la comunicación entre una estación terrestre y un satélite.

**Radioastronomía.** Astronomía basada en la recepción de ondas radioeléctricas de origen cósmico.

**Estándares de frecuencia.** Transmisiones de radio de frecuencias específicas y alta precisión, cuyo propósito es la recepción con fines científicos, técnicos o de otra índole.

### 1.8.3 Gestión del Espectro Radioeléctrico

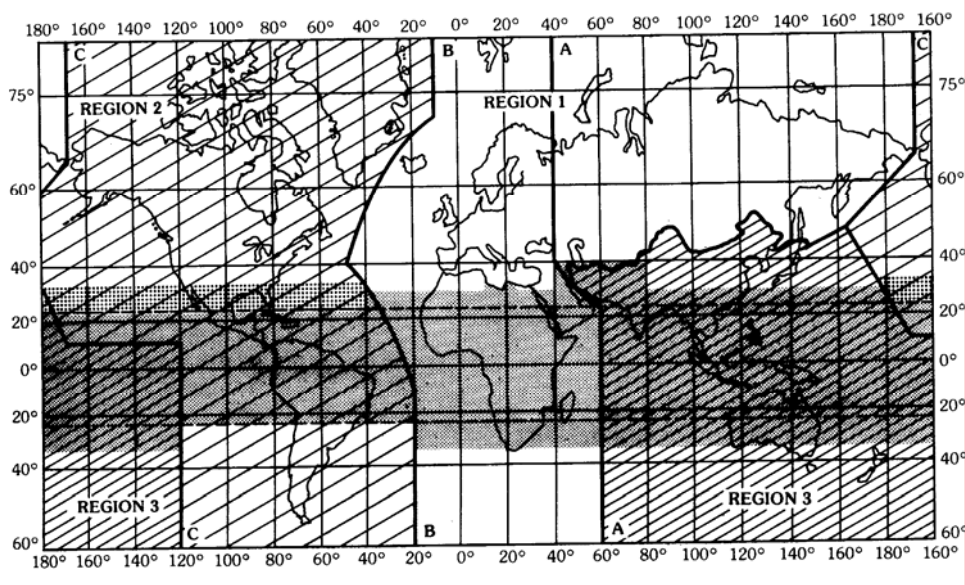
El espectro radioeléctrico, es decir, el conjunto de bandas de frecuencia que pueden utilizar los diversos servicios de radiocomunicación, constituye un *recurso natural limitado de propiedad nacional*, es decir, no puede utilizarse libremente por cualquier persona, ya que las emisiones en una frecuencia y lugar específicos deben ser únicas. De otra forma interferirían con otros servicios que funcionaran en la misma región y, además, serían interferidos por ellos.

El organismo que, a nivel internacional se encarga del estudio y asignación de las frecuencias en el espectro electromagnético es la *Unión Internacional de Telecomunicaciones (UIT)*, con sede en Ginebra, Suiza y de la que son miembros prácticamente la totalidad de los países del mundo. Los aspectos relacionados con el espectro de frecuencias son tratados en el seno de un Comité de la UIT, el *Comité Consultivo Internacional de Radiocomunicación (CCIR)*, designado actualmente como *UIT-R* que, a través de sus *Grupos de Estudio*, emite estándares, normas y recomendaciones a escala internacional y que generalmente son suscritas por los países miembros. La UIT tiene, además, otro Comité, el *CCITT (Comité Consultivo Internacional de Telefonía y Telegrafía)*, ahora designado como *UIT-T*, cuya acti-

vidad está más orientada a los sistemas no radioeléctricos. Evidentemente hay puntos comunes en las actividades de ambos Comités.

Por lo general, las Recomendaciones del CCITT y del CCIR cubren aspectos relacionados con los circuitos internacionales de comunicaciones, pero en aspectos esenciales, tratan también de las características relevantes de los sistemas nacionales que pueden formar parte de conexiones a circuitos internacionales. Para la asignación de frecuencias y administración del espectro radioeléctrico, la UIT considera tres regiones en el mundo, según se muestra en la figura 1.7. La Región 1 comprende Europa, África y la porción asiática del antiguo territorio de la Unión Soviética. La Región 2 incluye a todo el Continente Americano y, finalmente la Región 3, comprende la parte restante de Asia y Oceanía.

Si bien las Recomendaciones del CCIR no tienen por sí mismas fuerza legal en los países miembros de la UIT, una buena parte de ellas son incorporadas en las legislaciones nacionales en materia de telecomunicaciones, adecuándolas a las características nacionales y regionales. Son las Administraciones Nacionales de Telecomunicaciones las directamente responsables de la gestión y control del espectro radioeléctrico.



*Fig. 1.7. Regiones para la administración del espectro radioeléctrico según la Unión Internacional de Telecomunicaciones. Las regiones sombreadas corresponden a la zona tropical.*

### 1.8.4 Designación de las emisiones

En el artículo 8 del Reglamento de Radiocomunicaciones de la UIT se establece que las emisiones deben designarse de acuerdo a su *clasificación* y *ancho de banda necesario*. Para una clase dada de emisiones, el ancho de banda necesario se define como la banda de frecuencias necesaria para asegurar que es justamente suficiente para asegurar la transmisión de información con la calidad específica del tipo de servicio de que se trate (telefonía, televisión, datos, etc.). El ancho de banda necesario incluye aquellas emisiones necesarias para el funcionamiento satisfactorio del equipo receptor, por ejemplo, portadora reducida, banda lateral vestigial, etc.

En la clasificación de la UIT, el ancho de banda necesario debe expresarse por tres cifras y una letra, que ocupa la posición del punto decimal y representa la unidad en que se mide el ancho de banda (Hz, KHz, MHz o GHz), como se indica en la lista siguiente:

Banda de frecuencias	Designación
0.001 a 999 Hz	H
1.0 a 999 KHz	K
1.0 a 999 MHz	M
1.0 a 999 GHz	G

Por ejemplo, una emisión cuyo ancho de banda sea de 0.002 Hz se designa por H002, una con ancho de banda de 4.5 MHz, como 4M5, etc.

### 1.8.5 Clasificación de las emisiones.

Esta se da por tres símbolos adicionales, alfabéticos o numéricos, el primero de los cuales denota el tipo de modulación de la portadora principal, el segundo, el tipo de información que modula a dicha portadora y, el tercero, el tipo de información a transmitir.

**Primer símbolo:** Tipo de modulación de la portadora principal.

Símbolo	Significado
N	Portadora sin modulación (onda continua).
A	Portadora modulada en amplitud, con doble banda lateral y portadora completa, incluyendo casos con subportadoras moduladas en frecuencia

Símbolo	Significado
H	Banda lateral única, con portadora completa.
R	Banda lateral única, con portadora reducida o de nivel variable.
J	Banda lateral única con portadora suprimida.
B	Bandas laterales independientes.
C	Banda lateral vestigial
G	Modulación angular (frecuencia).
G	Modulación angular (fase).
D	Emisiones en que la portadora principal está modulada en amplitud y ángulo (frecuencia o fase), ya sea simultáneamente o de acuerdo a una secuencia preestablecida.
P	Secuencia de pulsos sin modulación
K	Secuencia de pulsos modulados en emplitud.
L	Secuencia de pulsos modulados en anchura o duración.
M	Secuencia de pulsos modulados en posición (fase).
Q	Secuencia de pulsos en que la portadora está modulada en ángulo durante el período del pulso.
V	Combinaciones de las anteriores modulaciones de pulsos, o modulación de pulsos producida por otros medios.
W	Casos de modulación de pulsos no cubiertos en los anteriores, en los que la emisión consiste de la portadora principal modulada, ya sea simultáneamente o en una secuencia preestablecida, en combinación de dos más de los modos siguientes de modulación: amplitud, angulo o de pulsos.
X	Casos de modulación no cubiertos

**Segundo símbolo:** Tipo de señales que modulan a la portadora principal.

Símbolo	Significado
0	Ausencia de modulación (onda continua).
1	Un canal con información digital o cuantizada, sin emplear una subportadora modulada, excluyendo al multiplexado por división de tiempo.
2	Un canal, con información digital o cuantizada, empleando una subportadora modulada, excluyendo al multiplexado por división de tiempo.
3	Un canal con información analógica.
7	Dos o más canales con información digital o cuantizada.
8	Dos o más canales con información analógica.

**Tercer símbolo:** Tipo de información a transmitir.

Símbolo	Significado
N	Ausencia de información
A	Telegrafía para recepción acústica.
B	Telegrafía para recepción automática.
C	Facsimil.
D	Transmisión de datos, telemetría, telecomando.
E	Telefonía, incluyendo radiodifusión sonora.
F	Televisión (vídeo).
W	Combinaciones de las anteriores.
X	Casos no cubiertos por los anteriores.

El Apéndice 6 del Reglamento de Radiocomunicaciones sugiere la inclusión de dos símbolos adicionales a los descritos antes a fin de dar una descripción más completa de la emisión. Así, un cuarto símbolo proporciona detalles de la señal y el quinto, la naturaleza del multiplexado. Si no se emplea el cuarto símbolo, debe substituirse por un guión. El significado de dichos símbolos es el siguiente:

**Cuarto símbolo:** Detalles de la señal.

Símbolo	Significado
A	Código de dos niveles o condiciones, cuyos elementos pueden variar en número y/o duración.
B	Código de dos niveles o condiciones, con el mismo número de elementos y duración, sin corrección de errores.
C	Código de dos niveles o condiciones, con el mismo número de elementos y duración, con corrección de errores.
D	Código de cuatro niveles o condiciones, en que cada nivel representa un elemento de señal de uno o más bits.
E	Código de múltiples niveles o condiciones, en el que cada nivel representa un elemento de señal de uno o más bits.

Símbolo	Significado
F	Código de múltiples niveles o condiciones, en el que cada nivel o combinación de éstos, representa un caracter.
G	Sonido monoaural con calidad de radiodifusión.
H	Sonido con calidad de radiodifusión, estereofónico o cuadrafónico.
J	Sonido de calidad comercial.
K	Sonido de calidad comercial, con empleo de inversión de frecuencia o división de bandas.
L	Sonido de calidad comercial con señales separadas, moduladas en frecuencia, para controlar los niveles de las señales demoduladas.
M	Vídeo monocromático.
N	Vídeo cromático (color).
W	Combinación de los casos listados antes.
X	Casos no cubiertos entre los anteriores.

**Quinto símbolo:** Tipo de multiplexado.

Símbolo	Significado
N	Ninguno
C	Multiplexado por división de código.
F	Multiplexado por división de frecuencia.
T	Multiplexado por división de tiempo.
W	Combinación de FDM y TDM.
X	Otros tipos de multiplexado.

Algunos ejemplos de empleo de la nomenclatura anterior son los siguientes:

Designación	Significado
2K10A2AAN	Telegrafía por modulación de portadora con un tono. Código Morse.
8K00A3EGN	Radiodifusión sonora, doble banda lateral.

Designación	Significado
2K70J3EJN	Telefonía. Un canal con modulación en banda lateral única y portadora suprimida.
2K89R7BCW	Telegrafía multicanal a frecuencia de voz con corrección de errores y algunos canales multiplexados en tiempo. Banda lateral única y portadora reducida.

## 1.9 Sistemas de Comunicaciones por Cable

Las comunicaciones que emplean como medio de transporte de información cables metálicos o fibras ópticas abarcan una inmensa variedad de aplicaciones, entre las que incluye no sólo la telefonía tradicional o la televisión por cable, sino aún la conexión mediante cable de computadoras entre sí, con redes informáticas o con equipos periféricos y puede decirse que forman parte de nuestra vida cotidiana. Desde el punto de vista de ingeniería, cada sistema de comunicación por cable debe cumplir determinados requisitos para su correcto funcionamiento, entre los que se encuentran la impedancia, ancho de banda, atenuación, aislamiento, etc., muchos de los cuales están definidos en diversos estándares y recomendaciones. Resultaría muy extenso y, fuera del alcance de estas notas, entrar en los detalles de los diversos sistemas, por lo que aquí nos limitaremos a resumir algunos aspectos históricos y las principales características de los sistemas de cable empleados en telecomunicaciones, es decir en comunicaciones a distancia. Por otra parte, al hablar de sistemas de comunicaciones por cable no se entiende únicamente el medio de transporte, que es una *línea de transmisión*, sino también los equipos y sistemas asociados, necesarios para realizar la comunicación.

### 1.9.1 Aspectos históricos

Puede decirse que los primeros sistemas de comunicaciones por cable fueron los sistemas telegráficos que se iniciaron alrededor de 1840 y hasta 1870, fueron los únicos sistemas de comunicaciones a larga distancia. Al principio, las líneas telegráficas se construían paralelas a las líneas ferroviarias y en su etapa inicial, se utilizaron alambres de hierro o acero, con el inconveniente de la menor conductividad de estos materiales respecto a otros como el cobre, así como la facilidad de corrosión por oxidación con el consecuente deterioro de las características eléctricas de la línea. Hay que tener en cuenta que la tecnología de materiales hace ciento cincuenta años no era, ni remotamente, la que hoy tenemos a nuestra disposición. En 1861, los Estados Unidos contaban con un sistema de transmisión telegráfica que unía la costa atlántica con la del Pacífico.



*Fig. 1.12. Tendido telegráfico*

Sin embargo hay que hacer notar que, con frecuencia al hablar de telegrafía se asume que se desarrolló en los Estados Unidos y que su inventor fue Samuel Morse. Por una parte, Morse patentó el sistema, pero buena parte de sus invenciones, incluido el alfabeto designado con su nombre se debieron en buena medida a su socio Alfred Vail. Por otra parte en Europa se desarrollaron sistemas telegráficos en la misma época, en particular el debido a Charles Wheatstone<sup>12</sup> en 1837 y estuvieron un tiempo en funcionamiento, también alrededor del ferrocarril. El sistema de Morse resultó ser superior y paulatinamente fue adoptándose en el mundo.

Desde 1856 se hicieron intentos de utilizar cables submarinos para comunicaciones de larga distancia. El primero de ellos entre Dover, Inglaterra y Calais, Francia. Aunque los primeros intentos no tuvieron éxito, antes de 1860 ya estaban en funcionamiento cables submarinos para comunicación telegráfica entre Inglaterra y Francia e Irlanda.

En 1866 consiguió ponerse en funcionamiento el primer cable trasatlántico entre Inglaterra y los Estados Unidos. A lo largo de lo restante del siglo XIX ya había numerosas comunicaciones por cable submarino que unían todos los continentes como se ilustra en el siguiente mapa de 1901.

En la actualidad, continúan en funcionamiento bastantes sistemas de cable submarino metálico, si bien los sistemas submarinos de fibra óptica van en aumento y compiten con los sistemas de satélite.

Con la proliferación de los sistemas telefónicos alrededor de 1870, rápidamente se notó que las líneas para telegrafía no eran adecuadas para telefonía y por esa época se empezaron a utilizar conductores de cobre. En esto, además de las características eléctricas de los materiales de las líneas, hay que tener en cuenta que la telegrafía es un sistema de comunicaciones de banda estrecha, y aún podríamos decir muy

---

<sup>12</sup> Como hecho curioso, Wheatstone también inventó, entre otras cosas, el acordeón en 1829.

estrecha. En esa época la telefonía venía a ser un sistema de *banda ancha*, aunque sólo se tratara de canales de voz con un ancho de banda de unos 3 kHz y en ese ancho de banda la distorsión sobre la señal, debida a la atenuación dependiente de la frecuencia, era notoria.

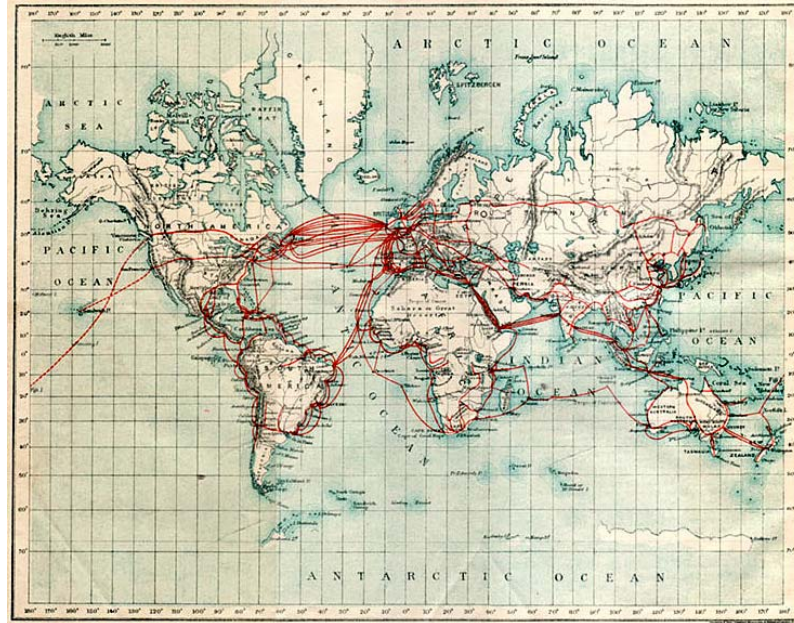


Fig. 1.13. Tendido de cables submarinos en 1901

El teléfono tardaría casi cuarenta años en seguir al telégrafo, ya que se empezó a usar alrededor de 1870. Una razón para este retraso es, sin duda, el tipo de señales que se manejan en uno y otro sistema. En telegrafía las señales son discretas, es decir se detecta la presencia o ausencia de corriente en el circuito, de modo que para producir las señales telegráficas sólo es necesario un interruptor para transmitir y un dispositivo electromecánico que responda a la corriente, para recibir. En telefonía, por otra parte, se manejan señales continuas y es necesario un transductor que convierta, en el caso de la voz, la energía acústica en energía eléctrica de forma que aquí ya no hay sólo presencia o ausencia de corriente en el circuito, sino una corriente variable cuya amplitud y frecuencia deben corresponder a la señal de voz. Cuando esto se consiguió, aunque de manera rudimentaria, fue posible la transmisión de señales de voz.

También en el caso del teléfono, su invención se atribuye por lo general a Alexander Graham Bell, aunque éste fue sólo uno de los inventores que tuvo la fortuna de

presentarse a la oficina de patentes diez minutos antes que otro inventor de un sistema similar, Elisha Gray. En cualquier caso, la invención del teléfono puede atribuirse con cierta justicia a Antonio Meucci, en Italia, en 1849 y a Philip Reis en Alemania que en 1861, diez años antes que Bell, desarrolló el primer teléfono con posibilidad de transmisión de unos 90 metros usando como micrófono una membrana animal excitada por un contacto eléctrico para producir sonidos, la recepción se lograba con un inductor galvánico oscilando de la misma forma que la membrana.

El teléfono rápidamente ganó popularidad a partir de la segunda mitad de la década de 1870 y fue evolucionando considerablemente gracias a la contribución de numerosos inventores. La conexión entre abonados, inicialmente manual, fue dando paso a los sistemas automáticos, si bien hasta no hace muchos años las conversaciones de larga distancia, nacionales o internacionales había que hacerlas a través de operadora. Para finales de la década de 1980, es posible la comunicación nacional e internacional mediante marcado directo del número del abonado, excepto en algunos países en vías de desarrollo o bajo sistemas totalitarios en que toda comunicación al exterior debe pasar necesariamente por un sistema de control.



*Fig. 1.14. Central telefónica manual*

### **1.9.2 Características generales de los sistemas de cable**

Los sistemas de cable ofrecen ventajas y desventajas respecto a los sistemas radioeléctricos de comunicaciones. Entre las ventajas se tiene que la energía electromagnética está confinada por el cable con lo que los problemas de interferencia se reducen considerablemente y es posible tener dos sistemas paralelos de cable que utilizan el mismo espectro de frecuencias sin interferirse, lo que no es posible con sistemas radioeléctricos en que la energía no está confinada estrictamente a un espacio físico determinado. Cabe aclarar aquí que el término *cable* se utiliza aquí de forma genérica, tanto para una línea de uno o dos hilos como para un cable coaxial, pero no para designar otros medios de transporte confinado de la energía electromagnética, como las guías de onda o las fibras ópticas.

Los sistemas de cable, por otra parte, requieren de una infraestructura física compleja y costosa, bien sea que se instalen en postes o se canalicen de forma subterrá-

nea. El tendido de sistemas de cable con frecuencia requiere de negociaciones con los propietarios de los terrenos por los que debe pasar, lo que no ocurre con los sistemas radioeléctricos. En cualquier caso, cada tipo de sistema encuentra un vasto campo de aplicaciones y no puede hablarse estrictamente de que uno sea mejor que otro.

Una característica importante de los cables es su *atenuación* en función de la frecuencia. Esto es consecuencia de su resistencia intrínseca y del efecto pelicular (véase capítulo 3). Esto obliga a emplear técnicas de ecualización, de modo que la atenuación sea uniforme en toda la banda de frecuencias que transporte el cable. En el caso particular de la telefonía esta ecualización se consigue mediante la inserción de bobinas cada 800 m aproximadamente y esta técnica se designa como *pupinización*, en honor de su inventor, Michel Pupin. También es necesario introducir *amplificadores de línea* para compensar la atenuación.

### 1.9.3 Tipos de cables

Para el caso que aquí nos ocupa, desde el punto de vista de una introducción a los sistemas de comunicaciones por cable, podemos clasificar los cables metálicos en dos tipos:

**Cable telefónico de pares.** En telefonía, la conexión entre la central y el abonado se realiza mediante dos hilos conductores, es decir un par. Puesto que el número de abonados a una central es considerable, la instalación de estas líneas en postes no resulta práctico, por que se emplean cables de pares múltiples o multipar, como los ilustrados en la figura 1.15.

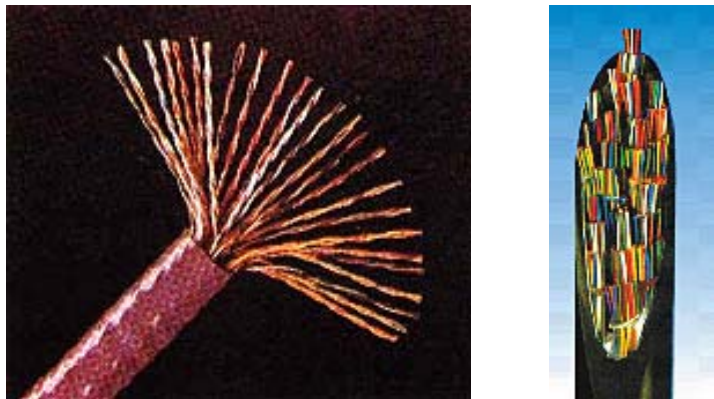


Fig. 1.15. Dos tipos de cables multipar.

Estos cables conectan la central con cajas localizadas en el vecindario de los abonados y, de estas cajas se hace la distribución a los abonados mediante líneas individuales. Este tipo de cables, en forma de manguera puede contener hasta de varios miles de pares.

**Cables coaxiales.** Estos cables tienen anchos de banda considerablemente mayores que las líneas de pares, hasta del orden de 1 GHz, como es el caso de las líneas utilizadas en los sistemas de televisión por cable. Un cable coaxial es cilíndrico, con un conductor en el centro, rodeado por un conductor externo y separados por un dieléctrico que puede ser sólido, de aire, u otro gas, como se ilustra en la figura 1.16. Estas líneas se tratan con mayor amplitud en el capítulo 9.

En banda base, una línea de pares sólo puede transportar una señal o canal de voz. Sin embargo, mediante técnicas de multiplexado que se tratan en el capítulo 5, es posible transportar por una de estas líneas hasta 12 o 24 canales. En cables coaxiales, esta capacidad aumenta hasta más de 1200 canales telefónicos, cada uno de 3.4 kHz de ancho de banda, o hasta unos 50 o más canales de televisión analógica de 8 MHz de ancho de banda cada uno.

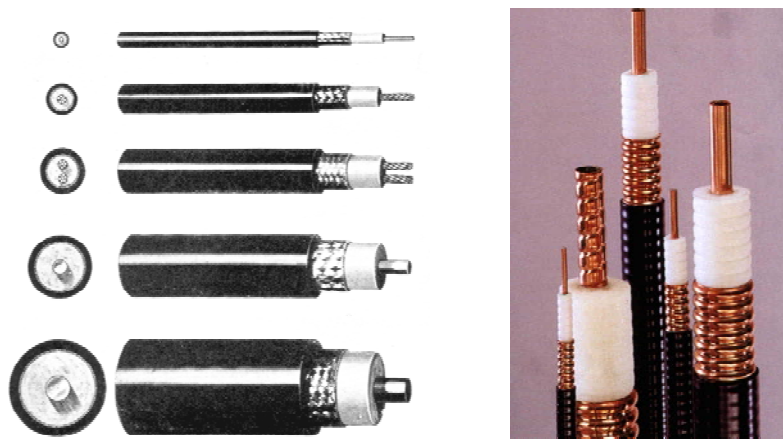


Fig. 1.16. Cables coaxiales con dieléctrico sólido

Los sistemas de cable pueden usarse para interconectar centros de comunicaciones, por ejemplo, centrales telefónicas, o bien pueden usarse para conectar a un gran número de usuarios. En cualquier caso, las señales se inyectan en un extremo del cable con el nivel de potencia y tipo de modulación adecuados y se transportan por uno o varios cables principales designados como *troncales*. De estas troncales se extraen las señales para su distribución a los usuarios o abonados del sistema,

mediante circuitos de distribución. Es claro que los amplificadores de línea deben compensar también las atenuaciones o pérdidas introducidas por los distribuidores.

## 1.10. Comunicaciones por Satélite

Desde los inicios de la llamada “era espacial”, con la puesta en órbita del primer satélite artificial, el *Sputnik I* en 1957, hace ya prácticamente medio siglo, los avances han sido impresionantes y sus aplicaciones abarcan tanto aspectos civiles como científicos y militares. Los satélites de comunicaciones tienen varias características importantes<sup>13</sup>. Una, su considerable ancho de banda y, otra, la posibilidad de cobertura global. Hay que mencionar que el tema de comunicaciones por satélite es muy amplio y no es posible abarcarlo en esta introducción a los sistemas de telecomunicación, por lo que aquí nos limitaremos únicamente a dar una visión panorámica, necesariamente superficial.

### 1.10.1 La órbita geostacionaria

En la actualidad, prácticamente todos los satélites de comunicaciones se sitúan en la *órbita geostacionaria*, de modo que el satélite aparece como un punto fijo en el firmamento. Para que un satélite aparezca como un punto fijo sobre la superficie terrestre es necesario que se sitúe en una órbita circular sobre el ecuador y que su período de traslación sea exactamente igual al de rotación de la tierra, es decir de un día sideral.

El período de un satélite en órbita elíptica terrestre está dado por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{A^3}{\mu}}$$

Donde  $A$  es el semieje mayor de la elipse y  $\mu$  es la constante gravitacional,  $3.99 \times 10^5 \text{ km}^3/\text{s}^2$ . Para la órbita circular geostacionaria es necesario que el período de traslación del satélite sea igual al de rotación de la tierra, es decir, 23h, 56 min, 4.09 s, a una altura de 35803 km en el plano ecuatorial. En otros planos, a esta

---

<sup>13</sup> Pritchard, W. L. *Satellite Communication – An Overview of the Problems and Programs*. Proc. IEEE, Vol. 65, pp. 294-307, Mar. 1977.

altura, el satélite puede designarse como *geosíncrono*<sup>14</sup>, pero no aparecerá estacionario sino que la trayectoria que se apreciará desde la superficie terrestre será describiendo figuras en forma de ocho. Una estación terrestre puede trabajar con un satélite en órbita geoestacionaria o con varios si su antena tiene haces múltiples, sin necesidad de sistemas de seguimiento o de conmutación.

Aunque los orígenes de la idea de las comunicaciones satélite por satélite es oscura, tradicionalmente se atribuye a Arthur C. Clarke<sup>15</sup>, conocido escritor de ficción científica, la proposición de un sistema de satélites en órbita geoestacionaria, para conseguir cobertura mundial. Se pueden configurar tres posiciones para conseguir una cobertura casi total de la tierra con satélites geoestacionarios, a excepción de las regiones polares. *Intelsat*<sup>16</sup>, organismo en el que participan más de cien países es, desde su fundación en 1964, el mayor operador de servicios de comunicaciones por satélite, con una considerable flota de satélites situados en órbita geoestacionaria, con separación de 120° entre ellos y localizados sobre los océanos Atlántico, Pacífico e Indico.

La órbita geoestacionaria es única en el sentido de que su radio es independiente de la masa del satélite, por lo que todos los satélites geoestacionarios de comunicaciones tienen que situarse en ella en posiciones asignadas a cada país, que se coordinan internacionalmente por la UIT. Las antenas terrestres para comunicación con estos satélites no requieren de sistemas de seguimiento y se mantienen fijamente apuntando al satélite. Las comunicaciones, en principio, pueden mantenerse de forma continua durante las veinticuatro horas.

### 1.10.2 Cobertura

Una posible clasificación de los satélites de comunicaciones es en términos de su cobertura. En términos generales puede hablarse de cobertura regional o hemisférica y depende de la configuración de las antenas a bordo del satélite, como se ilustra en la figura 1.17 para el caso de cobertura regional.

En este caso la antena a bordo del satélite, que cumple las funciones de receptora y transmisora, debe mantenerse absolutamente rígida, ya que cualquier desviación de ésta, considerando la distancia entre la tierra y el satélite, haría que el satélite dejara de apuntar a la zona deseada.

---

<sup>14</sup> Los términos *geoestacionario* y *geosíncrono* suelen tomarse con frecuencia como equivalentes. Estrictamente hablando, una órbita geosíncrona es aquella con un período igual a un día terrestre, pero un satélite en ella no es necesariamente geoestacionario.

<sup>15</sup> Clarke, A.C. "Extraterrestrial Relays". *Wireless World*, October 1945. pp. 305-308.

<sup>16</sup> *International Telecommunications Satellite Consortium*.

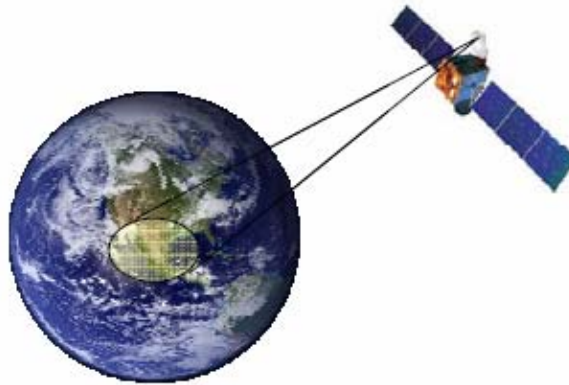


Fig. 1.17. Cobertura de un satélite.

En el caso de cobertura hemisférica el ancho del haz de la antena debe iluminar toda la porción visible de la tierra, con lo que el ángulo de abertura del haz debe ser de unos  $18^\circ$ . Las regiones polares en un radio de unos  $5^\circ$  quedan fuera de la cobertura del satélite.

Una vez que el vehículo espacial alcanza su posición en la órbita geoestacionaria, su posición debe mantenerse fija, a fin de que su antena o antenas, altamente direccionales apunten siempre en la dirección deseada. Sobre el satélite actúan diferentes fuerzas tales como el gradiente gravitacional, es decir, la diferencia en la atracción gravitacional causado por la diferencia de distancia del centro de masa de la tierra a las diversas partes del vehículo, el campo magnético terrestre, la presión de la radiación solar y el movimiento no compensado de los motores inerciales, engranajes y palancas. Aunque dichas fuerzas sean pequeñas, actúan de forma continua sobre el vehículo y es necesario compensarlas o corregirlas.

La forma más simple de estabilización es giroscópica, en que el vehículo completo gira alrededor de su eje vertical como una peonza a una velocidad de 30 a 100 rpm. Esto hace que el satélite se comporte como un volante giroscópico con elevado momento de inercia que le proporciona rigidez en la posición. Sin embargo esto obliga a que las antenas tengan rotación opuesta (*despun*), es decir, localizadas en una plataforma de, relativamente, baja inercia, de modo que el efecto total sea que la antena apunte su haz de forma estacionaria hacia la tierra.

Un satélite no estabilizado giroscópicamente y apuntando a una región fija en la tierra como se ilustra en la figura, tiene tres tipos de movimiento, similares a los de

un barco navegando: desviación, cabeceo y rotación<sup>17</sup>. La desviación sería en este caso en el plano horizontal, semejante a las desviaciones de la proa de un barco respecto a una dirección fija. El cabeceo sería en este caso en el plano vertical, similar al cabeceo de un barco cuando la proa y la popa suben y bajan mientras navega. Finalmente, la rotación sería lateral, perpendicular a la dirección de apuntamiento, como en el caso de un barco sujeto a oleaje lateral que se inclinara de babor a estribor.

Los satélites estabilizados en tres ejes tienen pequeños volantes giratorios, llamados volantes de reacción o de momento, que giran para mantener al satélite en la posición deseada respecto a la tierra y al sol. Si los sensores del satélite detectan desviaciones respecto a la posición correcta, los volantes de reacción aumentan o reducen su velocidad para regresar al satélite a la posición correcta. Algunos vehículos utilizan también pequeños impulsores de propulsión, para proporcionar empujes suaves y corregir así los desvíos de posición. Tanto este sistema como el de estabilización giroscópica tienen ventajas y desventajas. En la actualidad los satélites de comunicaciones tienden más a ser del tipo de estabilización por tres ejes que giroscópica. Una ventaja de los satélites estabilizados por tres ejes es que pueden desplegar paneles solares de gran tamaño, por ejemplo de hasta 20 metros de longitud, una vez que se encuentran en su posición orbital y generar más energía que los satélites cilíndricos giratorios.

### 1.10.3 Suministro de energía

La fuente primaria de energía en los satélites de comunicaciones son las celdas solares de silicio. Estas pueden estar fijas al cuerpo del vehículo espacial o montadas de forma que puedan orientarse continuamente para capturar la máxima energía del sol.

Durante los equinoccios de primavera y otoño, en que la desviación del eje terrestre es menor que en los solsticios, los satélites geoestacionarios quedan eclipsados por la tierra, alrededor de 70 minutos por día, dependiendo de la inclinación de la órbita y del número de días anteriores o posteriores al equinoccio. Para mantener el funcionamiento durante esos períodos, es necesario utilizar baterías. El peso de las baterías es importante y constituye un serio compromiso entre la potencia, el peso y el rendimiento. Los satélites actuales de comunicaciones pueden consumir hasta varios kw a pleno funcionamiento, por lo que las baterías no pueden proporcionar toda la potencia necesaria durante los eclipses. En esos intervalos las baterías su-

---

<sup>17</sup> Los respectivos términos en inglés son *yaw*, *pitch* y *roll*.

ministran la energía necesaria a los circuitos de mayor prioridad a bordo del satélite, dejando de funcionar los de menor prioridad.

#### 1.10.4 El sistema de comunicaciones

Un satélite de comunicaciones es, básicamente, un repetidor o retransmisor que, en el caso del satélite se designa como *transpondedor* y que en su configuración más simple puede representarse esquemáticamente mediante la figura 1.18 y cuya arquitectura es, prácticamente, la misma de los retransmisores empleados en sistemas radioeléctricos terrestres de comunicaciones. En el caso de comunicaciones por satélite se habla de dos segmentos: ascendente y descendente<sup>18</sup>. El primero corresponde a la señal transmitida desde tierra hacia el satélite y el segundo a la señal transmitida del satélite a la tierra.

La señal ascendente, procedente de la tierra y en una determinada banda de frecuencias, es amplificada y trasladada a otra banda de frecuencias, para ser de nuevo amplificada hasta un nivel suficiente para su transmisión hacia tierra.

La razón de utilizar dos bandas de frecuencias diferentes para la señal de entrada y la de salida es la misma que en el caso terrestre y es evitar la retroalimentación que causaría que el sistema oscilara o quedara interferido haciendo inútil la comunicación.

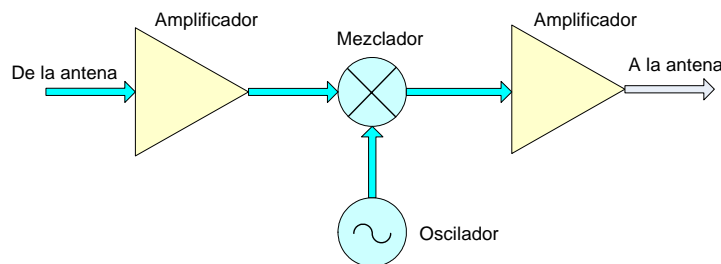


Fig. 1.18. Diagrama esquemático simplificado de la porción de radio de un satélite de comunicaciones.

En las comunicaciones por satélite, la frecuencia del enlace ascendente es superior a la del enlace descendente. La razón de esto es que, en las bandas de frecuencias empleadas en las comunicaciones por satélite, casi todas superiores a 3 GHz, la atenuación por distancia es considerable y mayor cuanto mayor sea la frecuencia, además de otros efectos que contribuyen a la atenuación como la atenuación por

<sup>18</sup> Uplink y downlink.

hidrometeoros, en particular la lluvia<sup>19</sup> y la absorción por gases atmosféricos vapor de agua. La potencia del transmisor a bordo del satélite está limitada principalmente por la fuente de energía, además de otros factores como el peso y el volumen del amplificador de potencia, en tanto que la potencia transmitida desde tierra puede ser tan alta como sea necesario para llegar al satélite con un nivel adecuado. Como consecuencia de lo anterior, es preferible que la frecuencia del enlace ascendente sea mayor que la del descendente, al que la atenuación será algo menor. Las bandas de frecuencias asignadas a los servicios de comunicaciones por satélite están definidas por el Reglamento de Radiocomunicaciones de la Unión Internacional de Comunicaciones (UIT) y como ejemplo, a continuación se muestran las frecuencias utilizadas para servicios fijos de comunicaciones por satélite<sup>20</sup>.

Hay algunas otras bandas, relativamente estrechas, asignadas también a los servicios fijos de comunicaciones por satélite, en particular, alrededor de 2.6, 3.6 y 6.6 GHz, así como bandas anchas por encima de 30 GHz, si bien estas bandas son poco usadas actualmente.

Enlace ascendente	Enlace descendente
5.85 -6.425 GHz	3.625 – 4.2 GHz
6.725 – 7.025 GHz	10.7 – 10.95 y 11.2 – 11.45 GHz
14.0 – 14.5 GHz	10.95 – 11.2 y 11.45 – 11.7 GHz
27.5 – 29.5 GHz	17.7 – 19.7 GHz
29.5 – 30 GHz	19.7 – 20.2 GHz

Adicionalmente hay otras bandas asignadas para sistemas móviles comunicaciones y reservadas para satélites que no están en órbitas geoestacionarias, entre se encuentran algunas para comunicaciones marítimas, aéreas y terrestres.

El número de transpondedores a bordo de éste, determina el ancho de banda y depende de la aplicación a que se destine el satélite. Así, algunos satélites, de los

<sup>19</sup> Hogg, D.C. and Chu, T.-H. *The Role of Rain in Satellite Communications*. Proc. IEEE, Vol. 63, pp. 1308-1331, Sept. 1975.

<sup>20</sup> Pascall, S.C. *Communication Satellites and Systems*, Cap. 58, en *Telecommunications Engineer's Reference Book*. F. Mazda, Editor. Focal Press, 2001.

lanzados en 2005, el Galaxy tiene 15 transpondedores y el AMC-12, de la empresa SES Americom<sup>21</sup> tiene 72, de los cuales el consorcio Astra utiliza 33 (Astra 4A). Cada transpondedor tiene un ancho de banda de 36 MHz, capaz de transportar un canal de televisión analógica y hasta de cinco a diez de televisión digital<sup>22</sup>, o varios miles de canales de voz o datos. La modulación utilizada en los transpondedores es en frecuencia (FM) para las señales analógicas, o bien QPSK y 8PSK para las digitales. El ancho de banda de los transpondedores no es necesariamente el mismo y algunos de éstos pueden tener anchos de banda hasta de más de 100 MHz.

La cantidad de transpondedores a bordo del satélite hace necesaria una gestión adecuada de los mismos, por lo que además de éstos se tienen circuitos para la canalización adecuada de las señales a bordo del satélite. Además, en un momento dado es posible que no todos los transpondedores están ocupados con tráfico y mantenerlos encendidos representa un consumo innecesario de potencia. Otro aspecto a considerar en el diseño del satélite es la previsión de que alguno o algunos de los transpondedores pueden fallar, por lo que es necesario contar con transpondedores de reserva para estos casos, de modo que el tráfico pueda canalizarse del transpondedor averiado a uno de reserva o a otro que no esté siendo utilizado o que maneje tráfico de menor prioridad. El sistema es, básicamente, muy similar al empleado en los radioenlaces terrestres de microondas.

### **1.10.5 Potencia radiada por el satélite**

Como se verá en el capítulo 10, la potencia radiada está dada por el producto de la potencia de entrada a la antena, multiplicada por la ganancia de la antena. La potencia de entrada a la antena es la suministrada por el amplificador final del transpondedor, de tal manera que la potencia radiada debe ser suficiente para recibir en tierra una señal de buena calidad, o dicho más correctamente, con una relación señal a ruido elevada.

Los amplificadores de potencia en el satélite suelen utilizar en su mayoría tubos de onda progresiva (TWT), estos TWT son válvulas de vacío capaces de funcionar a frecuencias de microondas. En los inicios de las comunicaciones por satélite estos dispositivos podían proporcionar potencias del orden de 6 a 10 w y, actualmente los desarrollos realizados permiten obtener potencias hasta del orden de 100 w, dependiendo de la frecuencia, de modo que la potencia suministrada a la antena, dependiendo del satélite, puede situarse en ese rango. Para conseguir radiar una

---

<sup>21</sup> <http://www.ses-amicom.com/amicom/siteSections/tools/index.php>

<sup>22</sup> <http://www.samhassan.com/Satellite.html>

potencia elevada es necesario utilizar antenas muy directivas, de ganancia elevada, del orden de 40 dB o más en la banda  $K_u$ . Una ganancia de 40 dB significa que la potencia radiada en la dirección deseada será  $10^4$  o diez mil veces la potencia suministrada a la antena, de modo que si ésta es de sólo 10 w, hacia la tierra se radiará el equivalente a  $10 \times 10^4 = 100000$  watts (véanse capítulos 2 y 10 para una explicación más amplia de este tema) y, con eso se consigue en tierra una recepción satisfactoria.

En los primeros satélites, la cobertura era hemisférica mediante un solo haz radiado por la antena, sin embargo el desarrollo de éstas ha hecho posible la radiación en varios haces y aún la conformación de éstos de acuerdo a la forma de la región geográfica que se cubre con la señal. Así por ejemplo un satélite como *Hispasat* radia varios haces, uno dirigido a la Península Ibérica, otro a las Islas Canarias y otros hacia el continente americano.

### 1.10.6 Vida útil

Actualmente la vida útil de los satélites más recientes se estima superior a los 15 años. En la vida útil influyen, además de las posibles averías, una serie de factores como el deterioro de las celdas solares y, de manera importante, el agotamiento del combustible necesario para mantener la posición del satélite de forma precisa. Cuando el combustible se agota, el satélite ya no puede corregir la deriva causada por los campos gravitatorios de la tierra, el sol, la luna y otros cuerpos en órbita así como la presión de la radiación solar y queda en tales condiciones, inútil para las comunicaciones.

Según se mencionó, la órbita geoestacionaria es única y esta a unos 36000 km de la superficie terrestre, de modo que todos los satélites de comunicaciones tienen que situarse en esa órbita. En otras palabras, la órbita geoestacionaria equivale a un estacionamiento con un número limitado de plazas y constituye por tanto un recurso limitado. Actualmente hay miles de objetos en dicha órbita, la mayor parte “basura espacial” que incluye tanto satélites inoperativos como restos de cohetes. Teniendo que los viajes espaciales tripulados, con excepción del Proyecto Apolo a la luna a finales de la década de 1960 y años siguientes, no alcanzan órbitas superiores a unos centenares de kilómetros de la tierra, los satélites de comunicaciones, hasta ahora y en el futuro previsible, no pueden ni recuperarse ni repararse en órbita, de modo que constituyen literalmente basura.

**Cuestiones para repaso**

- 1.1. ¿Qué se entiende por comunicación?
- 1.2. ¿Qué se entiende por información?
- 1.3. ¿Por qué es necesario modular la señal en banda base para su transmisión por un canal de radio?
- 1.4. ¿Qué instrumento se utiliza para medir las señales en el dominio del tiempo?
- 1.5. ¿Qué instrumento se utiliza para medir las señales en el dominio de frecuencia?
- 1.6. ¿Qué se entiende por ancho de banda?
- 1.7. ¿Qué diferencia hay entre un mezclador y un conversor?
- 1.8. ¿Cuáles son las principales componentes de un sistema de comunicaciones?
- 1.9. ¿Qué se entiende por distorsión y qué tipos hay?
- 1.10. ¿Qué tipos de señales indeseables ocurren en los sistemas de comunicaciones?
- 1.11. ¿Qué tipo de ruido está siempre presente en todos los sistemas de comunicaciones?
- 1.12. ¿Cómo debe ser la función de transferencia de un sistema para que la transmisión sea sin distorsión?
- 1.13. ¿Qué propósito tiene la ecualización?
- 1.14. ¿Qué se entiende por “radio”?
- 1.15. ¿Qué diferencia hay entre una onda sonora y una onda electromagnética?.  
¿Pueden ambas ser de la misma frecuencia?
- 1.16. ¿Qué rango de frecuencias abarca el espectro de radiofrecuencia?

- 1.17. ¿Qué organismo internacional se encarga de gestionar el espectro de frecuencias?
- 1.18. Explique algunas de las razones por las que el teléfono no pudo desarrollarse sino hasta más de treinta años después del telégrafo.
- 1.19. ¿Qué ventajas y desventajas tienen los sistemas de comunicaciones or cable respecto a los sistemas radioeléctricos?
- 1.20. ¿En qué consiste, básicamente, la ecualización en un sistema de cable?
- 1.21. ¿En que forma se consigue la ecualización en el caso particular de los cables o líneas telefónicas.
- 1.22. Mencione diferencias importantes entre los sistemas de cables de pares y de cables coaxiales.
- 1.23. ¿Qué características tiene la órbita geoestacionaria?
- 1.24. ¿Qué es un transpondedor?
- 1.25. ¿Cuáles son las principales bandas de frecuencias que utilizan los satélites civiles de comunicaciones?
- 1.26. ¿Qué tipos de cobertura se pueden tener con los satélites de comunicaciones?.
- 1.27. ¿Qué formas de estabilización se emplean para los satélites en órbita geoestacionaria?.
- 1.28. Explique en qué forma se obtiene la energía para alimentar un satélite.
- 1.29. Por qué razón la frecuencia del canal ascendente es superior a la del descendente.
- 1.30. ¿Cuáles son los componentes básicos de un transpondedor?
- 1.31. ¿Qué diferencia hay entre la potencia radiada por un satélite y la potencia de salida de un transpondedor?
- 1.32. ¿De qué depende la vida útil de un satélite?



## Capítulo 2

### Magnitudes Logarítmicas

#### Introducción

En este capítulo introduciremos algunos conceptos muy utilizados en los sistemas de comunicaciones. Inicialmente se tratan las unidades logarítmicas que se emplean extensamente y, aunque al principio pueden resultar algo extrañas, es necesario que el estudiante se familiarice con ellas y se acostumbre a utilizarlas de manera habitual. Las unidades logarítmicas se empezaron a usar principalmente en los sistemas telefónicos y por ello, conservan aún ciertas connotaciones en ese contexto. Se introducen también algunos conceptos básicos relacionados con el ruido y aunque este tema se trata con mayor amplitud en el capítulo 8, es conveniente tener presente que los efectos del ruido son inevitables en cualquier sistema de comunicaciones y su cuantificación es indispensable en el cálculo de cualquier sistema.

#### 2.1 Unidades Logarítmicas

En los sistemas de comunicaciones es práctica común utilizar magnitudes logarítmicas en lugar de las magnitudes a que estamos acostumbrados. Hay, entre otras, dos razones para ello, una de carácter histórico que se remonta a los orígenes de la telefonía, en que se observó que la respuesta del oído humano a la intensidad sonora es de tipo logarítmico y otra de carácter práctico, ya que en comunicaciones se manejan magnitudes de voltaje, corriente y potencia en rangos muy amplios, por ejemplo, el voltaje de entrada a un receptor puede ser de unas fracciones de microvoltio y la salida, de varios voltios, lo que representa un rango de la señal de más de seis órdenes de magnitud que hace muy difícil la representación gráfica en una escala lineal. Algo similar ocurre con los rangos de potencia, corriente y frecuencia que se manejan en comunicaciones.

Siempre que se expresa una magnitud, ya sea dimensional o adimensional, se hace refiriéndola a una unidad de medida. Así, si se dice que un objeto tiene una longitud de 10 m, esto significa que es diez veces más largo que la unidad de medida empleada, en este caso 1 m. Si se dice que la ganancia de voltaje de un amplificador es de 20, esto quiere decir que la magnitud del voltaje de salida es 20 veces mayor que el voltaje de entrada. En el primer caso, la unidad de referencia fue 1 m; en el segundo, la ganancia se expresa sólo mediante una cifra sin dimensiones.

### 2.1.1 Relaciones logarítmicas de potencia

La relación logarítmica entre dos potencias, en *bels* puede definirse como:

$$P_{LOG} = \log_{10} \left( \frac{W}{W_{ref}} \right) \text{ bels} \quad (2.1)$$

Donde  $W$  es la potencia en watts, miliwatts, etc. y  $W_{ref}$  es el valor de potencia usada como referencia. La expresión anterior no se utiliza y, en su lugar es más común la expresión de *decibeles*:

$$P_{dB} = 10 \log_{10} \left( \frac{W}{W_{ref}} \right) \text{ decibeles (dB)} \quad (2.2)$$

En lo sucesivo, omitiremos la designación  $\log_{10}$  y usaremos simplemente  $\log$ , ya que en todos los casos se trata de logaritmos base 10. Cuando se trate de logaritmos naturales se usará la designación  $\ln$ . Aunque la potencia de referencia puede ser cualquiera, lo común es utilizar como tal 1 w, 1 mw ( $10^{-3}$  w), 1 pw ( $10^{-9}$  w) y 1 Kw ( $10^3$  w), lo que da lugar a las siguientes designaciones:

$dBw$  → Nivel de potencia en dB, referido a 1 w.

$dBm$  → Nivel de potencia referido a 1 mw.

$dBpw$  → Nivel de potencia referido a 1 pw.

$dBKw$  → Nivel de potencia referido a 1 Kw

Cuando se expresan niveles de potencia en dB, es necesario especificar las unidades de referencia utilizadas en las abreviaturas anteriores. Así, si se expresa que el nivel de potencia en un punto de un circuito es de, por ejemplo 8.5 dB, tal designación es errónea, ya que no puede saberse si esos 8.5 dB están referidos a 1 watt, a un miliwatt o a qué otro valor. La designación en dB sólo puede emplearse cuando se refiere a magnitudes adimensionales, por ejemplo la ganancia.

#### **Ejemplo 2.1**

Expresar en unidades logarítmicas (dB) 8.5 w.

Si se expresa en dBw se tendrá:

$$P_{dB} = 10 \log \left( \frac{8.5}{1 \text{ w}} \right) = 9.29 \text{ dBw}$$

En dBm:

$$P_{dB} = 10 \log_{10} \left( \frac{8.5 \times 10^3 \text{ mw}}{1 \text{ mw}} \right) = 39.29 \text{ dBm}$$

En dBKw:

$$P_{dB} = 10 \log_{10} \left( \frac{8.5 \times 10^{-3} \text{ Kw}}{1 \text{ Kw}} \right) = -20.71 \text{ dBKw}$$

y, finalmente, en dB pw:

$$P_{dB} = 10 \log_{10} \left( \frac{8.5 \times 10^{12} \text{ pw}}{1 \text{ pw}} \right) = 129.29 \text{ dBpw}$$

Del ejemplo anterior se puede observar lo siguiente:

- a) dBm = dBw + 30
- b) dBKw = dBw + 30
- c) dBpw = dBw + 120

Es fácil ver que si la potencia se duplica en unidades lineales, es decir, w, mw, etc., el valor en unidades logarítmicas aumenta 3 dB. Análogamente si la potencia se reduce a la mitad, equivale a restar 3 dB. Así, por ejemplo, expresar 8 w en unidades logarítmicas es muy fácil si se tiene en cuenta lo anterior. 8 w, equivale a  $1 \text{ w} \times 2 \times 2 \times 2$ , es decir, a duplicar tres veces la potencia, que equivale a sumar 3 dB 3 veces. En efecto:

$$P_{dB} = 10 \log (1 \times 2 \times 2 \times 2) = 10 \log (1) + 3 \log (2) = 9 \text{ dBw.}$$

Debe notarse también que el valor de la referencia en unidades logarítmicas *siempre corresponde a 0 dB*.

También conviene notar que multiplicar (o dividir) por 10 una potencia en unidades lineales, equivale a sumar (o restar) 10 dB en unidades logarítmicas. Así por ejemplo  $1 \text{ w} \rightarrow 0 \text{ dBw}$ ;  $10 \text{ w} \rightarrow 10 \text{ dBw}$ ,  $100 \text{ w} \rightarrow 20 \text{ dBw}$ ,  $0.1 \text{ w} \rightarrow -10 \text{ dBw}$ , etc.

### 2.1.2 Relaciones Logarítmicas de Voltaje

#### a) *Misma Impedancia*

Si los voltajes se miden sobre resistencias iguales,  $R$ , la relación (2) puede expresarse como:

$$10 \log \left( \frac{W}{W_{ref}} \right) = 10 \log \left( \frac{\frac{V^2}{R}}{\frac{V_{ref}^2}{R}} \right) = 10 \log \left( \frac{V^2}{V_{ref}^2} \right) = 20 \log \left( \frac{V}{V_{ref}} \right) \quad (2.3)$$

Es decir, cuando se trata de voltajes (o corrientes, siguiendo el mismo razonamiento), su expresión en dB es:

$$V_{dB} = 20 \log \left( \frac{V}{V_{ref}} \right) \quad (2.4)$$

#### b) *Impedancias diferentes*

En algunas aplicaciones, particularmente en telefonía, el voltaje de referencia se estipula como medido sobre una resistencia de  $600 \Omega$ . Así, se define el nivel de 0 dBV (V mayúscula), como el correspondiente a 1 voltio sobre una carga de  $600 \Omega$ . Si el voltaje se mide sobre una resistencia de otro valor, es necesario modificar la expresión (2.4). El punto de partida es la expresión logarítmica de la potencia (2.2).

$$\begin{aligned} 10 \log \left( \frac{W}{W_{ref}} \right) &= 10 \log \left( \frac{\frac{V^2}{R_2}}{\frac{V_{ref}^2}{R_1}} \right) = 10 \log \left[ \left( \frac{V}{V_{ref}} \right)^2 \frac{R_1}{R_2} \right] \\ &= 20 \log \left( \frac{V}{V_{ref}} \right) + 10 \log \left( \frac{R_1}{R_2} \right) \end{aligned} \quad (2.5)$$

En la relación anterior,  $R_1$  es la resistencia sobre la que se mide el voltaje de referencia. Esta relación se emplea principalmente en telefonía, en cuyo caso,  $R_1 = 600 \Omega$ . En radiocomunicación (2.15) se emplea muy poco y lo más frecuente es utilizar las relaciones logarítmicas de potencia.

También, en telefonía, las relaciones anteriores dan lugar a dos designaciones de las relaciones logarítmicas de voltaje que suelen dar lugar a confusión y que son las siguientes:

$dBV \rightarrow$  Con V mayúscula. El voltaje de referencia es un voltio sobre una impedancia resistiva pura de  $600 \Omega$ .

$dBv \rightarrow$  Con v minúscula. El voltaje de referencia es 1 V y se asume que  $R_1 = R_2$ , cualquiera que sea su valor.

También se tienen las siguientes designaciones para las relaciones logarítmicas de voltaje.

$dBmV \rightarrow$  El voltaje de referencia es 1 mV y las impedancias iguales.

$dB\mu V \rightarrow$  El voltaje de referencia es 1  $\mu V$  y las impedancias iguales.

### **Ejemplo 2.2**

El voltaje de señal a la entrada de un receptor es de 47 dB $\mu V$ . Calcular la potencia de entrada al receptor si su impedancia de entrada es de  $75 \Omega$ .

El voltaje de entrada en unidades lineales es:

$$47 \text{ dB}\mu V = 20 \log \left( \frac{V_{in}}{1 \mu V} \right)$$

$$V_{in} = \log^{-1} \left( \frac{47}{20} \right) \mu V = 10^{-\left(\frac{47}{20}\right)} = 223.87 \mu V$$

Donde  $\log^{-1}$  representa el logaritmo inverso o antilogaritmo y no debe confundirse con el inverso del logaritmo. La potencia de entrada puede calcularse ahora como:

$$W_{in} = \frac{V_{in}^2}{Z_{in}} = \frac{(223.87 \times 10^{-6})^2}{75} = 6.63 \times 10^{-10} \text{ watt}$$

Y, en unidades logarítmicas

$$\begin{aligned} W_{in} \text{ (dB)} &= 10 \log(6.63 \times 10^{-10}) \\ &= -91.78 \text{ dBw} \\ &= -61.78 \text{ dBm} \\ &= -31.78 \text{ dB}\mu w \end{aligned}$$

### 2.1.3 Relaciones logarítmicas de intensidad de campo eléctrico

Para la intensidad de campo eléctrico se siguen las mismas reglas que para el voltaje. En este caso, se parte de la relación entre la densidad de flujo de potencia de una onda electromagnética y la intensidad de campo, dada por:

$$S = \frac{E^2}{Z_0} \text{ watt/m}^2 \quad (2.6)$$

Donde  $E$  es la intensidad de campo eléctrico en volt/m y  $Z_0 = 120\pi \Omega$  ( $377 \Omega$ ) es la impedancia del espacio libre.

Siguiendo un razonamiento igual al de la sección 2.2, se definen las siguientes unidades logarítmicas para la intensidad de campo:

$dBV/m \rightarrow$  La intensidad de campo de referencia es de 1 V/m.

$dBmV/m \rightarrow$  La referencia es 1 mV/m.

$dB\mu V/m \rightarrow$  La referencia es 1  $\mu$ V/m.

En los capítulos referentes a Antenas y Propagación se tratará el empleo de estas unidades con mayor amplitud.

## 2.2 Ganancia

La ganancia expresa numéricamente la relación entre los niveles de potencia, voltaje o corriente de salida y entrada de un circuito o sistema. Así, se puede hablar de ganancia de potencia, de voltaje o de corriente. La ganancia es adimensional y puede expresarse también de forma logarítmica. Para la ganancia de potencia:

$$G(dB) = 10 \log \left( \frac{W_o}{W_i} \right) \text{ dB} \quad (2.7)$$

Donde  $W_o$  indica la potencia de salida y  $W_i$  la de entrada. Esta expresión es igual que (2.2) en que ahora la potencia que se usa como referencia es la potencia de entrada. Cuando una magnitud no tiene dimensiones, su expresión logarítmica es en dB. De acuerdo a esto, es incorrecto expresar una ganancia en dBw, dBv, etc. Aquí designaremos a la ganancia de potencia con la letra  $G$ , en tanto que a la ga-

nancia de voltaje, la designaremos como  $G_v$ . La ganancia de voltaje (o de corriente,  $G_i$ ) en forma logarítmica está dada por:

$$G_v(dB) = 20 \log \left( \frac{V_o}{V_i} \right) \text{ dB} \quad (2.8)$$

### 2.2.1 Ganancia de sistemas en cascada

En la figura 2.1 se ilustra un sistema en cascada en que la salida de cada bloque se conecta a la entrada del siguiente.

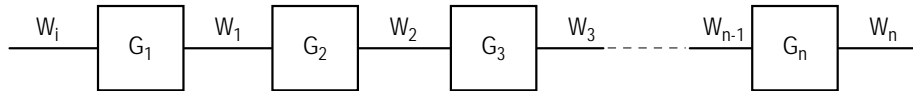


Fig. 2.1. Sistema en cascada.

En el sistema anterior, la ganancia total, en magnitudes lineales, está dada por:

$$G = \frac{W_n}{W_i} \quad (2.9)$$

Ahora bien:

$$W_1 = W_i G_1$$

$$W_2 = W_1 G_2 = W_i G_1 G_2$$

$$W_3 = W_2 G_3 = W_i G_1 G_2 G_3$$

.....

$$W_n = W_{n-1} G_n = W_i G_1 G_2 G_3 \dots G_n$$

Con lo que, de (2.9)

$$G = G_1 G_2 G_3 \dots G_n \quad (2.10)$$

En magnitudes lineales, la ganancia total de un sistema en cascada es igual al producto de las ganancias de cada uno de los bloques. La relación es igualmente válida si se trata de amplificadores ( $G > 1$ ) o de atenuadores ( $G < 1$ ).

Si la ganancia se expresa en unidades logarítmicas, utilizando (2.7), se tiene que:

$$G(dB) = G_1(dB) + G_2(dB) + G_3(dB) + \dots + G_n(dB) \quad (2.11)$$

Si un bloque es amplificador, la ganancia correspondiente, en dB, será mayor que cero (recuérdese que el valor de  $G_k = 1$ , corresponde al de  $G_k(dB) = 0$ ). Si el blo-

que es un atenuador, la ganancia será menor que 1 y, expresada en unidades logarítmicas tendrá valor negativo.

### 2.2.2 Atenuación

Según se mencionó antes, la ganancia de un atenuador es inferior a 1 y, por consecuencia, la potencia de salida es inferior a la de entrada. En unidades logarítmicas, dicha ganancia es negativa. Sin embargo, es frecuente expresar la atenuación logarítmica como una cantidad positiva,  $L$ , tal que:

$$L = -G \quad (2.12)$$

En estas condiciones, la ganancia total de un sistema en cascada está dada por:

$$G(\text{dB}) = \sum_k G_k - \sum_j L_j \quad (2.13)$$

### Ejemplo 2.3

El sistema de la figura 2.2 está formado por dos amplificadores de 20 y 15 dB de ganancia respectivamente, conectados mediante una línea de 12 km de longitud, cuya atenuación es de 2 dB/km. Calcular la potencia entregada a la salida, si la potencia de entrada es de 4 dBm. Calcular también el voltaje entregado a la carga si ésta es una resistencia pura de 150  $\Omega$ .

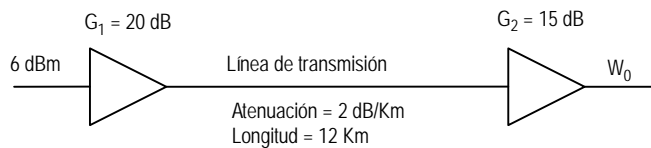


Fig. 2.2.

Primero es necesario calcular la atenuación total introducida por la línea:

$$L = 2 \text{ dB/Km} \times 12 \text{ Km} = 24 \text{ dB}$$

El sistema de la figura 2.2 puede representarse ahora como:

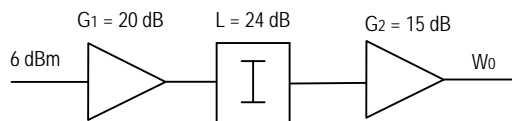


Fig. 2.3.

Donde la línea de transmisión se ha reemplazado por un atenuador. Aplicando ahora 2.12, la ganancia total del sistema es:

$$G(\text{dB}) = 20 + 15 - 24 = 11 \text{ dB}$$

y la potencia de salida:

$$W_0(\text{dBm}) = W_i(\text{dBm}) + G(\text{dB}) = 6 + 11 = 17 \text{ dBm}$$

Calculemos ahora el voltaje entregado a la carga de  $150 \Omega$ . Para ello es necesario convertir la potencia de salida en watts:

$$W_0(\text{mw}) = 10^{17/10} = 50.12 \text{ mw} = 0.05012 \text{ w}$$

$$V_0 = \sqrt{W_0 \times 150} = \sqrt{0.05012 \times 150} = 2.74 \text{ V}$$

## 2.3 Niveles relativos

### 2.3.1 dBr

A veces es conveniente referir los niveles logarítmicos de voltaje o potencia al nivel que se tiene en un punto determinado de un circuito o sistema. A este punto de *referencia*, se le asigna arbitrariamente el nivel de 0 dBr (dB relativos). En la literatura en inglés este nivel se designa también como 0 dB TL o 0 dB TLP (Test Level Point), es decir, el nivel de 0 dB relativos en el punto de prueba.

Supóngase el ejemplo de la figura 2.3, en que se toma como referencia el nivel de potencia en el punto B de la figura 2.4.

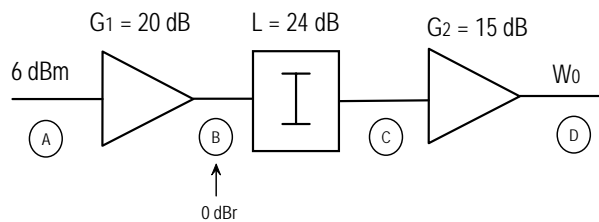


Fig. 2.4

El nivel absoluto en este punto es, como puede verse de los valores de la figura, de 26 dBm. Los valores absolutos y relativos en cada punto del sistema son, por consecuencia:

Punto	Nivel absoluto	Nivel relativo
A	6 dBm	-20 dBr
B	26 dBm	0 dBr
C	2 dBm	-24 dBr
D	17 dBm	-9 dBr

El nivel relativo en cualquier punto en un circuito expresa la ganancia o atenuación en dB, entre el punto de referencia de 0 dBr y el punto considerado.

### 2.3.2 dBm0

Representa el nivel absoluto, en dBm, medido en el punto de referencia de 0 dBr. La relación entre dBm, dBr y dBm0 es:

$$\text{dBm} = \text{dBm0} + \text{dBr} \quad (2.14)$$

## 2.4 Ruido<sup>1</sup>

El ruido, en su definición más amplia, se define como cualquier señal no deseada en un canal de comunicación y puede clasificarse como ruido térmico o de Johnson, ruido blanco, ruido rosa, ruido impulsivo, ruido de intermodulación, diafonía o modulación cruzada (crossmodulation), interferencia de tonos, etc. Aunque el tema de ruido se trata con mayor amplitud en el capítulo de Ruido, es importante tratar aquí algunas de sus características básicas para comprender mejor las unidades de medida utilizadas en los sistemas de comunicaciones, que se relacionan directamente con el ruido.

### 2.4.1 Ruido térmico

El ruido térmico es inevitable y está siempre presente en cualquier circuito o sistema de comunicación y es causado por la agitación térmica de los electrones. Su distribución espectral de energía es constante en todo el espectro, por lo que también se designa como *ruido blanco*, por analogía con la luz blanca que contiene

<sup>1</sup> El tema de ruido se trata con más amplitud en el capítulo 8.

componentes espectrales de todos los colores. Tiene carácter aleatorio y la distribución del voltaje o la corriente de ruido es de tipo gaussiano. La densidad espectral de potencia de ruido térmico está dada por:

$$N_0 = kT \quad \text{watt/hertz} \quad (2.15)$$

Donde  $k = 1.38 \times 10^{-23}$  J/K es la constante de Boltzmann y  $T$  la temperatura en kelvins.

En un ancho de banda de  $B$  Hz la potencia de ruido es:

$$N = kTB \quad \text{watt} \quad (2.16)$$

En unidades logarítmicas y, a la temperatura ambiente de referencia de 290 K, la expresión anterior tiene la forma:

$$N = -204 + 10 \log(B) \quad \text{dBw} \quad (2.17)$$

o bien,

$$N = -174 + 10 \log(B) \quad \text{dBm} \quad (2.18)$$

#### 2.4.2 Ruido impulsivo

El ruido impulsivo no es continuo y consiste de pulsos irregulares de corta duración y amplitud relativamente grande. Este tipo de ruido degrada las comunicaciones de voz sólo de forma marginal, es decir, no influye demasiado. Sin embargo, puede dañar severamente las comunicaciones de datos y aumentar considerablemente el número de errores en la comunicación. Algunas de las causas del ruido impulsivo en los canales de comunicaciones son los transitorios debidos a las conmutaciones por dispositivos electromecánicos o electrónicos, inducciones debidas a líneas cercanas de energía eléctrica cuando sufren conmutaciones, cercanía de circuitos telegráficos, etc.

#### 2.4.3 Ruido de intermodulación<sup>2</sup>

La intermodulación es el resultado de las no linealidades en los circuitos o sistemas que manejan señales de diferentes frecuencias. Los efectos no lineales dan como resultado la aparición de señales *espurias* a frecuencias diferentes a las de las señales originales cuyo efecto es semejante al del ruido térmico.

---

<sup>2</sup> El tema de intermodulación se trata con más amplitud en el capítulo 4.

#### 2.4.4 Diafonía

También se designa como *modulación cruzada* y resulta del acoplamiento entre circuitos que transportan señales o mensajes diferentes, por ejemplo, entre dos o más pares de hilos telefónicos físicamente próximos, que transportan diferentes mensajes de voz, de modo que en un circuito es posible escuchar la conversación del otro sin conexión física entre ellos. Aunque su naturaleza es diferente a la del ruido térmico o al de intermodulación, el efecto degradante que tiene sobre la comunicación suele tratarse como una forma de ruido.

### 2.5 Unidades de medida del ruido en sistemas telefónicos

La cuantificación, medida y control del ruido en los sistemas telefónicos es tan antigua como la propia telefonía. El efecto interferente del ruido en telefonía, y al decir telefonía, nos referimos aquí a la transmisión de voz, es función de la respuesta del oído humano a frecuencias específicas en el canal de voz, así como el tipo de transductores utilizados, es decir micrófonos y auriculares.

Cuando se definieron inicialmente las unidades de medida del ruido, se decidió que sería conveniente medir el efecto interferente relativo del ruido sobre el oyente con un número positivo. Inicialmente la empresa Bell System de los Estados Unidos, eligió como unidad de referencia el nivel de 1 pW ( $10^{-12}$  o 90 dBm) a una frecuencia de 1000 Hz. Los tonos con nivel inferior a éste son difícilmente audibles, de modo que la elección de este nivel como umbral da lugar a que todas las medidas utilizadas en telefonía son mayores que ese número y, por tanto, positivas.

#### 2.5.1 dBrn

Es el nivel, respecto a un ruido de referencia de  $-90$  dBm. Así 0 dBrn corresponde a  $-90$  dBm a 1000 Hz. La designación *rn* indica, precisamente, ruido de referencia (reference noise).

### 2.6 Ponderación

En las pruebas que se hicieron con diversos oyentes en los inicios de la telefonía, se encontró que cuando se utilizaba un tono senoidal de 500 Hz, su nivel tenía que aumentarse 15 dB para producir el mismo efecto interferente sobre el oyente promedio sobre el tono de referencia de 1000 Hz. A 3000 Hz era necesario un aumento de 18 dB sobre el tono de referencia, a 800 Hz, de 6 dB y así sucesivamente. La

curva que resulta de representar los efectos interferentes relativos, de tonos de diferentes frecuencias respecto al tono de referencia se designa como *curva de ponderación* y se muestra en la figura 2.5.

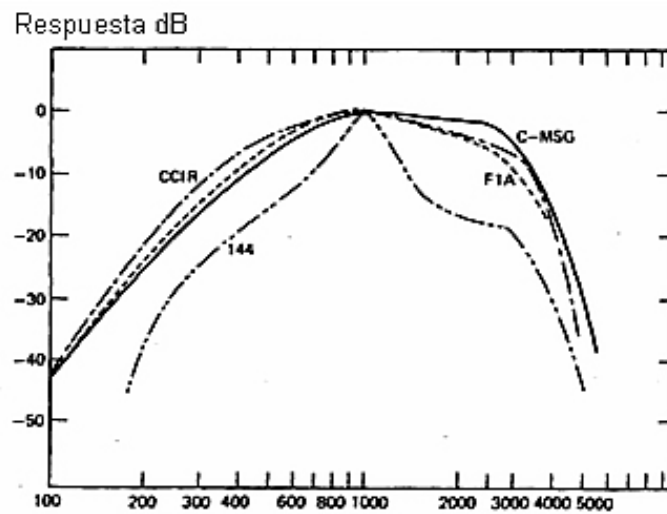


Fig. 2.5. Curvas de ponderación en función de la frecuencia para canales telefónicos (voz).

Históricamente, la primera curva desarrollada es la indicada como 144, por la Western Electric Company de los Estados Unidos. Posteriormente, con la mejora de los receptores telefónicos, se utilizó la curva F1A, con respuesta bastante más ancha. El nivel de referencia para esta curva era de  $-85$  dBm. La unidad de medida con esta curva es el *dBa* o “dB ajustado”. En los Estados Unidos se usa actualmente la curva de ponderación C y la unidad de medida con ella es el *dBnC*. Es 3.5 dB más sensible a 1000 Hz que la F1A y 1.5 dB menos que la de ponderación tipo 144. Para la curva tipo C se sigue manteniendo el nivel de referencia de  $-90$  dBm en lugar de ajustarlo a  $-88.5$  dBm.

En Europa, la curva de ponderación más usada es la de ponderación sofométrica<sup>3</sup> del CCITT y las medidas de nivel de ruido asociadas a esta curva son el *dBmp* (dBm ponderado sofométricamente) y el *pWp* (picowatts ponderados sofométrica-

<sup>3</sup> Un *sofómetro* es un instrumento para medir el ruido en circuitos telefónicos, cuya respuesta en frecuencia se aproxima a la del oído humano. Cuando se conecta al circuito y con una carga de  $600 \Omega$ , el instrumento proporciona una lectura que, por definición, es igual a la mitad de la fuerza electromotriz sofométrica existente en el circuito. La fuerza electromotriz sofométrica es el voltaje real de ruido presente en el circuito.

mente). La frecuencia de referencia en este caso, es de 800 Hz en lugar de 1000 Hz.

En la Recomendación G.223 del CCITT se establece que “si se mide el ruido aleatorio con espectro uniforme en una banda de 3.1 KHz, con característica plana en frecuencia, el nivel de ruido debe reducirse 2.5 dB para obtener el nivel de potencia sofométrica”. Para otros anchos de banda, el factor de ponderación deberá ser igual a:

$$2.5 + 10 \log B/3.1 \text{ dB} \quad (2.19)$$

Así, para un ancho de banda de 4 KHz, este factor de ponderación es de 3.6 dB.

## 2.7 Relación señal a ruido

La relación señal a ruido, designada como  $S/N$  o  $SNR$ , expresa la magnitud de una señal respecto al ruido en un sistema, es decir:

$$S / N = \frac{\text{Nivel de potencia de señal}}{\text{Nivel de potencia de ruido}} \quad (2.20)$$

y, en dB:

$$(S/N)_{\text{dB}} = W_{\text{señal}} (\text{dBm o dBw}) - W_{\text{ruido}} (\text{dBm o dBw}) \text{ dB} \quad (2.21)$$

### Ejemplo 2.4

¿Que nivel de potencia debe tener una señal de vídeo cuyo ancho de banda es de 5.2 MHz, para que la relación señal a ruido sea de 45 dB si el ruido presente es únicamente de tipo térmico y cuál es el voltaje desarrollado por esa señal sobre una impedancia de 75  $\Omega$ ?

El nivel de ruido se calcula mediante (2.16) o (2.17).

$$N = -204 + 10 \log (5.2 \times 10^6) = -136.84 \text{ dBw}$$

Con lo que la potencia de señal debe ser:

$$W_s = N + S/N = -136.84 + 45 = -91.84 \text{ dBw} = -61.84 \text{ dBm}$$

Para calcular el voltaje sobre la resistencia de 75  $\Omega$  es necesario convertir la cantidad anterior a watts:

$$W_s = 10^{\frac{W_s \text{ (dBw)}}{10}} = 10^{-9.184} = 6.55 \times 10^{-10} \text{ watt}$$

$$V_{75\Omega} = \sqrt{6.55 \times 10^{-10} \times 75} = 2.22 \times 10^{-4} \text{ V} = 0.222 \text{ mV}$$


---

## 2.8 Relación $E_b/N_0$

En los sistemas digitales de comunicaciones es más conveniente emplear la expresión  $E_b/N_0$  que relaciona la energía por bit y por hertz de ruido térmico, en lugar de la relación señal a ruido. Así:

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{W_{\text{Señal}}}{kT \times \text{tasa binaria}} \quad (2.22)$$

y, en notación logarítmica:

$$\left( \frac{E_b}{N_0} \right)_{\text{dB}} = W_s \text{ (dBw)} - 10 \log k - 10 \log T - 10 \log (\text{tasa binaria}) \quad (2.23)$$

Donde  $10 \log k = 10 \log (1.38 \times 10^{-23}) = -228.6 \text{ dBw}$  o  $-198.6 \text{ dBm}$ .  $T$ , en la expresión anterior es la temperatura efectiva o equivalente de ruido del sistema<sup>4</sup>.

### Ejemplo 2.5

El nivel de señal recibida en un sistema digital que transmite a una velocidad de 9600 bit/s es de  $-120 \text{ dBm}$ . Calcular la relación  $E_b/N_0$  si la temperatura equivalente de ruido del receptor es de 1200 K.

$$E_b/N_0 = -120 \text{ dBm} - 10 \log 9600 - 10 \log 1200 + 198.6 \text{ dBm} = 8 \text{ dB}$$


---

## 2.9 Potencia radiada y atenuación en el espacio libre

Aunque estos temas se tratan con mayor amplitud en los capítulos 10 y 11, conviene una primera toma de contacto para que el estudiante se vaya familiarizando con los sistemas de radiocomunicación, así como para complementar las aplicaciones de la notación logarítmica.

---

<sup>4</sup> Para el tratamiento más amplio de este tema véase el Capítulo 8.

### 2.9.1 Potencia radiada.

Sin entrar de momento en detalles, la potencia radiada es aquélla que transmite una antena al espacio en forma de ondas electromagnéticas. Por lo general, las antenas tienen ganancia, aunque este concepto no debe entenderse como que una antena amplifica la señal que recibe. La ganancia de una antena está asociada con la propiedad de concentrar la energía electromagnética en determinadas regiones del espacio y esa ganancia da una medida de tal capacidad de concentración respecto a una antena ideal que radiara la energía por igual en todas direcciones. Esa antena ideal se designa como antena *isotrópica* y su ganancia es 1 o 0 dBi, donde la *i* significa dB respecto al isotrópico. A veces se usa como referencia otra antena muy simple, formada por dos conductores rectos y designada como *dipolo*. La ganancia de un dipolo es de 2.15 dBi y cuando se toma el dipolo como referencia, la ganancia se expresa en dBd, es decir, ganancia respecto al dipolo.

Cuando a una antena de ganancia  $G$  se le suministra una potencia de  $W_A$  watts, la potencia emitida en la dirección de máxima radiación es:

$$W_{RAD} = G W_A \text{ watts} \quad (2.24)$$

Es decir, que en esa dirección particular, radía  $G$  watts más que lo que radiaría una antena isotrópica alimentada con la misma potencia  $W_A$ , aunque en otras direcciones es posible que no radie nada de energía.  $W_{RAD}$  se designa como la potencia isotrópica radiada equivalente o efectiva (PIRE<sup>5</sup>). Si la ganancia se da respecto a un dipolo, la potencia radiada se designa como *potencia radiada aparente* (PRA o PAR). En notación logarítmica:

$$\text{PIRE}_{\text{dB}} = W_A \text{ (dBw)} + G_A \text{ (dBi)} \text{ dBw} \quad (2.25)$$

$$\text{PRA}_{\text{dB}} = W_A \text{ (dBw)} + G_A \text{ (dBd)} \text{ dBw} \quad (2.26)$$

### Ejemplo 2.6

---

La ganancia máxima de una antena con reflector parabólico está dada por:

$$G_A = \eta \left( \frac{\pi D}{\lambda} \right)^2$$

---

<sup>5</sup> La abreviatura en inglés es EIRP o Equivalent (Effective) Isotropic Radiated Power.

Donde  $\eta$  es la eficiencia de la antena que, dependiendo de diversos factores puede tener valores entre 0.55 y 0.7 aproximadamente.  $D$  es el diámetro de la antena y  $\lambda$  la longitud de onda, en las mismas unidades que  $D$ .

Calcular la PIRE emitida por una antena parabólica que transmite desde la tierra a un satélite, si la antena tiene un diámetro de 3 m, su eficiencia es de 0.55 y se alimenta con 100 w a una frecuencia de 14 GHz.

Calculamos primero la ganancia mediante la expresión anterior:

$$G_A = 0.55 \left( \frac{\pi \times 3}{0.0214} \right)^2 = 1.067 \times 10^5$$

y, en dB:

$$G_A = 10 \log(G_A) = 50.28 \text{ dBi}$$

La potencia suministrada a la antena es de 100 w, es decir, 20 dBw, de modo que la potencia radiada (PIRE) es:

$$PIRE = 20 \text{ dBw} + 50.28 \text{ dBi} = 70.28 \text{ dBw}$$

Esta potencia corresponde a  $1.067 \times 10^7$  watts radiados, es decir, 10.67 Megawatts, con sólo 100 w alimentados a la antena.

### 2.9.2 Atenuación en el espacio libre

Se entiende por espacio libre la condición en que la energía electromagnética se propaga sin obstáculos de ninguna clase. Tal situación se da, por ejemplo en las comunicaciones con satélites, entre aeronaves o entre éstas y tierra, o bien en algunos casos particulares a distancias cercanas a la superficie de la tierra como en el caso de radioenlaces de microondas a frecuencias muy elevadas. Trataremos aquí la atenuación entre antenas isotrópicas, como un ejemplo de aplicación de las expresiones logarítmicas. Una antena isotrópica radia energía por igual en todas direcciones en forma de una onda esférica. A una distancia  $r$  de la antena, puede considerarse que toda la potencia radiada está distribuida sobre una esfera de área  $4\pi r^2$ , de modo que puede definirse una *densidad de flujo de potencia* a esa distancia  $r$  como:

$$S = \frac{W_{RAD}}{4\pi r^2} \text{ watt/m}^2 \quad (2.27)$$

$W_{RAD}$  es aquí la potencia isotrópica equivalente radiada.

Si a esa distancia  $r$  se coloca otra antena isotrópica, esta interceptará a la energía electromagnética y se inducirá en ella un voltaje que será proporcional a la densidad de flujo de potencia en el punto de recepción y a una magnitud designada como *area efectiva* o *área equivalente*,  $A_e$  que, para una antena isotrópica lo definiremos aquí como:

$$A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi} \quad \text{m}^2 \quad (2.28)$$

La potencia recibida por la antena isotrópica será:

$$W_{Riso} = S A_e \quad \text{watt} \quad (2.29)$$

y substituyendo (2.26) y (2.27):

$$W_{Riso} = W_{RAD} \left( \frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2 \quad (2.30)$$

La atenuación entre dos antenas isotrópicas se define ahora como:

$$\alpha_{EL} = \frac{W_{Riso}}{W_{RAD}} = \left( \frac{4\pi r}{\lambda} \right)^2 \quad (2.31)$$

En unidades logarítmicas, la atenuación suele definirse como una magnitud positiva:

$$L_{EL} = 10 \log \left( \frac{1}{\alpha_{EL}} \right) = 10 \log \left( \frac{4\pi r}{\lambda} \right)^2 = 20 \log \left( \frac{4\pi r}{\lambda} \right) \quad \text{dB} \quad (2.32)$$

La fórmula anterior, después de algunas manipulaciones algebraicas, da lugar a la siguiente expresión, muy utilizada en la práctica.

$$L_{EL} = 32.45 + 20 \log(r_{Km}) + 20 \log(f_{MHz}) \quad \text{dB} \quad (2.32)$$

donde la distancia está expresada en Km y la frecuencia en MHz.

### **Ejemplo 2.7**

Con los resultados del Ejemplo 2.6, calcular la potencia recibida por una antena isotrópica a bordo de un satélite de comunicaciones, en órbita geoestacionaria a 36000 Km de distancia de la antena transmisora terrestre.

La potencia recibida isotrópica se calcula como:

$$W_{Riso} = PIRE(\text{dBw}) - L_{EL}(\text{dB}) \quad \text{watt}$$

Hay que calcular primero la atenuación en el espacio libre:

$$L_{EL} = 32.45 + 20 \log (36000) + 20 \log (14000) = 206.5 \text{ dB}$$

Con lo que, la potencia isotrópica recibida es:

$$W_{Riso} = 70.28 - 206.5 = -136.22 \text{ dBw}$$

### 2.10 Otras magnitudes logarítmicas: Neper

En el estudio de la líneas de transmisión es frecuente expresar la atenuación en nepers por unidad de longitud.

El neper es también una magnitud logarítmica que expresa la relación entre dos voltajes o corrientes:

$$Np = \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right) \quad \text{neper} \quad (2.33)$$

Aquí se emplea el logaritmo natural o neperiano de la relación de voltajes y  $V_1$  es el voltaje de referencia que siempre debe especificarse explícitamente.

El neper también se define como la mitad del logaritmo natural de la relación de dos potencias, medidas bajo condiciones tales, que la resistencia del circuito es la misma según varía el nivel. La relación entre nepers y dB es:

$$1 \text{ neper} = 8.686 \text{ dB}$$

### 2.11 Resumen de algunas otras designaciones de unidades logarítmicas empleadas en comunicaciones

- a) **dBc**. Se usa para expresar el nivel de potencia de una señal con respecto a la portadora. Es frecuente en transmisión de radio para indicar el nivel de productos de intermodulación o de señales espúreas dentro o fuera de la banda de transmisión. Se emplea también para expresar la magnitud del *ruido de fase*, principalmente en sistemas digitales. La designación *dBc* tuvo en sus orígenes un significado muy diferente. Se conocieron como “dB Collins” y fueron em-

pleados por la empresa Collins Radio Co. en los Estados Unidos para designar niveles de voltaje referidos a 0.775 V rms, medidos en la escala de dB de un voltímetro HP-400.

- b) **dBK**. En alguna literatura se usa para designar dB respecto a un kilowatt (dBKw), pero frecuentemente para designar en dB respecto al nivel de densidad espectral de potencia de ruido por encima del nivel de ruido a 0 K. (-228.6 dBw).
- c) **dBKT**. Suele designar el nivel de densidad espectral de potencia de ruido por encima de una temperatura de referencia, generalmente 290 K (-204 dBw).
- d) **dBx**. Utilizados en telefonía para medir el acoplamiento de diafonía o modulación cruzada.
- e) **dBrn-Cm**. dB respecto al ruido de referencia, ajustados para circuitos de mensaje C (C-message). Similar a dBrn, excepto que se usan para medidas de ruido interferente con un tipo de aparato telefónico específico (Bell 500) y con una potencia de ruido de referencia de  $-0$  dBm a 1000 Hz.
- f) **0-TLP**. Abreviatura de punto de nivel de transmisión cero<sup>6</sup>. Es punto, en un sistema telefónico, es aquél en que se tiene un nivel de 1 mw (0 dBm).
- g) **VU**. Designada como unidad de volumen (volume unit). Se emplea extensamente para la medición de niveles de sonido en aplicaciones de grabación, reproducción y radiodifusión sonora. El nivel de 0 VU se define como el nivel de 1 mw (0 dBm) sobre 600  $\Omega$  a 1 KHz.

Las definiciones anteriores no son las únicas que se emplean en la práctica, con frecuencia en aplicaciones muy específicas. Algunas de ellas están en desuso y únicamente tienen interés histórico o para casos muy específicos.

## Problemas

2.1 Sobre una impedancia de carga se miden los siguientes niveles: 10 dBm; 0.1 dBw; 70 dB<sub>pw</sub>; -10 dBw. (a). Determinar la caída de tensión en la carga si ésta es de 50  $\Omega$ . (b) Si es de 600  $\Omega$ .

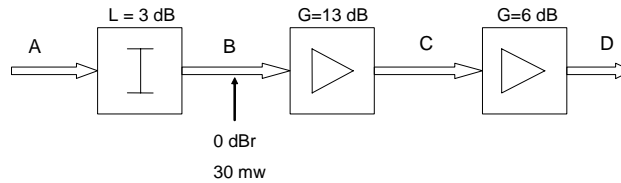
---

<sup>6</sup> Zero Transmission Level Point

2.2 Sobre una resistencia de  $75 \Omega$  se miden los siguientes niveles de potencia: a) 1.5 dBK, b) 7 dBm, c)  $120 \text{ dB}_{\text{pw}}$ . Calcular la caída de tensión cada caso.

2.3 Un combinador de dos entradas y una salida tiene una atenuación de 3 dB y tiene aplicadas a sus entradas dos señales no coherentes de 13 dBm y -50 dBKW respectivamente. Calcular el nivel de potencia a la salida.

2.4 Expresar en dBK los niveles de potencia en los puntos A, B, C y D de la figura siguiente.



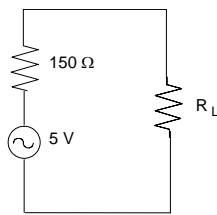
Problema 2.4.

2.5 En el ejercicio anterior, ¿cuál es el nivel en dBm0 en el punto D?

2.6 Expresar en mw los siguientes niveles: -40 dBK; 35 dBmV; 30 dbmV; 20 dBV. (a) Cuando la carga es de  $100 \Omega$ . (b) Cuando es de  $600 \Omega$ .

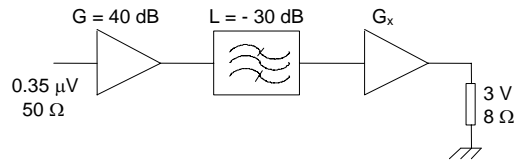
2.7 Expresar en pw los siguientes niveles: (a) 40 dBmV sobre  $50 \Omega$ ; (b) -30 dBmV sobre  $150 \Omega$ , (c) -75 dBw; (d) -100 dBK.

2.8 A un combinador de tres entradas y una salida, cuya impedancia de entrada es de 50 ohms llegan las siguientes señales : -30 dBV, +25 dBmV y -15 dBm. Calcular la salida del combinador. (a) Si las señales son coherentes. (b) Si las señales no son coherentes. En ambos casos la impedancia de carga a la salida del combinador es de  $50 \Omega$  e introduce una atenuación de 1.5 dB.



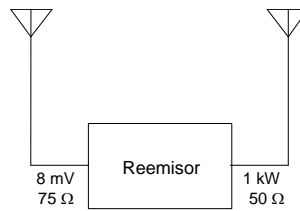
2.9. En el circuito de la figura, calcular  $V_L$  en voltios y dBV, así como  $P_L$  en vatios, dBW y dBm para valores de  $R_L$  de 10, 50, 100, 150, 300, 600, 1K, 10K y 100 K ohms. Construya una gráfica del voltaje y la potencia en unidades fundamentales y logarítmicas (dB) y explique su significado, relacionán-dolo con el teorema de máxima transferencia de potencia.

2.10 En el sistema mostrado en la figura calcule  $G_x$  y la ganancia total de voltaje.



Problema 2.10.

2.11 En el sistema de la figura, calcular las ganancias de voltaje, corriente y potencia.



Problema 2.11.

2.12 La potencia recibida por una antena isotrópica en el espacio libre está dada por:

$$P_r = \frac{P_{RAD}}{d^2} \left( \frac{\lambda}{4\pi} \right)^2$$

y la atenuación total en el trayecto de propagación por:

$$\alpha = \frac{P_{RAD}}{P_r} = \frac{d^2}{\left( \frac{4\pi}{\lambda} \right)^2}$$

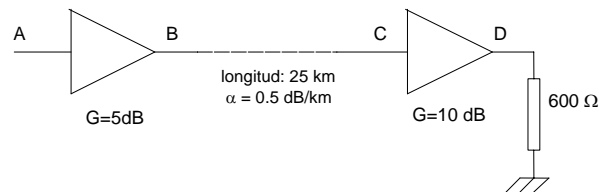
Donde  $d$  es la distancia en metros entre las antenas transmisora y receptora,  $\lambda$  la longitud de onda en metros y  $P_{RAD}$  la potencia radiada en watts. Demostrar que la atenuación en dB puede expresarse como:

$$L \text{ 10log}(\alpha) = 32.45 + 20\text{log}(d_{km}) + 20\text{log}(f_{MHz})$$

2.13 En el circuito de la figura, calcular:

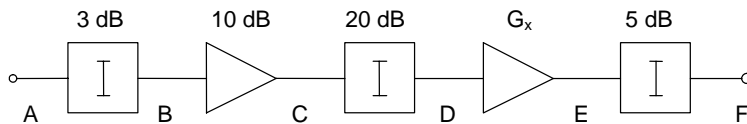
- a) Niveles de potencia en dBm en los puntos B, C y D.

- b) Niveles relativos en esos puntos, tomando como referencia el punto A.  
c) Voltaje en la carga.



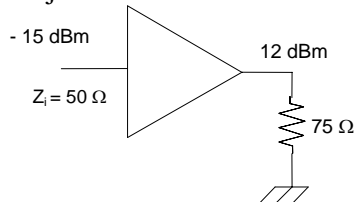
Problema 2.13.

- 2.14 En el sistema de la figura, se aplica un tono senoidal de 1 kHz en el punto A, con una potencia de 4 mw. En el punto E se miden  $-8$  dBV sobre  $75 \Omega$  y se sabe que el nivel relativo en ese punto es de 21 dB. Calcular  $G_x$  y los niveles absolutos y relativos en los demás puntos.



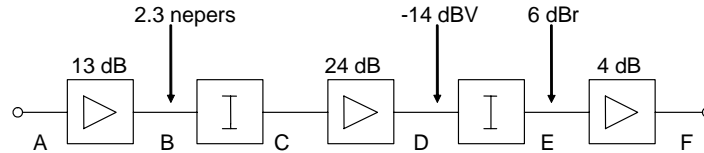
Problema 2.14.

- 2.14 En el sistema de la figura, calcular: (a) Ganancia de voltaje en magnitud y en dB. (b) Ganancia de corriente en magnitud y dB. (c) Ganancia de potencia en magnitud y dB. (c) Niveles de potencia y voltaje de entrada en unidades logarítmicas. (d) Niveles de potencia y voltaje de salida en unidades logarítmicas.



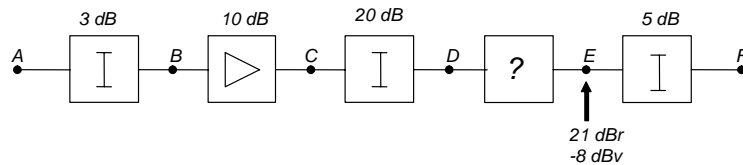
Problema 2.15.

- 2.16 En el sistema de la figura, se aplica una señal de  $-20$  dBm0 en el punto A, y en el punto D se miden  $-14$  dBV sobre  $150 \Omega$ . Si el nivel relativo en el punto E es de 6 dB y la potencia en B tiene un nivel absoluto de  $-2.3$  nepers referidos a 1 mw, calcular los niveles relativos en cada punto.



Problema 2.16.

2.17 En el circuito de la figura se inyecta un tono a una potencia de 4 mw en el punto A y en el punto E se registran  $-8$  dBv sobre  $75 \Omega$ . Si el nivel relativo en el punto E es de  $21$  dBv, ¿Cuál será el nivel relativo de potencia en los demás puntos del sistema y la ganancia entre D y E?



Problema 2.17.

2.18 Si se conocen las ganancias de voltaje y corriente de un sistema, demostrar, empleando las definiciones de unidades logarítmicas del Capítulo 2, que la ganancia de potencia está dada por:

$$G(dB) = \frac{1}{2} [G_v(dB) + G_i(dB)]$$

2.19 Cuando las impedancias de entrada y salida de un circuito o sistema son reales, diferentes y de valor conocido y sólo se pueden medir los voltajes de entrada y salida, demuestre que la ganancia de potencia puede calcularse mediante:

$$G_p = G_v + 10 \log \left( \frac{R_i}{R_o} \right) \text{ dB}$$

2.20 Demuestre que para una antena con reflector parabólico de diámetro  $D$  metros y eficiencia de 55%, la ganancia, en dB, puede expresarse como:

$$G_A(dB) = 20 \log D + 20 \log f_{GHz} + 17.8$$

## Capítulo 3

### Circuitos Pasivos

#### Introducción

Un circuito pasivo es aquél que no genera energía. Por lo general, los circuitos pasivos están constituidos por resistencias, bobinas y condensadores conectados de formas diversas entre sí. Los circuitos de importancia más utilizados en los sistemas de comunicaciones incluyen, entre otros:

- ♦ Circuitos sintonizados en serie.
- ♦ Circuitos sintonizados en paralelo.
- ♦ Transformadores.
- ♦ Filtros pasivos.
- ♦ Atenuadores.
- ♦ Combinadores.
- ♦ Divisores.
- ♦ Acopladores de impedancia.

Los circuitos anteriores, junto con los amplificadores y osciladores, puede decirse que constituyen los bloques básicos de cualquier sistema de comunicaciones eléctricas y, por consecuencia, la comprensión adecuada de su funcionamiento es indispensable. Se asume aquí que el estudiante comprende suficientemente bien la teoría de circuitos, tanto de corriente continua como de corriente alterna y posee conocimientos básicos de teoría electromagnética y manejo de señales en los dominios del tiempo y de frecuencia.

#### 3.1 Circuitos sintonizados en serie

Un circuito sintonizado en serie está constituido por una bobina de inductancia  $L$ , conectada en serie con un condensador de capacidad  $C$  como muestra la figura 3.1.

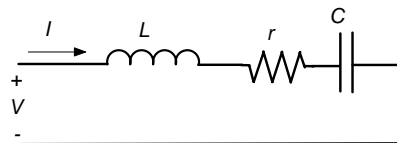


Fig. 3.1. Circuito sintonizado en serie.

En condiciones ideales, se supone que la resistencia del alambre de la bobina es despreciable ( $r = 0$ ), y que la resistencia del dieléctrico del condensador es infinita, es decir, a corriente continua la bobina se comporta como un corto circuito y el condensador como un circuito abierto. En condiciones reales, es necesario tener en cuenta la resistencia en serie de la bobina, con lo que el circuito sintonizado en serie tiene la forma mostrada en la figura 3.1.

A corriente alterna, de frecuencia angular  $\omega = 2\pi f$ <sup>1</sup> ( $f$  es la frecuencia en Hz), tanto la bobina como el condensador presentan una *reactancia* dada por:

$$X_L = \omega L; \quad X_C = \frac{1}{\omega C} \quad (3.1)$$

Si la resistencia interna de la bobina es  $r$  y la del condensador es muy grande, la impedancia del circuito es:

$$Z_s = r + jX = r + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \quad (3.2)$$

El módulo de la impedancia es:

$$|Z_s| = \sqrt{r^2 + X^2} \quad (3.3)$$

y, su ángulo de fase:

$$\phi_s = \arctan \frac{X}{r} \quad (3.4)$$

De las expresiones anteriores se ve que en altas frecuencias, cuando  $\omega L > 1/\omega C$ , el término inductivo domina y la reactancia  $X$  es positiva. Por el contrario a bajas frecuencias en que  $\omega L < 1/\omega C$  domina el término capacitivo y la reactancia es negativa. A la frecuencia en que  $\omega L = 1/\omega C$ , la reactancia total es cero y se dice que el circuito está en resonancia. La frecuencia de resonancia se tiene, por tanto, cuando:

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \quad (3.5)$$

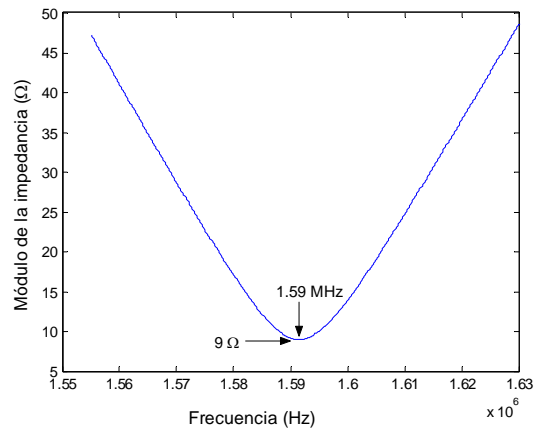
Con lo que la frecuencia de resonancia es:

$$\omega_{0s} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{o bien} \quad f_{0s} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (3.6)$$

---

<sup>1</sup> Aquí utilizaremos preferentemente  $\omega$  en lugar de  $f$ . Aunque  $\omega$  es la *frecuencia angular* en rad/seg y  $f$  simplemente la frecuencia en Hz, por lo general emplearemos sólo la palabra *frecuencia* para ambas sobreentendiendo lo anterior.

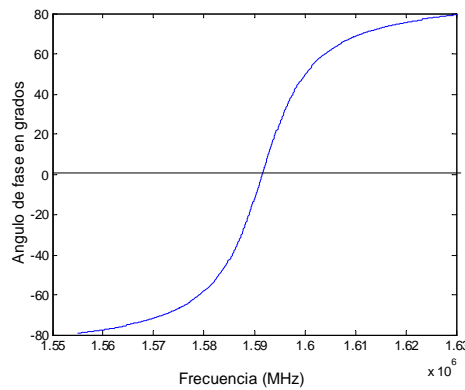
En la figura 3.2 se muestra la gráfica del módulo de la impedancia en función de la frecuencia para un circuito resonante en serie con  $L = 100 \mu\text{H}$ ,  $C = 100 \text{ pf}$  y  $r = 9 \Omega$ .



*Fig. 3.2. Impedancia de un circuito resonante en serie en función de la frecuencia.*

La frecuencia de resonancia, de acuerdo a (2.6) es de  $1.59 \text{ MHz}$  y la impedancia a resonancia es mínima e igual a la resistencia de la bobina,  $r$ . De manera similar, el ángulo de fase de la impedancia en función de la frecuencia, se ilustra en la figura 3.3.

El ángulo de fase es cero a resonancia, negativo a frecuencias menores de la de resonancia y positivo a frecuencias superiores a ésta, tendiendo a un valor máximo de  $\pm 90^\circ$ .



*Fig. 3.3. Ángulo de fase de la impedancia en función de la frecuencia.*

### 3.1.1 Factor de calidad, $Q$ .

El factor de calidad o, más comúnmente, la  $Q$  de un circuito resonante en serie se define como la relación entre la reactancia inductiva a resonancia y la resistencia en serie con el circuito sintonizado. Por lo general, la resistencia en serie asociada con la capacidad es despreciable, aunque si llega a ser significativa, se incluye para el análisis, en la resistencia en serie total. De acuerdo a esto, el factor  $Q$  se expresa como:

$$Q_s = \frac{\omega_{0s} L}{r} \quad (3.7)$$

y, como a resonancia

$$\omega_{0s} L = \frac{1}{\omega_{0s} C} \quad (3.8)$$

el factor  $Q$  también puede expresarse como:

$$Q_s = \frac{1}{\omega_{0s} C r} \quad (3.9)$$

En que el subíndice  $s$  indica que se trata del factor  $Q$  para el circuito resonante en serie. Este factor es importante para describir el comportamiento de un circuito resonante y, en la práctica hay instrumentos para medir la  $Q$  de una bobina a una frecuencia específica, para un valor de la capacidad del condensador de sintonía, determinada.

Suponiendo que medición de la  $Q$  permite conocer la frecuencia de resonancia  $\omega_{0s}$  y la capacidad  $C$  a la que se tiene esa frecuencia, pueden determinarse  $L$  y  $r$  con facilidad utilizando las fórmulas (3.7) y (3.9) y, combinándolas con (3.6) se demuestra fácilmente que:

$$Q_s = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (3.10)$$

La fórmula anterior muestra que  $Q$  es constante en la medida en que  $L$ ,  $C$  y  $r$  sean constantes, lo que es razonablemente cierto para frecuencias cercanas a la de resonancia. A otras frecuencias en que interviene la capacidad distribuida de la bobina o interviene el *efecto pelicular* que se trata en la sección 3.3, la  $Q$  depende de la frecuencia.

Aunque el circuito resonante en serie, igual que el resonante en paralelo es un circuito pasivo y, por tanto no genera energía, se da un efecto de *amplificación de voltaje* y  $Q$  se designa también como *factor de amplificación de voltaje*, en el sen-

tido de que es una medida de la relación entre el voltaje reactivo a resonancia y el voltaje aplicado a la entrada del circuito. Esto se infiere por el hecho de que la corriente  $i$  a resonancia es  $V/r$ , en que  $V$  es el voltaje aplicado y la magnitud del voltaje en la bobina es, por consecuencia:

$$V_L = iX_L = \frac{V}{r} \omega_0 L = VQ \quad (3.11)$$

y, a través del condensador:

$$V_c = iX_c = \frac{V}{r} \frac{1}{\omega_0 C} = VQ \quad (3.12)$$

Así, la magnitud de cualquiera de los dos voltajes reactivos resulta de  $Q$  veces el voltaje aplicado y puede alcanzar niveles relativamente altos. Aunque el voltaje reactivo total a resonancia es cero, es posible aprovechar esta “amplificación de voltaje acoplado el voltaje inductivo o el capacitivo por separado, como se hace en filtros y circuitos acoplados. Es importante notar que el voltaje inductivo no es el voltaje a través de la resistencia interna  $r$  de la bobina y debe tenerse en cuenta para el aislamiento adecuado entre espiras de ésta, ya que si llega ser muy alto pueden producirse arcos eléctricos entre espiras adyacentes.

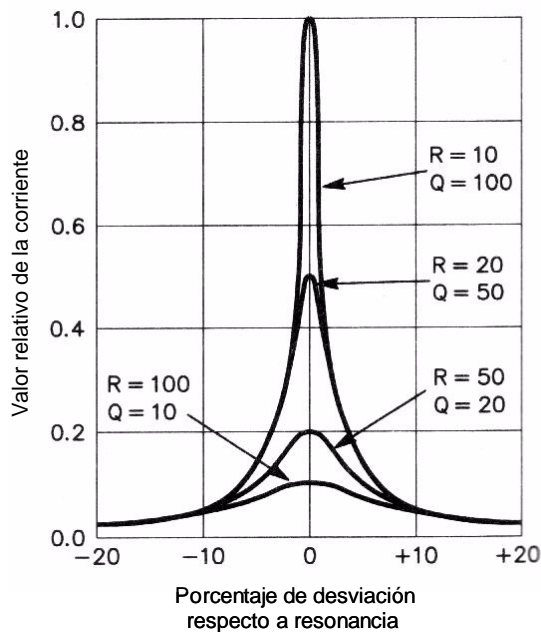


Fig. 3.4. Curvas de resonancia para diferentes valores de  $Q$

En el caso más general, la resistencia interna de la bobina no es sólo la del conductor de la misma. Incluye también las pérdidas en el núcleo si se trata de una bobina con núcleo ferromagnético, así como la resistencia que resulta del efecto pelicular. Cuando el valor de la reactancia de la bobina o del condensador es comparable al de la resistencia en serie, la impedancia crece lentamente según la frecuencia se aleja de la de resonancia. En este caso la  $Q$  es baja y la curva de resonancia es ancha. Por el contrario, cuando la reactancia es considerablemente mayor que la resistencia, la impedancia aumenta rápidamente y la corriente a tra-

vés del circuito disminuye en la misma medida. En este caso el circuito tiene una  $Q$  elevada y la curva de resonancia es aguda. Un circuito de este tipo responde más rápido a la frecuencia de resonancia que un circuito de baja  $Q$  en que la respuesta será muy similar en un rango amplio de frecuencias alrededor de la resonancia. En la práctica, ambos tipos de respuesta son necesarios, dependiendo de la aplicación. En la figura 3.4 se muestran varias curvas de resonancia para valores diferentes de  $Q$ , en función de la resistencia en serie que ilustran lo mencionado antes.

### 3.1.2 Impedancia en función de $Q$ .

Una forma útil de expresar la impedancia es en términos de  $Q$ , reescribiendo (2.2) como:

$$Z_s = r \left[ 1 + j \left( \frac{\omega L}{r} - \frac{1}{\omega C r} \right) \right] \quad (3.13)$$

Despejando  $L$  y  $C$  de (2.7) y (2.9) y substituyendo en (2.13):

$$Z_s = r \left[ 1 + j \left( \frac{\omega}{\omega_{0s}} - \frac{\omega_{0s}}{\omega} \right) Q_s \right] \quad (3.14)$$

Y si ahora se define un *factor de desintonía* como:

$$\beta = \frac{\omega}{\omega_{0s}} - \frac{\omega_{0s}}{\omega} \quad (3.15)$$

La impedancia se puede expresar como:

$$Z_s = r(1 + j\beta Q_s) \quad (3.16)$$

De modo que:

$$Z_s = r\sqrt{1 + (\beta Q_s)^2} \quad (3.17)$$

$$\phi_s = \arctan(\beta Q_s) \quad (3.18)$$

Las fórmulas anteriores permiten calcular fácilmente la magnitud de la impedancia y la fase a cualquier frecuencia en términos de  $Q$ .

### 3.1.3 Respuesta relativa

Es usual expresar la respuesta de un circuito resonante en forma relativa, de manera semejante a la figura 3.4 en que la corriente relativa es la relación entre la corriente a una frecuencia cualquiera y la corriente a resonancia, de modo que:



Designando como  $\Delta f_{-3}$  al ancho de banda entre los puntos de -3 dB y manipulando (3.22) se obtiene que:

$$\Delta f_{-3} = \frac{f_{0s}}{Q_s} \quad (3.23)$$

Con lo que, si se conoce la  $Q$  del circuito, fácilmente se puede calcular su ancho de banda a -3 dB mediante la expresión anterior.

### 3.2 Circuitos sintonizados en paralelo

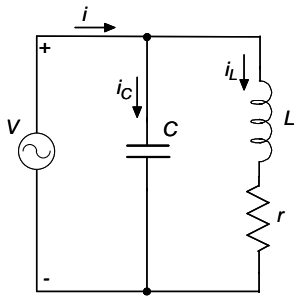


Fig. 3.6. Circuito sintonizado en paralelo

En este caso, la bobina y el condensador se conectan en paralelo con la fuente señal, como se ilustra en la figura 3.6. Como en caso del circuito en serie,  $r$  representa la resistencia total de la bobina. La resistencia en serie del condensador es muy baja y, por lo general, no se tiene en cuenta. Por otra parte la resistencia en paralelo, debida a las imperfecciones del dieléctrico es muy elevada, del orden de varios  $M\Omega$  y no influye significativamente en la impedancia total del circuito, de modo que tampoco se tiene en cuenta. Se verá más adelante en esta sección que la frecuencia de resonancia y el factor  $Q$  del circuito sintonizado en paralelo son, para todos los fines prácticos, iguales que las definidas para el circuito en serie. La impedancia, sin embargo, es la inversa y su valor es alto a resonancia, decreciendo según la frecuencia de funcionamiento se desvía de la de resonancia.

#### 3.2.1 Impedancia del circuito sintonizado en paralelo

La impedancia de la rama capacitiva es, simplemente,  $Z_C = 1/j\omega C$  y la de la rama inductiva es  $Z_L = r + j\omega L$  que, puede aproximarse simplemente como  $Z_L \cong j\omega L$  ya que normalmente la reactancia inductiva es mucho mayor que la resistencia en serie. Sin embargo, esta consideración puede no ser válida a bajas frecuencias en que la reactancia y la resistencia pueden tener valores comparables. En estas condiciones la impedancia del circuito sintonizado en paralelo es:

$$Z_p = \frac{Z_L Z_C}{Z_L + Z_C} \quad (3.24)$$

El denominador de (3.24) es igual que la impedancia del circuito serie, de modo que combinando la ecuación anterior con (3.16) se tiene que:

$$Z_p = \frac{L/C}{r(1 + j\beta Q_s)} = \frac{R_D}{1 + j\beta Q_s} \quad (3.25)$$

Donde  $R_D$  se define como la *impedancia dinámica*:

$$R_D = \frac{L}{rC} \quad (3.26)$$

A resonancia,  $\beta = 0$  y la impedancia del circuito en paralelo es igual a la impedancia dinámica. A resonancia, la impedancia es una resistencia pura y el término *dinámica* se emplea para enfatizar que (3.26) es aplicable únicamente a corriente alterna, ya que a corriente continua el condensador constituye un circuito abierto y la bobina un corto circuito, de modo que en esas condiciones la impedancia que ve la fuente de c.c. es simplemente  $r$ . Analizando con detalle las condiciones a resonancia se demuestran las siguientes formas alternativas de la ecuación (3.26).

$$\begin{aligned} R_D &= \omega_0 L Q \\ &= \frac{Q}{\omega_0 C} \\ &= Q^2 r \end{aligned} \quad (3.27)$$

En la expresión anterior se han omitido ya los subíndices de  $Q$  y la frecuencia de resonancia se designa simplemente como  $\omega_0$  por razones que serán evidentes luego. La forma  $Q/\omega_0 C$  es particularmente útil ya que las magnitudes en ella se pueden obtener directamente de mediciones de  $Q$ . La forma  $Q^2 r$  también resulta de interés, ya que muestra claramente la relación entre las impedancias en serie y paralelo a resonancia. Por ejemplo, si un circuito sintonizado tiene una  $Q = 100$  y  $r = 10$ , cuando se conecta en serie la impedancia a resonancia es  $10 \Omega$ , en tanto que en paralelo la impedancia es de  $100 \text{ K}\Omega$ . En el caso en serie, la impedancia a resonancia es igual a la resistencia interna de la bobina, mientras que en paralelo se trata de un concepto aplicable sólo a corriente alterna a resonancia. En resumen, la impedancia a resonancia en serie es muy baja, mientras que en paralelo es muy alta.

De manera similar al circuito serie en que se tiene “amplificación” de voltaje, en el circuito paralelo se tiene “amplificación” de corriente. En efecto, si la corriente de entrada al circuito sintonizado en paralelo es  $i$ , la magnitud de la corriente en la rama capacitiva será  $iQ$  y también, aproximadamente la misma en la rama inductiva. Sin embargo, la corriente total de ambas ramas es prácticamente cero y la corriente de entrada al circuito es mínima a resonancia.

### 3.2.2 Factor $Q$ en el circuito sintonizado en paralelo

La resonancia en paralelo ocurre cuando la parte reactiva de la impedancia es cero, lo que significa que el término imaginario  $j\beta Q_s$  en la ecuación (3.16) para la impedancia, debe ser también cero. Puesto que este término ocurre en las ecuaciones para la impedancia tanto en serie como en paralelo, la frecuencia de resonancia debe ser la misma en ambos circuitos y, por consecuencia, puede prescindirse del subíndice de  $Q$ , que es la misma para ambos casos:

$$Q = \frac{\omega_0 L}{r} = \frac{1}{\omega_0 C r} \quad (3.28)$$

Debe hacerse notar que las expresiones anteriores se desarrollaron bajo la suposición de que  $r \ll \omega L$ , lo cual es válido en la mayor parte de los casos de interés práctico.

### 3.2.3 Ancho de banda a media potencia

El ancho de banda a media potencia o -3 dB para el circuito sintonizado en serie es también aplicable al circuito en paralelo. Sin embargo, hay que notar que la respuesta relativa para el circuito serie se define en términos de corriente, mientras que para el circuito en paralelo, dicha respuesta relativa se define en términos de voltaje.

### 3.2.4 $Q$ con carga

La  $Q$  definida hasta ahora se designa como  $Q$  sin carga, y es el valor de  $Q$  cuando el circuito resonante no está cargado. Conceptualmente se define como:

$$Q = \frac{\omega_0 \times \text{energía almacenada en el circuito resonante}}{\text{energía disipada en el circuito resonante}}$$

En tanto que, cuando hay conectada una carga, la  $Q$  ya no es la misma que la anterior y se define ahora una  $Q$  con carga o  $Q$  efectiva como:

$$Q = \frac{\omega_0 \times \text{energía almacenada en el circuito}}{\text{energía disipada en el circuito y en la carga}}$$

Cuando un circuito entrega energía a una carga, como en el caso de circuitos resonantes en transmisores, la energía consumida por el propio circuito resonante suele

ser muy poco significativa, comparada a la que se consume en la carga. En estas condiciones la  $Q_L$  puede calcularse aproximadamente como:

$$Q = \frac{R_L}{X}$$

Para circuitos resonantes en paralelo. En la fórmula anterior,  $X$  es la reactancia del condensador o de la bobina, a resonancia. La  $Q_L$  efectiva de un circuito cargado con una resistencia en paralelo aumenta cuando las reactancias disminuyen. Si la resistencia de carga es relativamente baja, del orden de algunos  $K\Omega$ , la reactancia de los elementos del circuito debe ser baja a resonancia para conseguir una  $Q$  razonablemente alta. En el caso de los circuitos de salida en transmisores, la técnica de diseño utilizada suele ser, primero, elegir un valor de  $Q_L$  para el circuito y luego determinar los valores de los componentes  $C$  y  $L$ .

Cuando es necesario reducir la  $Q$  de un circuito para aumentar su ancho de banda, la técnica usual es emplear resistencias en paralelo. El empleo de circuitos con  $Q$  relativamente alta y de resistencias en paralelo permite diseñar los circuitos con una respuesta adecuada a las necesidades específicas. Puesto que la resistencia en paralelo consume potencia, esta técnica suele emplearse más en receptores y en circuitos de baja potencia que en transmisores en que las potencias que se manejan suelen ser grandes.

### 3.3 Efecto de inercia de los circuitos resonantes

En los circuitos resonantes no sólo es importante su respuesta en frecuencia. También su respuesta en el dominio del tiempo es de importancia, particularmente en algunos tipos de amplificadores y osciladores. La respuesta en el dominio del tiempo se obtiene generalmente aplicando una señal en forma de escalón  $u(t)$ . Así, si al circuito RLC de la figura 1 se le aplica un escalón de voltaje de la forma mostrada en la figura 3.7.

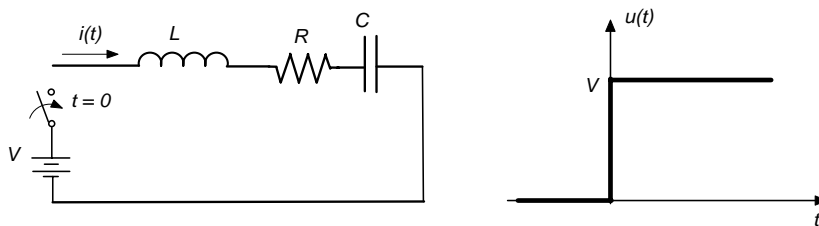


Fig. 3.7. Escalón de voltaje aplicado a un circuito RLC.

La corriente  $i(t)$  que circula en el circuito es de forma:

$$i(t) = I_0 e^{\gamma t} \quad (3.29)$$

Donde

$$\gamma = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \quad (3.30)$$

El término  $R/2L$  se designa como *factor de amortiguamiento* y si

$$\left(\frac{R}{2L}\right)^2 \geq \frac{1}{LC} \quad (3.31)$$

la corriente tiene la forma mostrada en la figura 3.8. Esta respuesta se designa como amortiguada o amortiguada críticamente cuando los términos de (3.30) son iguales.

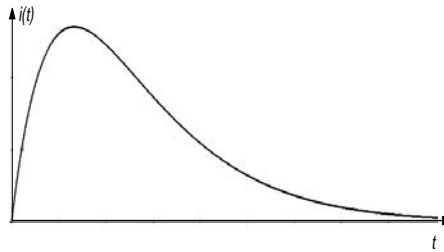


Fig. 3.8. Respuesta amortiguada de un circuito RLC.

Cuando

$$\frac{1}{LC} > \left(\frac{R}{2L}\right)^2 \quad (3.32)$$

el factor  $\gamma$  en el exponente de (3.29) es complejo y la corriente que resulta es de forma senoidal amortiguada como se muestra en la figura 3.9.

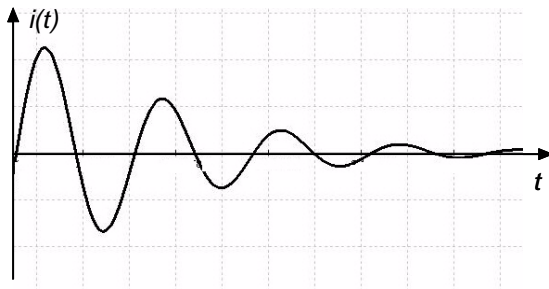


Fig. 3.9. Respuesta senoidal amortiguada del circuito RLC.

La senoide amortiguada es la respuesta del circuito RLC a un escalón de voltaje y se designa también como *efecto de inercia* del circuito resonante, por analogía con la inercia de un volante mecánico que gira sobre su eje con un cierto coeficiente de rozamiento. Si el volante es pesado y el rozamiento pequeño, un empu-

jón al volante hará que de varias vueltas sobre su eje hasta pararse. Si el rozamiento es grande, el número de vueltas se reduce. Supóngase ahora que se hace una marca en el volante y cada vez que esa marca llegue a una posición determinada se dan empujones cortos. El efecto de estos empujones es restablecer la energía perdida por rozamiento en cada vuelta. En estas condiciones el volante girará indefinidamente sin pararse, mientras reciba los empujones sincronizados con su giro. La descripción anterior para el sistema mecánico es igualmente válida para el caso eléctrico de los circuitos resonantes. Si el voltaje aplicado no es un escalón, sino una secuencia de pulsos de frecuencia igual a la frecuencia natural de oscilación del circuito, en éste se mantendrá una corriente senoidal de amplitud constante. Este efecto es muy importante en los amplificadores de clase C y en otros circuitos como los osciladores.

En circuitos de  $Q$  elevada, el factor de amortiguamiento es pequeño y el número de oscilaciones en respuesta a un escalón es grande. Por el contrario en circuitos de  $Q$  baja, el número de oscilaciones es reducido y se amortiguan rápidamente.

### 3.4 Componentes empleadas en los circuitos sintonizados

En las figuras (3.10) y (3.11) se ilustran algunos de los tipos de bobinas y condensadores frecuentemente empleados en los circuitos sintonizados.

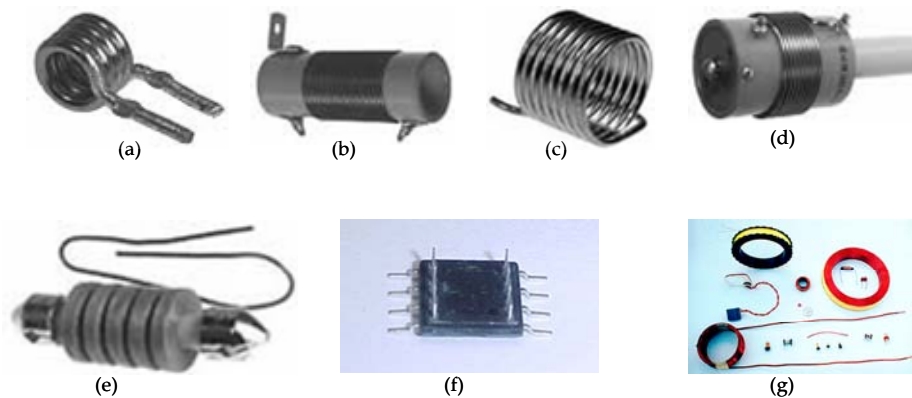


Fig. 3.10. Diversos tipos de bobinas.

En la figura 3.10, las bobinas a, b y c son de núcleo de aire. La bobina d tiene un núcleo ferromagnético cuya penetración se puede variar mediante el vástago a la derecha, permitiendo así variar la inductancia. La bobina e está devanada en una

forma designada como de panal o nido de abeja. Las bobinas f y g son pequeñas, del tipo utilizado para montaje superficial.

Para ajustar los circuitos sintonizados a la frecuencia de resonancia, o a otras frecuencias deseadas, se emplean condensadores variables como los mostrados en la figura 3.11. Las capacidades de estos condensadores, dependiendo del tipo suelen estar en un rango de unos cuantos pf, hasta algunos cientos de pf.

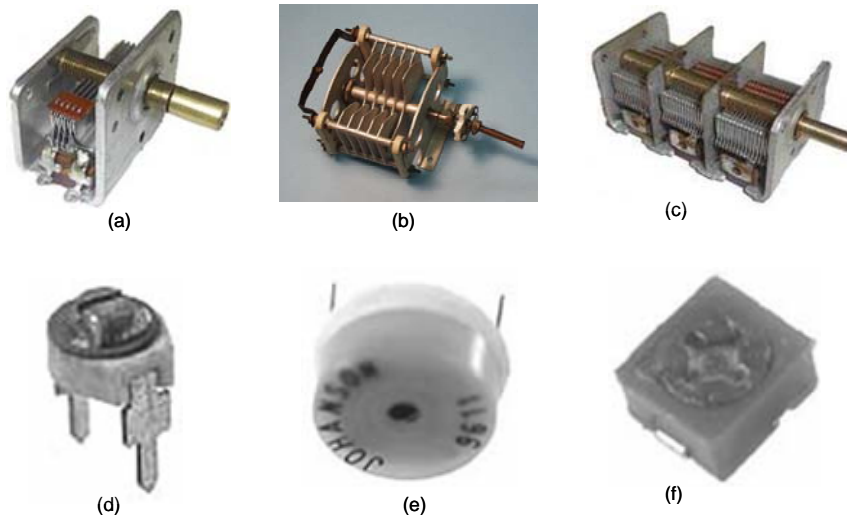


Fig. 3.11. Diversos tipos de condensadores variables utilizados en circuitos sintonizados.

Los condensadores a, b y c están formados por un conjunto de placas fijas, convenientemente separadas y otro conjunto de placas variables, sujetas a un eje, que permite variar el área de penetración de éstas en los espacios entre las placas fijas, lo que se aprecia más claramente en la figura b. Los condensadores a y b son de una sola sección. El condensador c consta de tres secciones. Los condensadores d y e son pequeños y se les designa habitualmente con el término *trimmer*. Finalmente el condensador f es del tipo utilizado para montaje superficial.

### 3.5 Efecto pelicular<sup>2</sup>

En todos los conductores eléctricos que transportan corrientes variables en el tiempo (c.a.), la corriente fluye principalmente por una zona cercana a la superficie del conductor y muy poca o nada por el resto de la sección transversal. Solamente a corriente continua la corriente fluye a través del total de la sección transversal y, a corrientes variables o alternas, la corriente fluye prácticamente en su totalidad, en forma de una película cercana a la superficie, cuyo espesor disminuye según aumenta la frecuencia. Esta característica se designa como *efecto pelicular* y da lugar a que la resistencia de los conductores a RF sea considerablemente mayor que la resistencia óhmica medida a corriente continua. La corriente en un conductor sigue una ley de forma:

$$I(z) = I_0 e^{-\frac{z}{\delta}} \quad (3.33)$$

En que  $I_0$  es la corriente en la superficie del conductor,  $z$  la distancia medida desde la superficie en dirección al centro y  $\delta$  la distancia, medida desde la superficie a la que la corriente decae a un valor  $1/e$  veces el valor de la corriente en la superficie,  $I_0$ , y se designa como *profundidad de penetración*<sup>3</sup>, que está dada por<sup>4</sup>:

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}} \quad (3.34)$$

Donde  $f$  es la frecuencia en Hz,  $\mu$  la permeabilidad del conductor<sup>5</sup> y  $\sigma$  su conductividad. Para el cobre a 20°C, la fórmula (3.30) se reduce a<sup>6</sup>:

$$\delta = \frac{6.62}{\sqrt{f}} \text{ cm.} \quad (3.35)$$

#### 3.5.1 Efecto sobre la resistencia: Resistencia a c.a.

Aunque la magnitud de la corriente disminuye exponencialmente desde la superficie hacia el centro del conductor, en la práctica suele asumirse que toda la corriente está distribuida uniformemente en la película superficial de espesor  $\delta$ , como se ilustra en la figura 3.12.

<sup>2</sup> En inglés: *skin effect*

<sup>3</sup> *Skin depth.*

<sup>4</sup> Para un tratamiento teórico detallado de este tema, consúltese por ejemplo, Ramo, S., Whinnery, J.R. and Van Duzer, T. *Fields and Waves in Communication Electronics*. John Wiley & Sons, Inc. 1965 o una obra clásica de Teoría Electromagnética como la de Stratton, J.A. *Electromagnetic Theory*. McGraw-Hill Publishing Co. 1941.

<sup>5</sup> Para el cobre y materiales no ferromagnéticos,  $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  Hy/m.

<sup>6</sup> Terman, F.E. *Electronic and Radio Engineering*, 4<sup>th</sup> Ed. McGraw-Hill Book Company, Inc. New York, 1955.

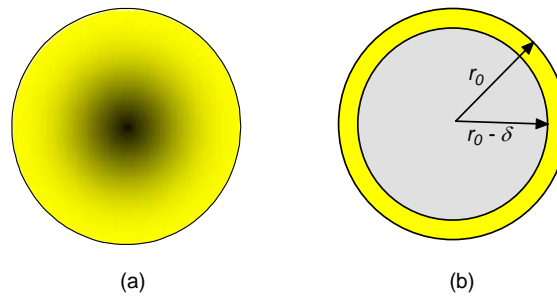


Fig. 3.12. Efecto pelicular.

En la figura 3.9 el área de la sección transversal total del conductor es  $A = \pi r_0^2$ , en tanto que el área del anillo es  $A_\delta = \pi \delta (2r_0 - \delta)$ . La figura 3.12(a) ilustra cómo está distribuida la corriente, en que en el centro es muy pequeña o nula. En la figura 3.12(b) se ilustra cómo se supone distribuida en la práctica, es decir, toda la corriente concentrada en el anillo de espesor  $\delta$  y distribuida uniformemente sobre éste. Ahora bien, la resistencia  $R$ , de un conductor está dada por:

$$R = \frac{\rho l}{A} \quad (3.36)$$

Donde  $\rho$  es la resistividad en  $\Omega \cdot m$ ,  $l$  su longitud en metros y  $A$  el área de su sección transversal en  $m^2$ .

Es claro que si la corriente sólo circula por el anillo de espesor  $\delta$ , el área será menor que si la circulación es por toda la sección transversal, por consecuencia la resistencia será mayor. de ahí que la resistencia de un conductor a corriente alterna y, en general a RF será mayor según aumente la frecuencia.

Cuando una corriente circula por un conductor, se genera un flujo magnético en forma de círculos concéntricos, tanto en el interior como en el exterior del conductor. El campo magnético en el interior del conductor abraza una corriente que no es constante radialmente, sino que es mínima o nula en el centro y máxima en la superficie. Puesto que la inductancia se define como  $L = d\phi/di$ , el resultado es que la inductancia de la parte central del conductor es mayor que la de la parte cercana a la superficie. En altas frecuencias la reactancia de esta inductancia extra es suficientemente grande como para afectar seriamente al flujo de corriente, cuya mayor parte circula cerca de la superficie del conductor donde la reactancia es baja. La parte central del conductor en que la reactancia es alta no contribuye a la circulación de corriente en la misma medida que la periferia y, por consecuencia, la resistencia efectiva aumenta.

Cuando ocurre el efecto pelicular, la corriente siempre se redistribuye sobre la sección del conductor de forma tal, que el mayor flujo de corriente se tiene cuando está abrazada por el menor número de líneas de flujo magnético. Este principio general, que controla la distribución de la corriente en el interior de un conductor, es independiente de la forma geométrica de éste. Así, en un conductor en forma de cinta, la corriente fluye principalmente a lo largo de los bordes en que el número de líneas de flujo que la abrazan es mínimo y la resistencia efectiva real será alta ya que la mayor parte de la cinta no transporta corriente. Esto se ilustra en la figura 3.13.

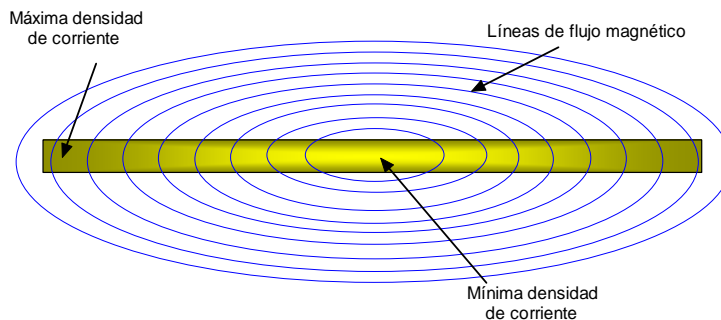


Fig. 3.13. Efecto pelicular en una placa o cinta conductora.

La pérdida de potencia asociada con el flujo de corriente en cualquier porción particular del conductor es la misma que la que se tendría si la corriente circulara a una profundidad de penetración  $\delta$ . Así, en un alambre cilíndrico sólo, es decir alejado de otros conductores, la resistencia efectiva en altas frecuencias es la misma que la de un cilindro conductor hueco, con el mismo diámetro del conductor sólido pero cuya pared tuviera un espesor igual a la profundidad de penetración,  $\delta$ .

### 3.5.2 Efecto de proximidad. Efecto pelicular en bobinas

Cuando dos o más conductores adyacentes transportan corriente, como es el caso de las bobinas, la distribución de corriente en cualquiera de los conductores se ve afectada por el flujo magnético, tanto generado en el propio conductor como por el generado en el conductor próximo. Este efecto se designa como *efecto de proximidad* y da lugar a que la resistencia efectiva o real del conductor, sea mayor que en el caso del efecto pelicular si el conductor estuviera aislado<sup>7</sup> y es de importancia en las bobinas que funcionan a frecuencias elevadas.

<sup>7</sup> Por *aislado* se entiende aquí, que el conductor está suficientemente lejos de cualquier otro conductor, como para considerar que los efectos mutuos son despreciables.

La tecnología actual en el diseño y construcción de resistencias se ha dirigido para eliminar o reducir al máximo los efectos discutidos antes, lo que ha dado lugar al desarrollo de resistencias de *película delgada*<sup>8</sup>, producidas típicamente de substratos de alúmina o berilio y que presentan muy pocos efectos parásitos a frecuencias desde 0 hasta más de 2 GHz.

### 3.6 Inductancia mutua

Cuando se tienen dos bobinas de inductancias  $L_1$  y  $L_2$ , cerca una de la otra y por las que circulan corrientes  $i_1$  e  $i_2$ , cada una producirá un flujo magnético que eslabonará o abrazará a la otra, induciéndose en cada una corrientes adicionales. La inductancia de cada una de las bobinas se verá modificada de su valor original a causa de este efecto, designado como *inductancia mutua*. Por otra parte, se designa como *inductancia propia* a la inductancia que presenta una bobina aislada, es decir, alejada de otras bobinas o, en general, de conductores y se define como:

$$L_{11} = \frac{d\phi_1}{di_1} \quad (3.37)$$

Es decir, la variación del flujo magnético producido por la bobina respecto a la corriente que circula por ella. Por otra parte, la inductancia mutua entre dos bobinas se define como:

$$L_{12} = \frac{d\phi_1}{di_2} \quad L_{21} = \frac{d\phi_2}{di_1} \quad (3.38)$$

Es decir, la variación del flujo en una de las bobinas, respecto a la corriente en la otra. El sistema de las dos bobinas es lineal y recíproco, de modo que:

$$L_{12} = L_{21} = M \quad (3.39)$$

Donde  $M$  se designa simplemente como inductancia mutua. El voltaje total inducido en la bobina 1 en estas condiciones está dado por:

$$v_{12} = \pm j\omega Mi_2 \quad (3.40)$$

Con lo que el voltaje total inducido en la bobina 1 será el debido a su propio flujo y al flujo de la bobina 2 que eslabona a aquélla:

$$v_1 = v_{11} + v_{12} = j\omega L_1 i_1 \pm j\omega M i_2 \quad (3.41)$$

---

<sup>8</sup> En inglés, *thin film*.

El doble signo en las ecuaciones anteriores depende de la disposición física de las bobinas, ya que los flujos eslabonados pueden sumarse o restarse al de la propia bobina, según el sentido de circulación de la corriente que los produce. Este análisis puede ampliarse a un conjunto de  $n$  bobinas cuyos flujos estén mutuamente eslabonados. Aquí, la discusión se limita únicamente a dos bobinas y es válida únicamente para corrientes variables o alternas.

### 3.6.1 Convención de puntos

Para indicar el signo de la inductancia mutua en (3.41), es frecuente emplear lo que se designa como convención o notación de puntos, en la forma que se ilustra en la figura 3.14. El punto en cada devanado da una indicación de la polaridad del voltaje instantáneo. En la figura (a), si la corriente entra por la terminal en que está el punto, en la segunda bobina, la corriente también entrará por la correspondiente terminal marcada por el punto. El voltaje instantáneo es positivo en A respecto a B y en C respecto a D. En la figura (b), la situación es opuesta en la segunda bobina.

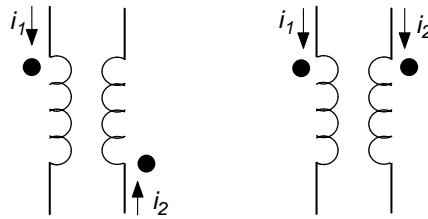


Fig. 3.14.. Convención de puntos en bobinas.

### 3.6.2 Coeficiente de acoplamiento

El valor máximo de la inductancia mutua que puede existir entre dos bobinas de inductancias  $L_1$  y  $L_2$  es  $\sqrt{L_1 L_2}$ , lo que ocurre cuando todo el flujo de cada una de las bobinas eslabona completamente a la otra. La relación entre el valor de la inductancia mutua presente en realidad en el circuito y su valor máximo posible se define como el coeficiente de acoplamiento:

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad (3.42)$$

El máximo valor teórico de  $k$  es 1. En la práctica, el coeficiente de acoplamiento para bobinas bien acopladas es del orden de 0.5 o superior. Cuando el acoplamiento es pobre, el coeficiente de acoplamiento puede ser tan pequeño como 0.01.

Como consecuencia de la inductancia mutua, la inductancia total de dos bobinas conectadas en serie está dada por:

$$L_s = L_1 + L_2 \pm 2M \quad (3.43)$$

En el caso de bobinas en paralelo la inductancia total es:

$$L = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 \mp 2M} \quad (3.44)$$

### 3.7 Acoplamiento entre circuitos

De manera similar al acoplamiento entre bobinas, puede hablarse también de acoplamiento entre circuitos. Este acoplamiento puede ser no sólo inductivo, sino también resistivo o capacitivo. El tema de acopladores se trata más adelante y aquí se presentan únicamente las definiciones básicas para acopladores en T.

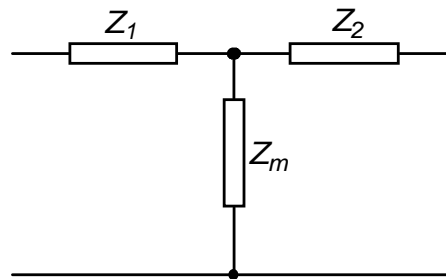


Fig. 3.15. Acoplador genérico en T.

Se define un coeficiente de acoplamiento entre circuitos como:

$$k = \frac{Z_m}{\sqrt{Z_1 Z_2}} \quad (3.45)$$

En la expresión anterior las tres impedancias son de la misma naturaleza, bien sean resistencias, condensadores o inductancias. Cuando las tres impedancias son resistencias, el coeficiente de acoplamiento es:

$$k = \frac{R_m}{\sqrt{(R_1 + R_m)(R_2 + R_m)}} \quad (3.46)$$

Cuando las tres impedancias son inductivas:

$$k = \frac{L_m}{\sqrt{(L_1 + L_m)(L_2 + L_m)}} \quad (3.47)$$

Finalmente, cuando las tres impedancias son capacitivas:

$$k = \frac{\sqrt{C_1 C_2}}{\sqrt{(C_1 + C_m)(C_2 + C_m)}} \quad (3.48)$$

### 3.8 Filtros pasivos

En todos los sistemas de comunicaciones es indispensable el uso de filtros, bien sea para seleccionar las señales deseadas en una determinada banda de frecuencias o para rechazar las frecuencias indeseadas que pueden degradar a las señales de interés. Aquí se tratarán brevemente algunos de los principales aspectos relacionados con los filtros pasivos en el contexto de las señales analógicas. Una parte muy importante de los filtros pasivos, la constituyen los filtros designados como RC, RL, RLC y LC, si bien no son los únicos. Es importante hacer notar que todo filtro eléctrico requiere, por lo menos, de un elemento reactivo, bien sea explícito, como una bobina o un condensador, o bien sea implícito en su estructura o comportamiento. Además de los filtros “clásicos”, basados en componentes discretos R, L y C, se emplean también filtros basados en materiales piezoeléctricos, como los filtros a cristal y los de onda acústica superficial (SAW), así como filtros mecánicos y cerámicos en algunas aplicaciones específicas. Además de los filtros pasivos se emplean también *filtros activos* que utilizan elementos electrónicos que tienen, en algunos casos, ventajas sobre los filtros pasivos. Estos filtros no serán tratados aquí. El concepto básico de los filtros eléctricos fue desarrollado originalmente y de manera independiente, por Campbell y Wagner en 1915. El trabajo subsecuente ha seguido dos trayectorias principales: diseño mediante *parámetros imagen* y diseño por *pérdida de inserción*.

El método de parámetros imagen se basa en el concepto de conectar en cascada varias secciones fundamentales o *prototipos* con las impedancias imagen acopladas. Recibió un impulso considerable gracias al trabajo de Zobel en 1923 sobre los filtros *m-derivados* y fue el método predominante durante más de 30 años. Consiste en una clasificación sistemática de las respuestas de circuitos LC simples, de dos puertos o pares de terminales, expresadas en términos de impedancias y pérdidas o atenuaciones. El filtro requerido, con la característica de atenuación y fase deseadas, se realiza conectando en cascada las secciones prototipo LC necesarias, con la adaptación correspondiente de las impedancias imagen.

El método de pérdida de inserción forma parte de la teoría moderna de filtros y se basa en la especificación de la respuesta de la red mediante una función de transferencia en magnitud y fase. Dicha función de transferencia se sintetiza, mediante diversas técnicas en un circuito de parámetros concentrados (L,C) para obtener la

respuesta deseada. Este tipo de diseño tuvo sus orígenes en los trabajos de Norton, Foster, Cauer, Bode y otros, culminando alrededor de 1940, si bien no logró aceptación inmediata debido a que es necesario llevar a cabo numerosos cálculos. Con la disponibilidad de herramientas de software cada vez más avanzadas, fue ganando mayor aceptación a partir de la década de los cincuenta y es, sin duda, el más utilizado actualmente. Contempla el diseño a partir de la determinación de los polos y ceros de una función realizable de transferencia, que representa la característica de atenuación y fase requeridas. La información que proporciona esta función de transferencia se usa luego para calcular una impedancia típica, a partir de la cual se determinan todos los elementos del filtro. Los principales tipos de filtros se caracterizan según la forma de su respuesta en frecuencia y se designan con los nombres de quienes los desarrollaron o de las funciones matemáticas en que se basa su diseño. Los más usuales son los de *Butterworth*, *Chevyshev*, *Bessel*, *elípticos*, etc.

### 3.9 Clasificación de los filtros

Desde el punto de vista de la respuesta en frecuencia, los filtros se clasifican en los siguientes:

**Filtros de paso bajo.** En el caso ideal, dejan pasar las señales cuya frecuencia es inferior a una frecuencia designada como *frecuencia de corte*, que se definirá más adelante y, las señales de frecuencias superiores a ésta son rechazadas o atenuadas considerablemente. La forma ideal de la respuesta en frecuencia y los símbolos utilizados para los filtros de paso bajo se ilustran en la figura 3.16.

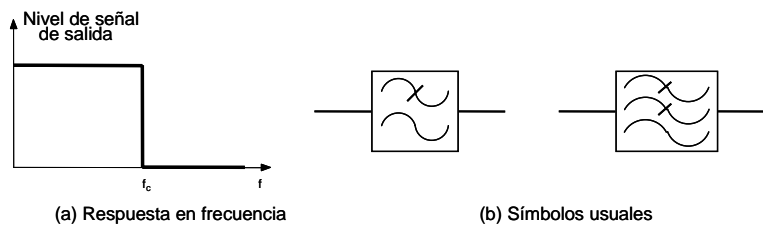


Fig. 3.16. Filtro de paso bajo.

**Filtros de paso alto.** En el caso ideal, dejan pasar las señales cuya frecuencia es superior a la de corte y rechazar las señales de frecuencias inferiores a ésta. La respuesta ideal y los símbolos se ilustran en la figura 3.17.

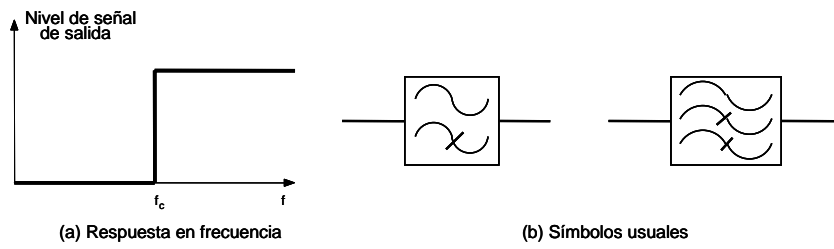


Fig. 3.17. Filtro de paso alto

**Filtros de paso de banda.** Rechazan las señales de frecuencia inferior a una *frecuencia mínima de corte* y de frecuencia superior a una *frecuencia máxima de corte*, permitiendo el paso de señales cuya frecuencia se encuentra entre las dos frecuencias de corte anteriores, como se ilustra en la figura 3.18.

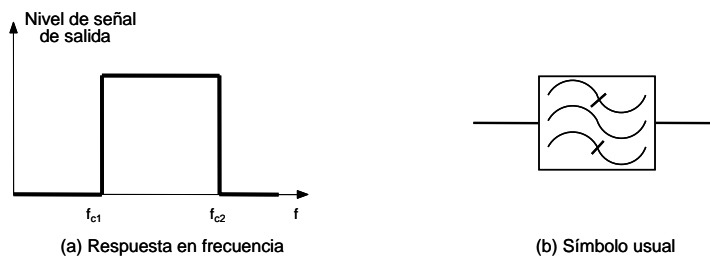


Fig. 3.18. Filtro de paso de banda.

**Filtros de rechazo de banda.** Realizan la función inversa de los filtros de paso de banda, es decir, rechazan las señales de frecuencias comprendidas entre las de corte inferior y superior y dejan pasar las de todas las demás frecuencias. Su respuesta en frecuencia y símbolo se ilustran en la figura 3.19.

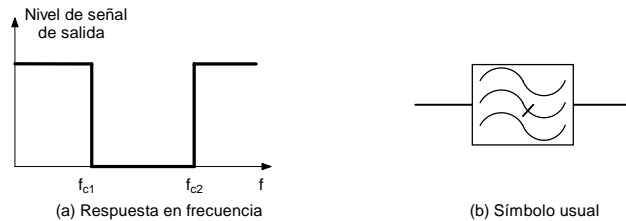


Fig. 3.19. Filtros de rechazo de banda.

### 3.9.1 Definiciones relativas a las características de los filtros

**Respuesta en frecuencia.** Expresa la función de transferencia del filtro y suele representarse gráficamente mediante dos diagramas, uno de la magnitud de la función de transferencia,  $|H(\omega)|$  y otro de la fase de dicha función,  $\phi(\omega) = \arg [H(\omega)]$ .

**Frecuencia de corte.** Es la frecuencia a la que la magnitud de la función de transferencia cae a 0.7071 de su valor máximo (-3 dB). A la frecuencia de corte así definida, la potencia de la señal a la salida del filtro es la mitad de la potencia a la entrada, por lo que los puntos correspondientes a las frecuencias de corte se les designa también como puntos de *media potencia*.

**Filtro ideal.** Es un filtro con las siguientes características:

- a) Magnitud constante de la función de transferencia en la banda de paso.
- b) Característica lineal de fase respecto a la frecuencia.
- c) Frecuencia de corte abrupta. Esto significa que el filtro introduce atenuación infinita, es decir no deja pasar ninguna señal, fuera de la banda de paso.

Las características (a) y (b) anteriores deben cumplirse para que la transmisión sea sin distorsión.

**Factor de forma.** Una forma usual de definir este parámetro es:

$$SF = \frac{\text{Ancho de banda a } -60 \text{ dB}}{\text{Ancho de banda a } -3 \text{ dB}} \quad (3.49)$$

El factor de forma proporciona una medida de la pendiente de la falda del filtro. Cuanto menor sea el factor de forma, más pronunciada será la pendiente y el filtro será más selectivo. En otras palabras, el rechazo a señales fuera de la banda de paso será mejor. Un filtro ideal tiene un factor de forma  $SF=1$ . Los valores de  $SF < 1$  no tienen sentido físico.

**Pérdida de inserción.** Siempre que un generador y una carga se conectan mediante un circuito formado por uno o más componentes, una parte de la señal se disipa en ese circuito *insertado* entre el generador y la carga, ya sea en forma de calor, radiación, etc. La atenuación que resulta de insertar ese circuito se llama *pérdida de inserción* y no debe confundirse con la pérdida por desacoplamiento de impedancias.

**Rizado.** Es una medida de lo plana que es la respuesta en amplitud en la banda de paso y se da como la diferencia entre las atenuaciones máxima y mínima *en la*

*banda de paso*. En la figura 3.20 se muestra gráficamente el significado de los parámetros anteriores.

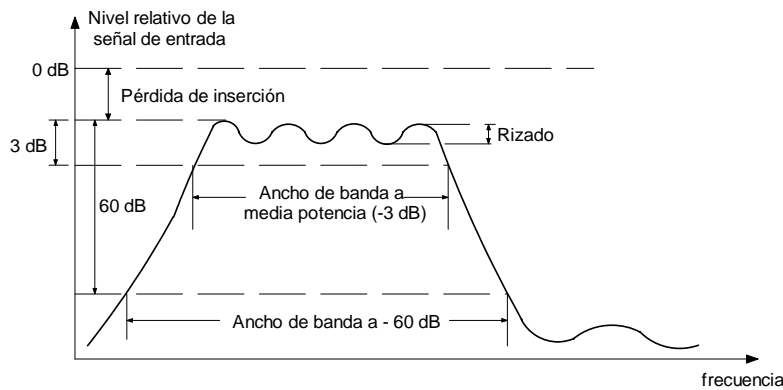


Fig. 3.20. Respuesta típica de un filtro real.

Las definiciones relativas al factor  $Q$ , dadas en el caso de los circuitos resonantes, son igualmente aplicables a los filtros.

### 3.10 Función de transferencia

Los filtros, en general, son redes de dos puertos que pueden caracterizarse mediante una función de transferencia, definida como la relación entre la variable de salida y la de entrada, *en el dominio de frecuencia*. Es importante tener en cuenta que *no se define una función de transferencia en el dominio del tiempo*. En éste se habla de *respuesta impulsiva* del sistema.

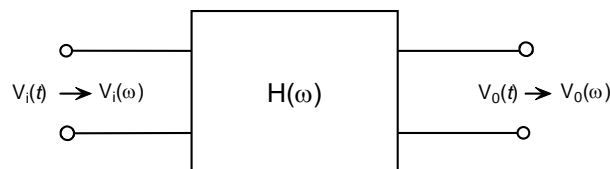


Fig. 3.21. Red de dos puertos o cuadripolo.

En la red de dos puertos de la figura 3.18, el voltaje de entrada en el dominio del tiempo es  $v_i(t)$  y el de salida,  $v_o(t)$ , cuyas transformadas de Fourier son  $v_i(\omega)$  y  $v_o(\omega)$  respectivamente. La función de transferencia se define como:

$$H(\omega) = |H(\omega)| \angle \phi(\omega) = \frac{V_o(\omega)}{V_i(\omega)} \quad (3.50)$$

Según se vio en el Capítulo 1, para que no haya distorsión de la señal,  $|H(\omega)|$  debe ser constante en la banda de paso y  $\phi(\omega)$  debe decrecer linealmente con el tiempo. En la práctica, la condición anterior de transmisión sin distorsión por lo general no se cumple estrictamente.

### 3.10.1 Prototipo de paso bajo

Los filtros de paso bajo, paso alto, paso de banda y eliminación de banda pueden diseñarse directamente, si bien es frecuente emplear un proceso alternativo que consiste en diseñar primero un filtro prototipo de paso bajo, normalizado para  $R_L = 1$  y  $\omega_c = 1$  y luego se emplea escalado y transformación en frecuencia para conseguir el filtro deseado. Este procedimiento hace posible el empleo de un número de tablas, determinado mediante computadora, de elementos para el filtro prototipo con diversas características. Este procedimiento no se tratará aquí en que nos limitaremos únicamente a resumir dos las aproximaciones más utilizadas en el diseño de filtros: Butterworth y Chevyshev.

**Filtro de Butterworth.** La magnitud de la función de transferencia está dada por:

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^{2n}}} \quad (3.51)$$

En que  $n$  se designa como orden del filtro y representa el número de secciones con que se implementa. La respuesta de este filtro se muestra en la figura 3.22.

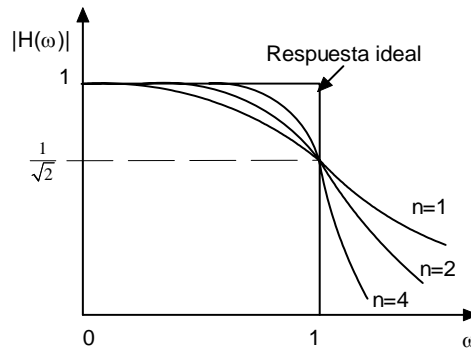


Fig. 3.22. Respuesta del filtro de Butterworth.

Como puede apreciarse de la figura 3.19, el aumento de  $n$  mejora la respuesta del filtro, aproximándola a la ideal. Esto, sin embargo, tiene efectos adversos sobre la

respuesta en el tiempo y aumenta el número de elementos del filtro. El valor de  $n$  debe elegirse de modo que sea el menor que satisfaga las especificaciones particulares que debe cumplir la respuesta en el dominio de frecuencia. El filtro de Butterworth se designa también como *máximamente plano*.

**Filtro de Chebyshev.** La magnitud de su función de transferencia está definida por:

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 C_n^2(\omega)}} \quad (3.52)$$

Donde  $\varepsilon$  es una constante real de valor menor que 1 y  $C_n(\omega)$ , un polinomio de Chebyshev de orden  $n$  del tipo:

$$\begin{aligned} C_n(\omega) &= \cos(n \cos^{-1} \omega) \quad \text{para } 0 < \omega \leq 1 \text{ y} \\ C_n(\omega) &= \cosh(n \cosh^{-1} \omega) \quad \text{para } \omega \geq 1 \end{aligned} \quad (3.53)$$

Las características de los polinomios de Chebyshev dan lugar a una respuesta con rizado en la banda de paso, de la forma que se muestra en la figura 3.23.

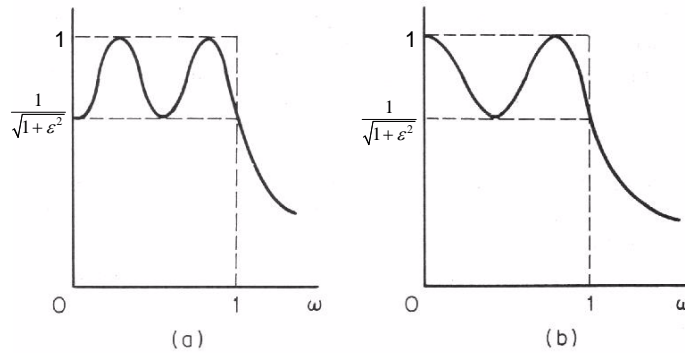


Fig. 3.23. Respuesta de Chebyshev para  $n$  par (a) y  $n$  impar (b).

Para el filtro de Butterworth, en  $\omega = 1$  se tiene la salida a media potencia (-3 dB). Este no es el caso en el filtro de Chebyshev, excepto para  $\varepsilon = 1$ . También puede inferirse de la figura 3.20 que el rizado se puede reducir disminuyendo el valor de  $\varepsilon$ . La atenuación,  $\alpha$ , y  $\varepsilon$  están relacionados mediante la fórmula siguiente:

$$\alpha \cong 10 \log \varepsilon^2 C_n^2(\omega) \quad (3.54)$$

Una comparación entre los filtros de Butterworth y Chebyshev indica que:

- A frecuencias cercanas a  $\omega = 0$ , la aproximación de Butterworth es superior.
- Cerca de la frecuencia de corte, la aproximación de Chebyshev es superior. La falda del filtro cae más rápidamente que en el caso de Butterworth. La respuesta de Chebyshev también es superior fuera de la banda de paso por la misma razón anterior.
- La ventaja anterior se obtiene a expensas del rizado en la banda de paso. La respuesta de Butterworth es plana en la banda de paso, la de Chebyshev no.

### 3.11 Filtros prácticos.

Un tratamiento amplio del tema de filtros queda fuera del contexto de estas notas, en las que se pretende presentar los conocimientos básicos con un enfoque razonablemente práctico. Así pues, a continuación se presentan algunas configuraciones en T y en  $\pi$  de filtros LC simples, frecuentemente utilizados en la práctica y las fórmulas para su diseño. En todos los casos se asume que las impedancias conectadas a la entrada y a la salida son iguales y tienen magnitud  $Z$  y que  $\omega_c = 2\pi f_c$ , donde  $f_c$  es la frecuencia de corte en Hz.

**Filtro de paso bajo:**

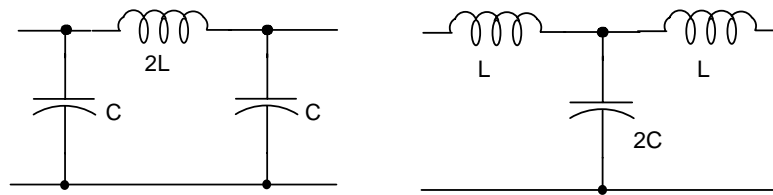


Fig. 3.24. Filtros LC en T y en pi de paso bajo.

Fórmulas de diseño:

$$L = \frac{Z}{\omega_0} \quad (3.55)$$

$$C = \frac{1}{Z\omega_0}$$

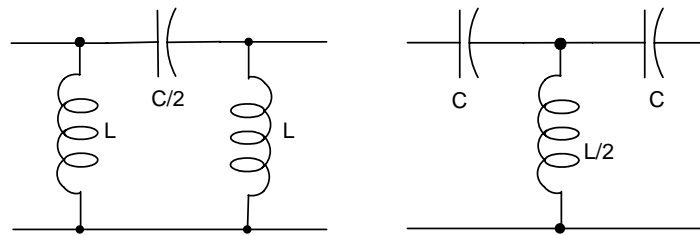
**Filtro de paso alto.**

Fig. 3.25. Filtros LC en T y en pi de paso alto.

Las fórmulas de diseño son las mismas que para el filtro de paso bajo, (3.55).

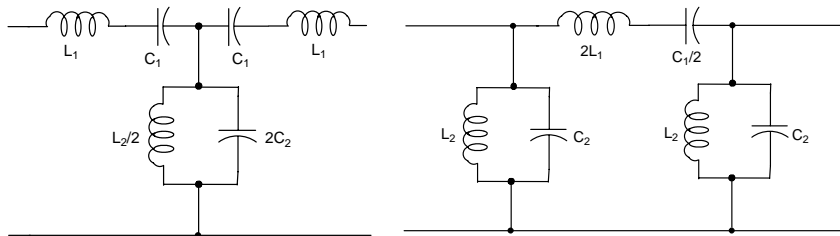
**Filtro de paso de banda**

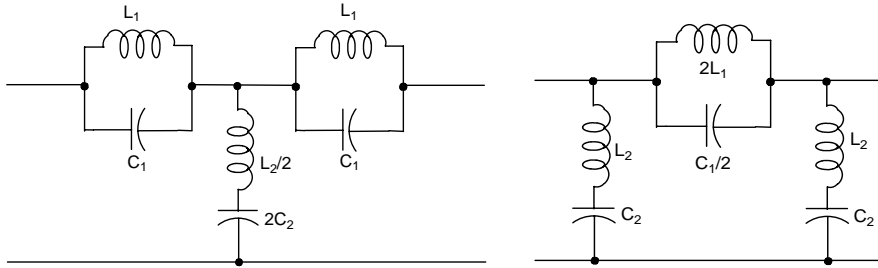
Fig. 3.26. Filtros LC en T y en pi de paso de banda.

Fórmulas de diseño:

$$L_1 = \frac{Z}{\omega_{c2} - \omega_{c1}} \quad C_1 = \frac{1}{Z} \frac{\omega_{c2} - \omega_{c1}}{\omega_{c1} \omega_{c2}} \quad (3.56)$$

$$L_2 = Z \frac{\omega_{c2} - \omega_{c1}}{\omega_{c1} \omega_{c2}} \quad C_2 = \frac{1}{Z} \frac{1}{\omega_{c2} - \omega_{c1}}$$

En las expresiones anteriores,  $\omega_{c2}$  es la frecuencia de corte mayor y  $\omega_{c1}$  la menor.

**Filtros de rechazo de banda.**Fig. 3.27. Filtros LC en T y en pi de rechazo<sup>9</sup> de banda.

Fórmulas de diseño:

$$L_1 = Z \frac{\omega_{c2} - \omega_{c1}}{\omega_{c1} \omega_{c2}} \quad C_1 = \frac{1}{Z} \frac{1}{\omega_{c2} - \omega_{c1}} \quad (3.57)$$

$$L_2 = \frac{Z}{\omega_{c2} - \omega_{c1}} \quad C_2 = \frac{1}{Z} \frac{\omega_{c2} - \omega_{c1}}{\omega_{c1} \omega_{c2}}$$

**3.12 Filtros basados en cristales piezoeléctricos**

La *piezoelectricidad* es una propiedad que presentan algunos materiales cristalinos y consiste en la generación de polarización en un dieléctrico como resultado de la aplicación de esfuerzos mecánicos. El efecto inverso consiste en la distorsión mecánica del material cuando se aplica un voltaje entre sus caras. Los materiales con propiedades piezoeléctricas más importantes son el cuarzo, la sal de Rochelle y la turmalina. La sal de Rochelle se utiliza, entre otras aplicaciones, en micrófonos y altavoces. El cuarzo es una forma de dióxido de silicio y, aunque el efecto piezoeléctrico en éste es algo menor que en la sal de Rochelle, se emplea extensamente en el control de frecuencia de osciladores, debido a su bajo coeficiente de temperatura y elevada  $Q$  mecánica. La turmalina es similar al cuarzo, pero más cara.

Los cristales anteriores se dan en la naturaleza, aunque también es posible producir materiales piezoeléctricos sintéticos como el ADP (sulfato hidrogenado de amoníaco), el EDT (tartrato diamino etílico) y DPT (tartrato dipotásico). Estos materiales

<sup>9</sup> Los filtros de rechazo de banda suelen designarse en inglés como *band-stop filters* y también como *notch filters*. Estos últimos, generalmente de banda estrecha.

encuentran aplicación en filtros y transductores electromecánicos, pero tienen menos estabilidad que el cuarzo y no compiten seriamente con éste en aplicaciones de osciladores. En la figura 3.28 se muestran algunos cristales naturales de cuarzo.



Fig. 3.28. Cristales naturales de cuarzo.

Si se aplican fuerzas mecánicas sobre las caras de un cristal cuyos lados planos sean perpendiculares a un eje designado como  $Y$  se desarrollarán en el cristal cargas piezoeléctricas a causa de las fuerzas aplicadas y los potenciales desarrollados en el cristal tendrán componentes a través de uno de los ejes  $X$  e  $Y$ . Inversamente, si se aplica un voltaje alterno al cristal de cuarzo, éste vibrará mecánicamente y, si la frecuencia del voltaje aplicado es cercana a la frecuencia de resonancia mecánica del cristal, las vibraciones serán intensas. Cualquier barra o placa de cuarzo tiene un número de tales frecuencias de resonancia mecánica, que dependen de las dimensiones del cristal, del tipo de oscilación mecánica y de la orientación del corte de la placa respecto a los ejes del cristal.

### 3.12.1 Circuito equivalente

Los circuitos resonantes con bobinas y condensadores tienen limitaciones en el ancho de banda que es posible conseguir con ellos, a causa de los valores de  $Q$  que es posible conseguir con ellos. Esto es particularmente importante en el caso de filtros muy selectivos en que es necesario un factor de forma lo más cercano posible a  $1^{10}$ , como se requiere en aplicaciones, por ejemplo, de transmisión en banda lateral. Puesto que un cristal de cuarzo tiene propiedades resonantes, puede reemplazarse por un circuito equivalente. En la figura 3.29 se muestra el símbolo habitual y el circuito equivalente de un cristal.

---

<sup>10</sup> Véase fórmula (3.49)

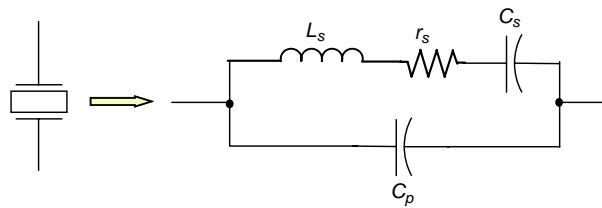


Fig. 3.29. Circuito equivalente de un cristal

En el circuito de la figura,  $C_p$  representa la capacidad electrostática entre los electrodos del cristal, cuando éste no está vibrando. El circuito en serie  $L_s C_s r_s$  representa el equivalente eléctrico de la característica vibratoria del cristal. La inductancia es el equivalente eléctrico de la masa cristalina que interviene de manera efectiva en la vibración.  $C_s$ , a su vez, es el equivalente eléctrico de la compliancia<sup>11</sup> mecánica y la resistencia  $r_s$  representa al equivalente eléctrico del rozamiento. Los circuitos en que se incluyen cristales pueden, por consecuencia analizarse reemplazando el cristal por su equivalente eléctrico y determinando el comportamiento del circuito resultante.

Las magnitudes de los componentes del circuito equivalente del cristal dependen de la forma del corte en éste, su tamaño y el tipo de vibraciones. Los valores numéricos pueden determinarse conociendo estos factores y, por lo general, los fabricantes de cristales, los proporcionan. Los valores de las capacidades suelen ser del orden de picofarads, la inductancia puede tener valores desde unos milihenrys a varios henrys. La relación entre inductancia y capacidad es muy alta en los cristales, en tanto que la relación  $C_s/C_p$  es siempre muy pequeña, lo que permite el acoplamiento entre el cristal y el circuito externo. Los valores de la  $Q$  son generalmente muy altos, generalmente mayores de 25,000 o más y, en algunos casos se han observado valores de  $Q$  superiores a  $10^6$ . Estas características hacen que los cristales sean elementos ideales para la realización de filtros de  $Q$  elevada, es decir, altamente selectivos.

El cristal presenta dos frecuencias de resonancia: una en serie debida a  $L_s$  y  $C_s$  y otra en paralelo debida a la rama en serie en paralelo con  $C_p$ . Esta resonancia en paralelo ocurre a una frecuencia muy cercana a la de resonancia mecánica. La curva de reactancia de la figura 2 muestra que, para bajas frecuencias, menores a la de resonancia en serie, la reactancia es capacitiva. A frecuencias intermedias entre las

<sup>11</sup> La *compliancia* se define como el desplazamiento de un sistema mecánico lineal bajo la acción de una fuerza unitaria.

resonancias en serie y en paralelo la reactancia es inductiva y, a frecuencias superiores a la de resonancia en paralelo, la reactancia vuelve a ser capacitiva.

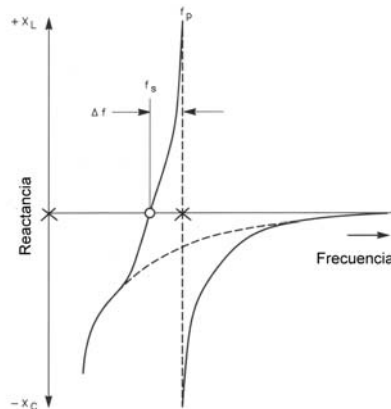


Fig. 3.30. Frecuencias de resonancia de un cristal.

La impedancia es mínima a la frecuencia de resonancia en serie e igual a  $r_s$ , y máxima a la de resonancia en paralelo. Las frecuencias de resonancia de los cristales están bien definidas y son muy estables siempre que la temperatura se mantenga constante, lo que hace a los cristales especialmente atractivos en el diseño de osciladores.

### 3.12.2 Variaciones de frecuencia

Las frecuencias de resonancia de los cristales sufren variaciones a causa de la temperatura y de la edad. Tales variaciones, aunque pequeñas y poco significativas en algunas aplicaciones, son importantes en circuitos en que se requiere una gran estabilidad en frecuencia, como es el caso de los osciladores en los transmisores. Las variaciones en las frecuencias de resonancia dependen del tipo de corte y modo de vibración del cristal y se definen dos tipos de variación según el coeficiente de temperatura. Así algunos tipos de resonancia tienen un coeficiente positivo de temperatura y otros, negativo. En circuitos que requieren de una gran estabilidad en frecuencia, los cristales y su circuito externo asociado suelen montarse dentro de "hornos", que son cámaras cerradas mantenidas a temperatura constante, superior a la temperatura ambiente, mediante una resistencia calefactora que mantiene el interior de la cámara a una temperatura del orden de 50 a 60°C.

Los cristales también experimentan variaciones de sus frecuencias de resonancia durante el periodo inicial de uso, lo que se designa como *envejecimiento* y debido,

en gran parte, a que en la capa superficial del cristal suele haber partículas fracturadas y fragmentos pulverizados que resultan del proceso de fabricación. El envejecimiento puede reducirse mediante un tratamiento cuidadoso de la superficie cristalina que incluye el tratamiento con sustancias químicas o puliendo la superficie con técnicas empleadas en óptica a fin de eliminar todas las imperfecciones superficiales. También, a veces, los cristales se montan en una cápsula llena con algún gas inerte para eliminar la posibilidad de reacciones químicas que pudieran cambiar de alguna forma la superficie cristalina.

### 3.12.3 Separación de las frecuencias de resonancia

La conexión de una inductancia en paralelo con el cristal, aunque no afecta prácticamente a la frecuencia de resonancia en serie, hace que la de resonancia en paralelo sea mayor. Esta separación entre las frecuencias de resonancia en serie y en paralelo es pequeña, del orden de unos centenares de Hz. El aumento de esta separación a unos miles de Hz mediante la conexión de una bobina externa al cristal, hace posible el empleo de cristales en filtros de paso o supresión de banda altamente selectivos, por ejemplo en filtros de FI o para la supresión de bandas laterales.

### 3.12.4 Filtros prácticos con cristales.

Las implementaciones de filtros utilizando cristales piezoeléctricos son diversas. A continuación se presentan algunas de éstas, utilizadas como filtros de frecuencia intermedia.

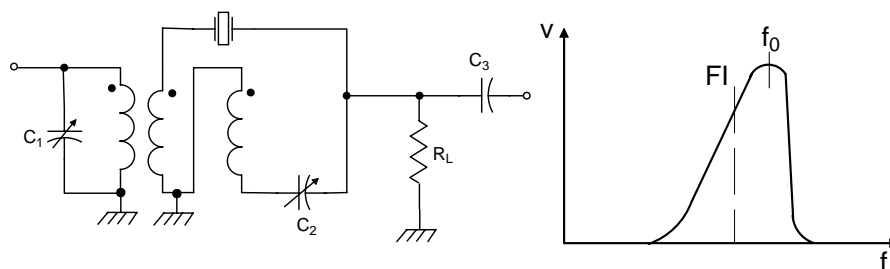


Fig. 3.31. Filtro simple con un cristal y su respuesta en frecuencia.

La frecuencia de resonancia del cristal en el filtro anterior es  $f_0$  y, la de la señal de entrada, a la frecuencia intermedia, que puede estar modulada en amplitud. La respuesta del filtro no es simétrica y cae muy rápidamente a partir de su frecuencia de resonancia, por lo que este filtro es útil para el rechazo de bandas laterales indeseables, si bien por la forma de su respuesta introduce distorsión en señales moduladas. El condensador variable  $C_1$  permite el ajuste de la sintonía del circuito de en-

trada,  $C_2$  sirva como ajuste de fase y  $C_3$  es un condensador de paso, usualmente de  $0.01 \mu\text{f}$ .

El filtro de la figura 3.32, por otra parte, presenta una respuesta simétrica en frecuencia gracias al empleo de dos cristales con frecuencias de resonancia distintas,  $Y_1$  y  $Y_2$ . El rechazo fuera de banda es bueno para eliminar bandas laterales, pero es aún mejor si se emplean cuatro cristales, dispuestos en la forma mostrada en la figura 3.33. En este caso, un par de cristales ( $Y_1$  y  $Y'_1$ ) resuenan a la misma frecuencia y el otro par una frecuencia diferente para conseguir el ancho de banda deseado. El rechazo de este filtro fuera de banda es el mayor de los tres circuitos descritos.

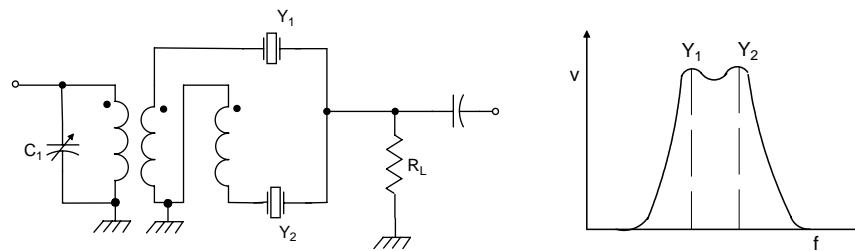


Fig. 3.33. Filtro con dos cristales y su respuesta en frecuencia.

### 3.13 Filtros de Onda Acústica superficial (SAW<sup>12</sup>)

Los cristales de cuarzo descritos en la sección anterior basan su funcionamiento en la transmisión de ondas acústicas *masivas*, entendiéndose aquí por masiva, que las vibraciones mecánicas se propagan a través de la masa completa del cristal. Según aumenta la frecuencia de funcionamiento, el espesor del cristal debe ser menor, lo que pone un límite práctico a la frecuencia máxima de alrededor de 50 MHz. La propagación masiva no es la única posible en los cristales piezoeléctricos y es también posible la propagación mediante *ondas acústicas superficiales* que se propagan, no a través de toda la masa cristalina, sino únicamente sobre la superficie del sólido. En realidad las moléculas de la superficie siguen trayectorias elípticas que sólo penetran una corta distancia en el interior del cristal. En este caso se genera un potencial en la superficie, que permite acoplar una señal eléctrica a la onda acústica superficial. La velocidad de propagación en estas condiciones es del orden de 1000 a 5000 m/s, lo que sugiere de inmediato una posible aplicación de estos dispositi-

<sup>12</sup> Surface Acoustic Wave

vos como *líneas de retardo*, utilizadas en numerosas aplicaciones de comunicaciones.

Puesto que la longitud de onda y la frecuencia están relacionadas por  $\lambda = v/f$  y si  $v$  es, por ejemplo, de 3000 m/s, una señal cuya frecuencia sea de 100 MHz, dará lugar a una longitud de onda en el cristal, de 30  $\mu\text{m}$  ( $1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$ ). En el dispositivo de onda acústica superficial es necesario que los espacios entre electrodos sean del orden de una longitud de onda, esto permite la realización de dispositivos SAW sumamente compactos. Puesto que la acción tiene lugar en la superficie del cristal y no en toda su masa, el tamaño de la masa cristalina puede elegirse de modo que sea mecánicamente robusto sin interferir con el funcionamiento, confinado a la superficie. Los electrodos se depositan sobre la superficie empleando las técnicas bien desarrolladas en la construcción de circuitos integrados.

Algunas de las características de los dispositivos SAW son:

- ♦ Pueden fabricarse dispositivos compactos para funcionar en las bandas de VHF y UHF.
- ♦ Puesto que la energía se concentra cerca de la superficie y la señal puede tomarse arbitrariamente en cualquier punto a lo largo del trayecto de propagación, es posible fabricar fácilmente líneas de retardo con derivaciones intermedias.
- ♦ La onda superficial puede aplicarse y extraerse fácilmente mediante un transductor interdigitado (IDT) sobre la superficie del material piezoeléctrico como se muestra en la figura 3.39
- ♦ Para la construcción del transductor es posible emplear técnicas de grabado fotográfico como las empleadas en la fabricación de semiconductores y circuitos integrados.
- ♦ Variando el paso y las dimensiones de los electrodos del transductor, es posible conseguir diversas formas de la respuesta en frecuencia.

En la figura 3.39 se muestra la configuración básica de un filtro SAW, que consiste de un par de electrodos metálicos en forma de peine sobre un substrato piezoeléctrico pulido como espejo en los que la separación o paso entre electrodos se selecciona de modo tal que corresponda una longitud de onda de la onda acústica a la frecuencia central de funcionamiento.

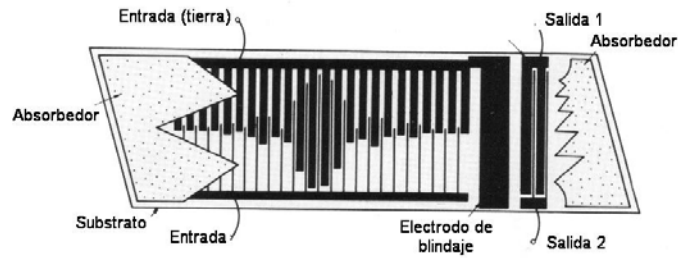


Fig. 3.39. Filtro de onda acústica superficial.

La frecuencia central del filtro está dada por:

$$f_0 = \frac{v}{p} \quad (3.69)$$

donde  $v$  es la velocidad de propagación de la onda acústica en la superficie del material piezoeléctrico y  $p$ , la separación o *paso* entre los electrodos. Esta relación indica que es necesario reducir el paso entre electrodos al aumentar la frecuencia.

El ancho de banda fraccional de un filtro SAW es inversamente proporcional al número de electrodos y está dado por:

$$\frac{\Delta f}{f_0} \approx \frac{2}{N} \quad (3.70)$$

Donde  $\Delta f$  es el ancho de banda a -3 dB,  $f_0$  la frecuencia central y  $N$  el número de electrodos. De las ecuaciones anteriores se tiene que:

$$\Delta f \approx \frac{2v}{Np} \quad (3.71)$$

Como puede apreciarse de la ecuación anterior, el ancho de banda del filtro es inversamente proporcional a la longitud del transductor.

En la figura 3.40 se muestran algunos filtros SAW típicos, unos para montaje superficial y otros para montaje en placa. Como se aprecia en la imagen de la izquierda en filtro propiamente dicho es de muy pequeñas dimensiones, mucho menores que los filtros LC convencionales y, en la figura 3.41 se ilustra una respuesta típica en frecuencia de un filtro SAW, con una frecuencia central de 70 MHz y un ancho de banda a -3 dB de 600 KHz. En el eje vertical se indica la atenuación relativa al nivel máximo de salida del filtro, que no debe confundirse con la pérdida de inserción.



Fig. 3.40. Filtros SAW típicos.

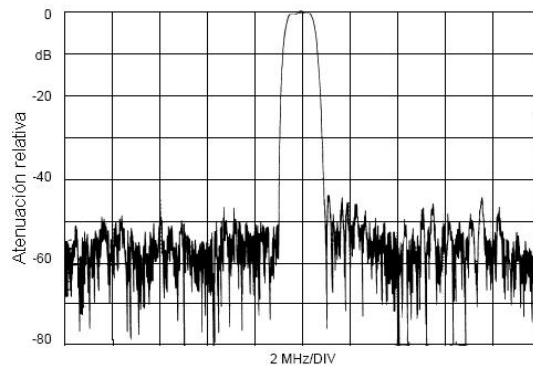


Fig. 3.41. Respuesta en frecuencia de un filtro SAW.

### 3.13.1 Pérdida de inserción en filtros SAW

Cuando se utilizan filtros SAW, un aspecto muy importante a tener en cuenta es que introducen pérdidas de inserción elevadas, del orden de 10 a 20 dB típicamente. Por esta razón suele ser necesario utilizar un amplificador previo al filtro para compensar esa atenuación.

## 3.14 Combinadores y divisores de potencia

Los combinadores de potencia son circuitos que se utilizan para combinar dos o más señales sobre una carga común, por ejemplo, cuando se emplea una misma antena para transmitir varios canales de televisión o telefonía. La combinación puede hacerse con señales *coherentes*, es decir, de la misma frecuencia y fase, o con señales no coherentes en el caso de que sean de frecuencias y fases distintas. Los divisores de potencia, por el contrario, se utilizan para repartir la potencia de una señal de entrada entre varias cargas, por lo general de la misma impedancia. En

la figura 3.31 se ilustra un ejemplo de aplicación de estos circuitos en una arquitectura que es frecuente en transmisores. Una señal de entrada, con potencia de 20 W se reparte por igual a cuatro amplificadores de potencia, cada uno con ganancia de 20 (13 dB). Las salidas de los amplificadores se combinan a pares. La salida de cada combinador es, en condiciones ideales, la suma de las potencias de las ramas de entrada, en este caso, 200 W cada una. Estas dos se combinan finalmente para producir una potencia de salida total de 400 W.

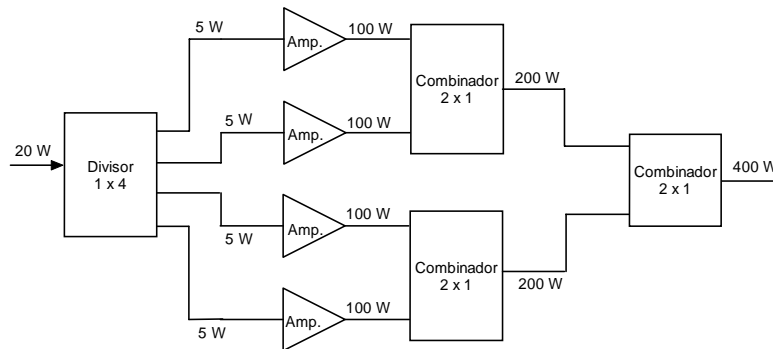


Fig. 3.31. Ejemplo de combinación y división de potencia.

Podría pensarse que no es necesario utilizar cuatro amplificadores y tres combinadores para conseguir 400 W de salida, cuando bastaría un solo amplificador de 13 dB para obtener esa potencia con la misma entrada de 20 W. Esto puede hacerse si se emplea un amplificador con una válvula de vacío, ya que una sola válvula es capaz de suministrar esa potencia y más, pero en general no puede hacerse con transistores, ya que en la práctica, los transistores más utilizados como amplificadores de potencia no suelen producir potencias superiores a unos 100 W y por ello es necesario combinar sus salidas en forma similar a la de la figura anterior. Este es un aspecto que debe tenerse en cuenta al utilizar dispositivos de estado sólido como amplificadores de potencia.

En el caso del ejemplo anterior, las señales de los cuatro amplificadores se combinan en paralelo. Esa combinación debe hacerse de modo tal que las señales sean exactamente de la misma frecuencia y fase. En otras palabras, todas las señales a combinar deben ser coherentes. Aunque las señales a la salida de los amplificadores sean exactamente de la misma frecuencia, si entre ellas hay diferencias de fase la potencia de la combinación resultante será menor, dependiendo de la magnitud del desfase. Esto se ilustra en la figura 3.42 y es un aspecto muy importante en el diseño de estos sistemas, en que lo que se pretende es conseguir la máxima potencia posible.

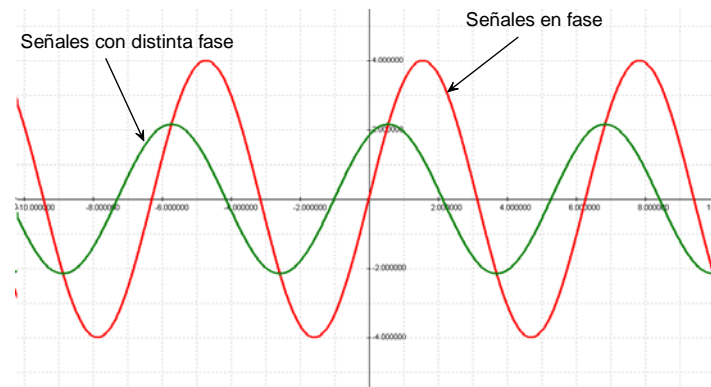


Fig. 3.42. Efecto del defasamiento entre señales combinadas, cada una con amplitud de 2 V.

Puede decirse entonces que, en el caso de señales coherentes, éstas *se combinan sumándose en voltaje*. Cuando las señales no son coherentes, se combinan sumándose en potencia. Veamos esto mediante el siguiente ejemplo.

Supóngase el combinador de la figura 3.43, al que se aplican dos señales cuyas potencias son, respectivamente 10 dBm y 7 dBm y se desea conocer el voltaje y potencia a la salida del combinador, (a) si las señales son coherentes y (b) si no lo son. Las impedancias, tanto para las dos entradas como para la salida, son de  $50 \Omega$ .

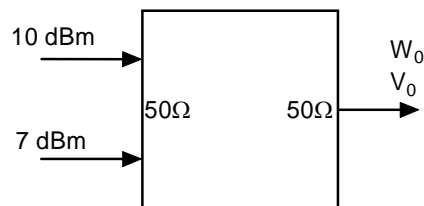


Fig. 3.43. Combinador de dos entradas.

a) **Señales coherentes** (suma de voltajes)

$$W_1 = 10 \text{ dBm} \Rightarrow 10 \text{ mw} = 0.01 \text{ w.}$$

$$V_1 = \sqrt{W_1 Z} = \sqrt{0.01 \times 50} = 0.707 \text{ V}$$

$$W_2 = 7 \text{ dBm} \Rightarrow 5 \text{ mw} = 0.005 \text{ w.}$$

$$V_2 = \sqrt{W_2 Z} = \sqrt{0.005 \times 50} = 0.5 V$$

$$V_0 = V_1 + V_2 = 1.207 V$$

$$W_0 = \frac{V_0^2}{Z} = 0.0291 \text{ w} \Rightarrow 14.64 \text{ dBm}$$

b) *Señales no coherentes* (suma de potencias<sup>13</sup>).

$$W_1 = 10 \text{ dBm} \Rightarrow 10 \text{ mw} = 0.01 \text{ w.}$$

$$W_2 = 7 \text{ dBm} \Rightarrow 5 \text{ mw} = 0.005 \text{ w.}$$

$$W_0 = W_1 + W_2 = 15 \text{ mw} \Rightarrow 11.76 \text{ dBm}$$

La diferencia entre un caso y otro es evidente.

Ahora bien, ¿cuándo son incoherentes las señales?. Un ejemplo sencillo es el de una antena de televisión por la que se transmiten simultáneamente dos canales o programas diferentes, por ejemplo uno ocupando un ancho de banda de 600 a 608 MHz y otro de 620 a 628 MHz. Evidentemente estas señales no tienen las mismas frecuencias ni fases y son, por consecuencia, no coherentes. La potencia entregada a la antena es la suma de las potencias de cada una y la potencia radiada por la antena será igual a la potencia recibida por la antena, multiplicada por la ganancia de ésta.

**Divisores de potencia.** Veamos ahora el caso inverso, de divisores de potencia, mediante el siguiente ejemplo:

Un sistema de antenas es alimentado por un conjunto de divisores o repartidores de potencia, como se muestra en la figura 3.44. Cada divisor de 1×4 introduce una atenuación de 0.3 dB y, los divisores de 1×2, de 0.1 dB. Calcular la potencia entregada a cada elemento del sistema de antenas si la potencia de entrada al conjunto es de 5 kw, la potencia perdida en el sistema divisor y la atenuación total introducida por éste.

<sup>13</sup> Es muy importante recordar que la suma de potencias se realiza en unidades fundamentales, watts o miliwatts y no en unidades logarítmicas que equivale a la multiplicación en unidades fundamentales.

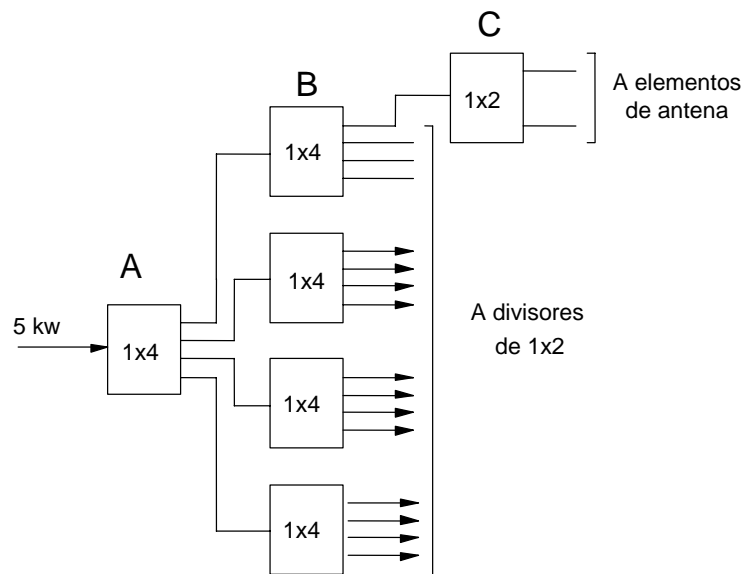


Fig. 3.44 Ejemplo de división de potencia.

**Solución.**

Conviene reflejar la atenuación de cada divisor a su entrada y trabajar en dB.  
Potencia de entrada al sistema de antenas:

$$5 \text{ kw} \rightarrow 7 \text{ dBkw}$$

Potencia efectiva de entrada considerando las pérdidas en el primer divisor:

$$7 \text{ dBkw} - 0.3 \text{ dB} = 6.7 \text{ dBkw}$$

Al repartirse entre cuatro salidas iguales, la potencia entregada a cada uno de los divisores B será:

$$6.7 \text{ dBkw} - 6 \text{ dB} = 0.7 \text{ dBkw}$$

Reflejando de nuevo la atenuación de los divisores B a sus entradas:

$$0.7 \text{ dBkw} - 0.3 \text{ dB} = 0.4 \text{ dBkw}$$

que, al repartirse entre cuatro, da la potencia a los divisores de 1x2 y que, considerando la atenuación de estos da:

$$0.4 \text{ dBkw} - 6 \text{ dB} - 0.1 \text{ dB} = -5.7 \text{ dBkw}$$

Que, al repartirse en dos, da la potencia de alimentación a cada elemento de la antena:

$$P_{\text{ELEMENTO}} = -5.7 - 3 = -8.7 \text{ dBkw} \rightarrow 134.9 \text{ w/elemento}$$

La potencia total perdida en el sistema de divisores será:

Potencia perdida = Potencia de entrada - Potencia total entregada a los elementos

La potencia total entregada a los elementos de la antena será

$$0.1349 \text{ kw} \times 2 \times 4 \times 4 = 4.317 \text{ kw} \rightarrow 6.35 \text{ dBkw}$$

La potencia total perdida será:

$$5 \text{ kw} - 4.317 \text{ kw} = 0.683 \text{ kw}$$

Y, la atenuación total introducida por el sistema de divisores es:

$$L_{\text{DIV}} = 10\log(5/4.317) = 0.64 \text{ dB}$$

o bien:

$$L_{\text{DIV}} = 7 \text{ dBkw} - 6.35 \text{ dBkw} = 0.65 \text{ dB}$$

La diferencia en los resultados anteriores no es significativa y se debe únicamente a la forma en que se ha efectuado el redondeo a dos cifras decimales en cada uno de los casos.

### 3.15 Atenuadores

La máxima transferencia de potencia entre dos circuitos se tiene cuando sus impedancias son conjugadas, es decir  $Z_1 = Z_2^*$ . En cualquier otra situación, parte de la potencia se disipa en alguna de las dos impedancias conectadas. Esa pérdida de potencia equivale a una atenuación. Como se verá en el capítulo referente a líneas de transmisión, esa potencia perdida es el resultado de que, al no estar acopladas las impedancias, parte de la energía incidente sobre la impedancia que actúa como carga, se refleja hacia la que actúa como generador. Esta señal reflejada por la carga, se combina con la señal incidente y puede producir distorsiones más o menos severas en los sistemas de comunicaciones. Un ejemplo común es de imágenes dobles o triples<sup>14</sup> en una pantalla de televisión. Esto puede ocurrir por varias causas, pero una de ellas es cuando las impedancias de la antena, línea de transmisor y receptor no están acopladas correctamente.

El hecho de conectar impedancias diferentes entre sí produce, por sí misma, una atenuación intrínseca inevitable. Esta atenuación, por sí sola, no contribuya a la distorsión, que es consecuencia de la combinación de la señal incidente con la reflejada. Para eliminar las reflexiones, es necesario acoplar las impedancias median-

<sup>14</sup> Estas imágenes se designan como *fantasmas* o bien *imágenes rebotadas*.

te un *atenuador de pérdida mínima*, que introduzca la misma atenuación causada por el desacoplamiento y que, además, actúe como acoplador, de modo que cada una de las impedancias conectadas vea frente a ella a su complejo conjugado. Esta atenuación mínima entre impedancias diferentes está dada por:

$$A_{\min} = \frac{2Z_1}{Z_2} - 1 + 2\sqrt{\frac{Z_1}{Z_2} \left( \frac{Z_1}{Z_2} - 1 \right)} \quad (3.72)$$

En que  $Z_1$  es la mayor de las dos impedancias conectadas. En todo el tratamiento seguido aquí se asume que  $Z_1$  y  $Z_2$  son puramente resistivas.

Las configuraciones más utilizadas para los atenuadores son en T y  $\pi$ , en dos versiones, una para circuitos balanceados y otra para circuitos no balanceados y se muestran las figuras 3.45 y 3.46.

### Atenuador en T

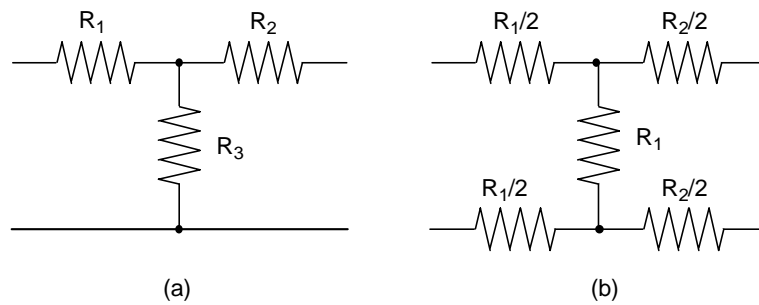


Fig. 3.45. Atenuador en T no balanceado (a) y balanceado (b).

Fórmulas de diseño para el atenuador en T.

$$R_1 = \frac{Z_1(A+1) - 2\sqrt{AZ_1Z_2}}{A-1} \quad (3.73)$$

$$R_2 = \frac{Z_2(A+1) - 2\sqrt{AZ_1Z_2}}{A-1} \quad (3.74)$$

$$R_3 = \frac{2\sqrt{AZ_1Z_2}}{A-1} \quad (3.75)$$

Cuando las dos impedancias conectadas son iguales, las fórmulas anteriores se reducen a:

$$R_1 = R_2 = Z_1 \frac{\sqrt{A} - 1}{\sqrt{A} + 1} \quad (3.76)$$

$$R_3 = \frac{2Z_1\sqrt{A}}{A - 1} \quad (3.77)$$

### Atenuador en $\pi$

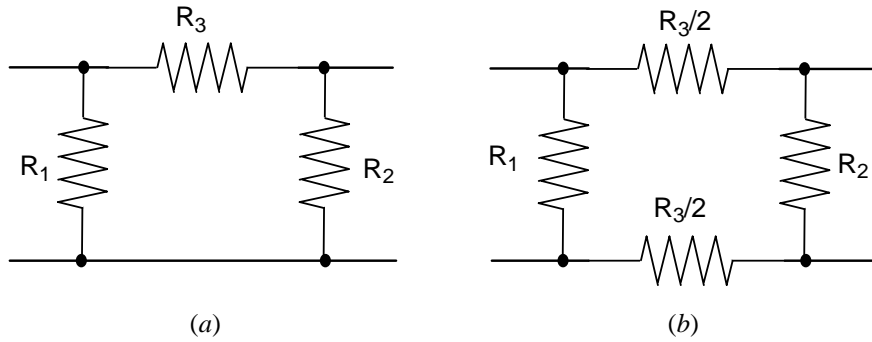


Fig. 3.46. Atenuador en  $\pi$  no balanceado (a) y balanceado (b).

Fórmulas de diseño para el acoplador en  $\pi$ .

$$R_1 = \frac{(A - 1)Z_1\sqrt{Z_2}}{(A + 1)\sqrt{Z_2} - 2\sqrt{AZ_1}} \quad (3.78)$$

$$R_2 = \frac{(A - 1)Z_2\sqrt{Z_1}}{(A + 1)\sqrt{Z_1} - 2\sqrt{AZ_2}} \quad (3.79)$$

$$R_3 = \frac{A - 1}{2} \sqrt{\frac{Z_1 Z_2}{A}} \quad (3.80)$$

Y, si las impedancias son iguales:

$$R_1 = R_2 = Z_1 \frac{\sqrt{A} + 1}{\sqrt{A} - 1} \quad (3.81)$$

$$R_3 = \frac{Z_1(A-1)}{2\sqrt{A}} \quad (3.82)$$

Los siguientes ejemplos ilustran algunas de las aplicaciones sencillas de atenuadores.

### **Ejemplo 1**

Diseñar un atenuador de pérdida mínima para conectar dos cables coaxiales entre sí. La impedancia de uno es de  $50\Omega$  y del otro,  $75\Omega$ .

La atenuación mínima se calcula con la fórmula (3.72) y da como resultado un valor de:

$$A = 3.732 \quad (5.72 \text{ dB})$$

Utilizando este valor en las fórmulas (3.73) a (3.75) se obtiene que:

$$R_1 = 43.3 \Omega; \quad R_2 = 0; \quad R_3 = 86.6 \Omega$$

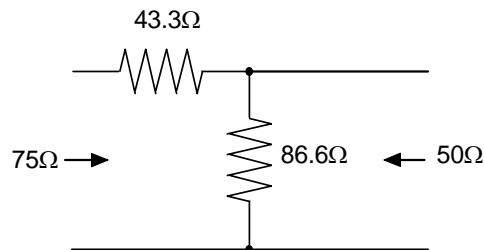


Fig. 3.47. Atenuador de pérdida mínima entre  $50$  y  $75 \Omega$

Aplicando el teorema de Thèvenin se comprueba fácilmente que la impedancia vista desde las terminales de la izquierda es de  $75\Omega$  y, desde las de la derecha, de  $50\Omega$ , con lo que se consigue adaptar la impedancia y evitar las ondas reflejadas.

### **Ejemplo 2**

En un sistema de distribución doméstica de televisión, el nivel de señal de televisión suministrado a un abonado es de  $100 \text{ dB}\mu\text{V}$ , lo que hace que se sature el amplificador de entrada del receptor impidiendo la recepción correcta, que se consigue con niveles de señal del orden de  $70 \text{ dB}\mu\text{V}$ . El cable de alimentación es coaxial y su impedancia de  $75\Omega$ . Diseñar el atenuador adecuado.

**Solución.**

La atenuación necesaria es, simplemente,

$$A(\text{dB}) = 100 \text{ dB}\mu\text{V} - 70 \text{ dB } \mu\text{V} = 30 \text{ dB}$$

$$A = 10^{30/10} = 1000$$

Puesto que las impedancias de entrada y salida del atenuador son iguales y se trata de un sistema no balanceado, ya que se emplea un cable coaxial. Utilizaremos un atenuador tipo T, calculándolo mediante las fórmulas (3.62) y (3.63), obteniendo los valores siguientes para las componentes:

$$R_1 = R_2 = 70.41\Omega; \quad R_3 = 4.75\Omega.$$

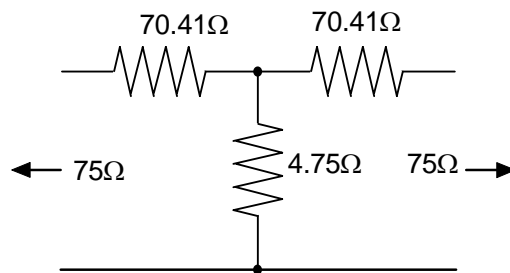


Fig. 3.48. Atenuador de 30 dB para 75Ω

**Ejercicios y problemas**

- 3.1. Diseñe un método simple para medir la inductancia de una bobina.
- 3.2. Un circuito sintonizado en serie tiene una Q de 130 y la capacidad de sintonía es de 250 pF a una frecuencia de 650 kHz. Determine la impedancia a resonancia y a frecuencias desviadas  $\pm 5\%$  de la resonancia.
- 3.3. Un inductor que forma parte de un circuito resonante en serie, tiene una resistencia de 5 Ω y una inductancia de 60 μH. La Q del circuito es 95. Calcule la frecuencia de resonancia.
- 3.4. Para un circuito sintonizado en serie a una frecuencia de resonancia de 1.3 MHz, la Q es de 100 y la capacidad de sintonía de 57 pF. Mediante un programa de cálculo, por ejemplo MATLAB®, haga una gráfica de la magnitud de la impedancia.

cia y del ángulo de fase en un rango de frecuencias de  $\pm 20$  kHz alrededor de la frecuencia de resonancia. Determine también el ancho de banda a -3 dB.

3.5. Una bobina se sintoniza a una frecuencia de resonancia de 1 MHz con un condensador cuyo factor de potencia es 0.001. Calcule la Q del circuito.

3.6. Dos condensadores de 10 pF cada uno, se conectan en serie para formar la capacidad de sintonía de un circuito resonante en paralelo a 100 MHz. La impedancia dinámica del circuito es  $1\text{ M}\Omega$ . Si se conecta una carga de  $10\text{ K}\Omega$  en paralelo con uno de los condensadores, calcular (a) la impedancia dinámica efectiva del circuito cargado y (b) la capacidad efectiva de sintonía.

3.7. Un condensador variable cuya capacidad máxima es de 350 pF y mínima de 20 pF se utiliza en el circuito de sintonía de un receptor de radiodifusión de AM. La bobina y el circuito asociado tienen una capacidad distribuida de 20 pF. Calcular:

- a) La inductancia de la bobina necesaria para que la menor frecuencia de sintonía sea de 530 kHz.
- b) El rango exacto de sintonía con la bobina seleccionada.

3.8. En un circuito resonante en serie a 1150 kHz se encuentra que, cuando la frecuencia de sintonía difiere de la de resonancia por 15 kHz, la corriente se reduce al 53% de la corriente a resonancia para el mismo voltaje aplicado. Determine la Q del circuito.

3.9. Determine el valor efectivo máximo de la Q que debe tener un circuito sintonizado cuyo ancho de banda a -3 dB debe ser de 10 kHz, para frecuencias centrales de 50, 500, 5000 y 50000 kHz.

3.10. Se requiere que un circuito sintonizado tenga una impedancia en paralelo de  $6\text{ k}\Omega$  y una Q de 12. Si la frecuencia de resonancia es de 300 kHz, determine la inductancia, capacidad y resistencia que debe tener el circuito.

3.11. Dos bobinas idénticas cada una con una  $Q = 100$  y una inductancia de  $200\text{ }\mu\text{H}$  se acoplan de modo que la inductancia mutua es de  $50\text{ }\mu\text{H}$ . Si la bobina del secundario se pone en corto circuito calcule:

- a) La resistencia y reactancia acopladas a una frecuencia de 600 kHz.
- b) La resistencia y reactancia totales del primario.
- c) La Q efectiva del primario incluyendo el efecto de la impedancia acoplada.

- 3.12. El circuito en paralelo de un amplificador de emisor común puede representarse por la impedancia de un circuito RLC en paralelo dada por la ecuación 3.25 (Capítulo 3). La  $Q$  del circuito vale 70 y la resistencia dinámica es de  $2\text{ k}\Omega$ . La frecuencia de resonancia del circuito es de 5 MHz. Calcular la inductancia equivalente en paralelo del circuito a una frecuencia de 4 MHz.
- 3.13. Un circuito sintonizado en paralelo es resonante a 10.7 MHz con un condensador de sintonía de 200 pf y una  $Q$  de 150. El circuito está débilmente acoplado a una carga resistiva de  $50\ \Omega$  mediante un lazo inductivo no sintonizado, de inductancia propia  $0.1\ \mu\text{h}$  y  $k = 0.1$ . Calcular (a) la impedancia dinámica del circuito a resonancia y (b) el ancho de banda a -3 dB.
- 3.14. Una fuente de voltaje cuya resistencia interna es de  $300\ \Omega$  se conecta a una carga de  $75\ \Omega$  mediante un atenuador en L consistente de una resistencia de  $1\text{ k}\Omega$  en serie con la entrada y una de  $30\ \Omega$  en paralelo con la salida. Calcule la pérdida de inserción en dB y determine si el atenuador funciona en este caso también como acoplador.
- 3.15. Calcule los valores de las resistencias de un atenuador T para proporcionar una pérdida de inserción de 10 dB entre una fuente de  $75\ \Omega$  y una carga de  $50\ \Omega$ , funcionando además como acoplador de impedancias.
- 3.16. Un atenuador L se utiliza para acoplar una fuente de  $300\ \Omega$  y una carga de  $150\ \Omega$ . Calcular los valores de las componentes y determinar la pérdida de inserción en dB.
- 3.17. Diseñar un atenuador balanceado de pérdida mínima para acoplar una fuente de  $300\ \Omega$  a una carga de  $75\ \Omega$ .
- 3.18. Diseñar un atenuador de pérdida mínima para acoplar dos líneas de transmisión balanceadas, una de impedancia característica  $Z_{01} = 600\ \Omega$  y otra de  $Z_{02} = 300\ \Omega$ .
- 3.19. Diseñar un filtro de paso bajo para señales de voz, con una frecuencia de corte de 3.4 kHz.
- 3.20. Utilizando los circuitos de la sección 3.10, diseñe un filtro con una respuesta razonablemente plana, en la banda de FM (88 a 108 MHz).
- 3.21. Dos transmisores en la banda de AM (ondas medias) utilizan una misma antena transmisora. Uno de los transmisores funciona a 840 kHz y el otro a 1400 kHz

y es necesario que la señal de cada uno de los transmisores pase solamente hacia la antena y no hacia el otro transmisor. Diseñe un circuito tal que se pueda cumplir la condición anterior.

## Capítulo 4

### Amplificadores, Osciladores y Mezcladores

#### Introducción

En este capítulo no se pretende hacer un tratamiento detallado de los componentes y circuitos empleados en comunicaciones, de los que los estudiantes tienen ya conocimientos básicos. El objetivo es hacer un repaso de estos temas, orientado básicamente a las necesidades del curso, en algunos aspectos directamente relacionados con las aplicaciones en los sistemas de comunicaciones.

#### 4.1 Amplificadores

Los amplificadores son indispensables en cualquier sistema de comunicaciones, al igual que los filtros, los osciladores, los mezcladores, etc. En el caso de un transmisor cuya señal de entrada es de unos pocos miliwatts y es necesario que suministre a la antena una señal de varios Kw, es evidente que la señal tiene que amplificarse hasta conseguir el nivel de potencia de salida requerido. En un receptor al que la antena entrega una señal del orden de picowatts ( $10^{-12}$  w), debe producir una señal de salida con potencia suficiente para excitar, por ejemplo a un altavoz, también es indispensable amplificar la señal varios órdenes de magnitud. En principio, los amplificadores deben cumplir con la condición de transmisión sin distorsión, por lo menos en la banda de paso de interés y, por consecuencia, deben ser lineales en el sentido de que sólo pueden modificar la amplitud de la señal sin cambiar su forma de onda. Esto último, en general, es aplicable, si bien con matices, a los sistemas analógicos pero no necesariamente a los sistemas digitales.

La función principal de cualquier amplificador es aumentar el nivel de voltaje, corriente o potencia de una señal de entrada, convirtiendo la potencia suministrada por una fuente de alimentación en potencia útil de señal a la salida. La relación entre esta potencia útil y la potencia suministrada por la fuente se define como *eficiencia* del amplificador. La energía de la fuente no convertida en señal útil se pierde en forma de calor y por ello, es necesario extraer de alguna forma el calor generado que, de otra forma, haría aumentar la temperatura de los componentes electrónicos del amplificador hasta destruirlos o dañarlos permanentemente. Este es un aspecto de gran importancia en el diseño de, prácticamente, cualquier circuito electrónico.

### 4.1.1 Clasificación de los amplificadores

En el contexto del curso al que están destinadas estas notas, los amplificadores pueden clasificarse de varias formas: la primera, según el nivel de señal que manejen, en amplificadores de *pequeña señal* o de *señal grande* o *gran señal*. A los primeros también se les designa como amplificadores de *voltaje* y a los segundos, como de *potencia*. Evidentemente, esta designación resulta ambigua y se complementa indicando si el amplificador es *lineal* o *no lineal*. Un amplificador lineal no distorsiona la señal, al menos en teoría. Un amplificador no lineal puede o no distorsionar la señal, dependiendo de la configuración del circuito que se utilice. La distorsión en la banda de operación puede darse en amplitud, en fase o, más generalmente, en ambas. Tradicionalmente se clasifica a los amplificadores en clases, las más usuales, A, B y C. Intentaremos aclarar esto haciendo uso de la *característica de transferencia*, que no debe confundirse aquí con la función de transferencia.

Una forma de definir la característica de transferencia es relacionando el voltaje, la corriente o la potencia de salida, con el voltaje, corriente o potencia de entrada. Utilizaremos aquí la potencia y así, se puede representar esta relación mediante la gráfica de la figura 4.1.

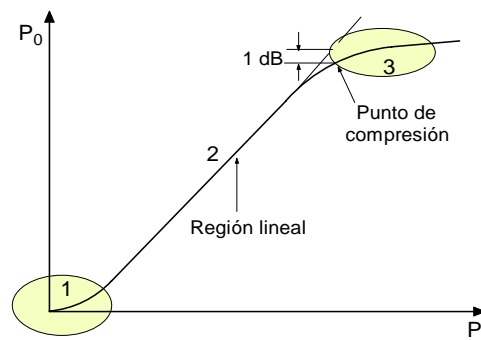


Figura 4.1. Característica de transferencia

En el caso más general, para señales muy pequeñas (región 1), la potencia de salida no es directamente proporcional a la de entrada, la relación entre ellas no es lineal y la forma de onda de la señal de salida no será exactamente igual a la de entrada. En muchos de los dispositivos amplificadores actuales esta región es muy pequeña y en la práctica puede ignorarse si no es significativa. Por otra parte la región 3, a la derecha, tampoco es lineal y se alcanza cuando el dispositivo amplificador no es capaz de suministrar más potencia de salida por mucho que aumente la potencia de la señal de entrada. Cuando el nivel de potencia de salida se desvía 1 dB (0.7943 en

escala lineal) por debajo del que debería tener si la característica fuera lineal, se designa como *punto de compresión* y se considera como el punto a partir del cual la distorsión de la señal de salida respecto a la de entrada empieza a ser apreciable. La región 2, intermedia, es la región *lineal*.

### **Funcionamiento en clase A**

En un amplificador funcionando en clase A, hay señal de salida durante todo el ciclo de la señal de entrada, es decir, el dispositivo amplificador conduce durante 360 grados eléctricos. Esto se ilustra en la figura 2, donde en el eje vertical se ilustra la señal de entrada y en el horizontal la de salida. Se supone, para este ejemplo que el amplificador no es inversor, es decir, las señales de entrada y salida están en fase.

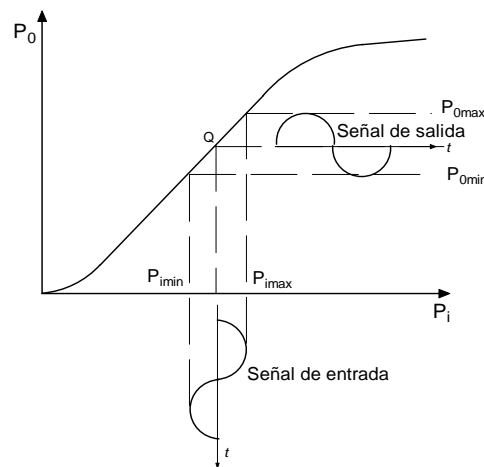


Fig. 4.2. Funcionamiento en clase A.

Por lo general, en clase A se procura que el dispositivo opere en la región lineal, suficientemente lejos de los puntos de corte y saturación como para evitar la distorsión. La amplificación en clase A proporciona la máxima linealidad y ganancia, pero su eficiencia es baja. En teoría la eficiencia máxima puede llegar al 50%. En la práctica, lo usual es que sea del orden de 20% o aún menor.

### **Funcionamiento en clase AB**

El ángulo de conducción, en este caso es mayor de  $180^\circ$  y menor de  $360^\circ$ , como se ilustra en la figura 4.3. Esto significa que el punto de polarización, Q, del dispositi-

vo activo del amplificador se ajusta de modo que la corriente no fluya durante todo el ciclo, pero sí durante más de la mitad de éste.

Es claro que la señal de salida está distorsionada. Sin embargo se pueden conseguir amplificadores lineales en clase AB con circuitos configurados de forma simétrica o en *push-pull*, en que se emplean dos dispositivos conectados en dicha configuración. Esto obliga a que deben suministrarse dos señales a la entrada del amplificador push-pull, de hecho, la misma señal, defasada  $180^\circ$  a cada amplificador.

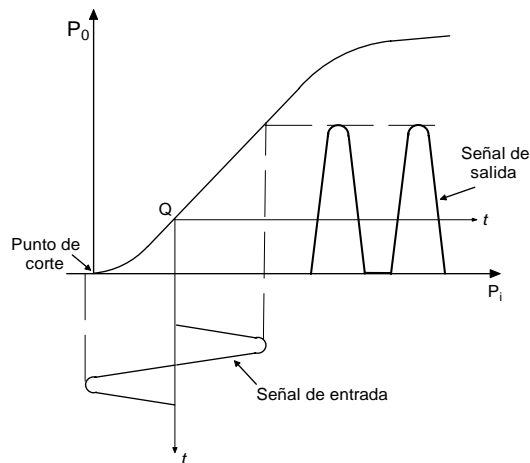


Fig. 4.3. Funcionamiento en clase AB.

La eficiencia de los amplificadores clase AB puede alcanzar, en la práctica, valores del orden de 60%, lo que es considerablemente mayor que en el caso de clase A. En amplificadores con válvulas electrónicas, los amplificadores clase AB se subdividen en  $AB_1$  y  $AB_2$ . En los primeros, el voltaje de la reja de control nunca es positivo y, por tanto, no consume corriente del circuito de entrada. En los segundos el voltaje de reja es positivo durante un intervalo pequeño del ciclo de conducción en los picos positivos de la señal de entrada y hay, por consecuencia, consumo de corriente en la reja.

#### **Funcionamiento en clase B.**

En los amplificadores clase B, el ángulo de conducción es exactamente igual a  $180^\circ$  eléctricos, lo que significa que el dispositivo activo de amplificación está polarizado a su voltaje de corte. La corriente de salida fluye sólo durante medio ciclo de la señal de entrada. En estas condiciones, se pueden conseguir en la práctica, eficien-

cias hasta de un 65%. Este tipo de amplificadores se emplea extensamente en los amplificadores sintonizados de potencia en transmisores. En la figura 4.4 se ilustra la forma de conducción en los amplificadores clase B. La señal de salida de un amplificador clase B cuya carga fuera puramente resistiva, es similar a la que se tiene en un rectificador de media onda.

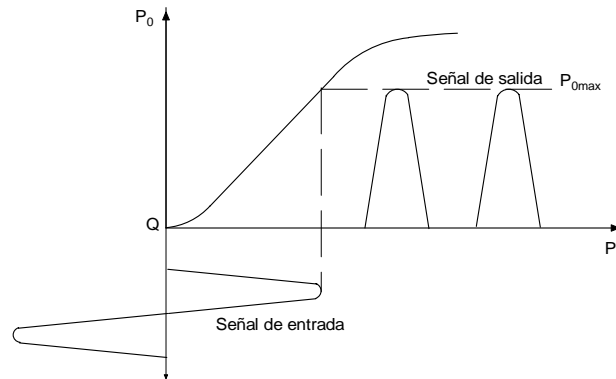


Fig. 4.4. Funcionamiento en clase B.

#### Funcionamiento en clase C

En el funcionamiento en clase C, el punto de polarización o funcionamiento está más allá del punto de corte del dispositivo, de modo que éste conduce durante menos de medio ciclo ( $<180^\circ$ ).

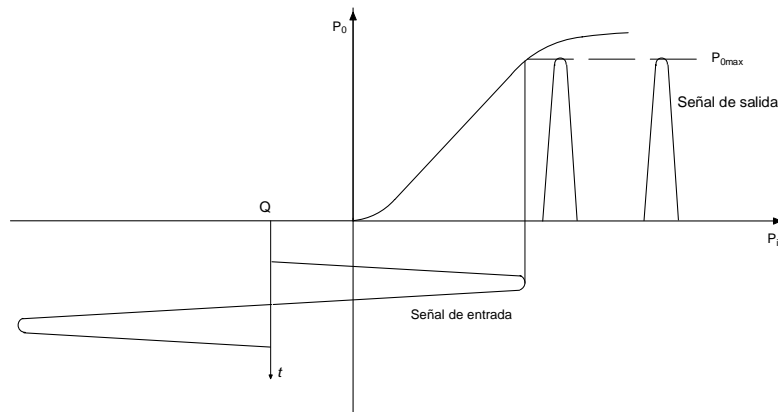


Fig. 4.5. Funcionamiento en clase C.

### ***Otras clases de amplificadores***

Además de las clases anteriores, hay amplificadores que trabajan en forma conmutada y que se clasifican en clases D a H que no se tratan aquí. Su característica principal es la elevada eficiencia que se consigue y encuentran numerosas aplicaciones en circuitos de audio y RF para reducir los requisitos de las fuentes de alimentación y reducir la disipación térmica. En general, estas clases de amplificadores requieren de diseños relativamente sofisticados, especialmente a niveles altos de potencia.

La clase de funcionamiento de un amplificador es independiente del dispositivo activo utilizado. Como puede inferirse de la discusión anterior, la clase de funcionamiento está determinada por el punto de operación del dispositivo y las características de la señal.

Si bien el análisis de un circuito amplificador puede considerarse relativamente simple, su diseño puede resultar complejo al intervenir otras consideraciones como las siguientes<sup>1</sup>:

- Ganancia de voltaje, corriente y potencia.
- Impedancia de entrada.
- Impedancia de salida.
- Respuesta en frecuencia
- Requisitos de alimentación.
- Disipación térmica.
- Fiabilidad.
- Otros factores, como características mecánicas, etc.

#### **4.1.2 Amplificadores de RF de pequeña señal<sup>2</sup>**

El tratamiento detallado de la teoría de amplificadores queda fuera del contexto de estas notas. Sin embargo, es conveniente repasar algunos de los conceptos básicos, lo que se hará mediante ejemplos basados en el material del texto de Young, mencionado en la referencia al calce.

#### **Ejemplo**

El amplificador de la figura 4.6 es un amplificador sintonizado, cuya carga es un circuito sintonizado en paralelo, formado por el primario del transformador de sali-

---

<sup>1</sup> Cutler, P. *Semiconductor Circuit Analysis*. McGraw-Hill, 1964.

<sup>2</sup> Parte del material utilizado aquí ha sido adaptado del texto *Electronic Communication Techniques, 2nd Ed.* Paul H. Young. Merrill Publishing Company. 1990.

da en paralelo con el condensador variable  $C$ . Se asume en este ejemplo que la relación de vueltas del transformador,  $n_p/n_s = 12$ , el coeficiente de acoplamiento  $k$  es igual a 1, la inductancia del primario,  $20 \mu\text{H}$  y la  $Q$  sin carga del circuito, 80. Se desea conocer: (a) El voltaje de salida si el voltaje de la señal de entrada es de 40 mV. (b) La ganancia máxima de voltaje. (c) El ancho de banda.

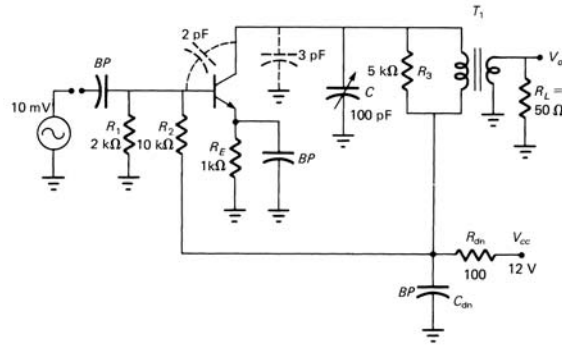


Fig. 4.6. Amplificador de RF de pequeña señal

- a) La máxima ganancia de voltaje se tendrá cuando la impedancia del *circuito tanque*<sup>3</sup> sea máxima, lo que ocurre a resonancia y está dada por:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_T}} \quad (4.1)$$

Donde  $C_T$  incluye no sólo a la capacidad  $C$  en paralelo con la bobina, sino además, a las capacidades parásitas, indicadas con líneas punteadas en el circuito, entre colector y base y a la capacidad distribuida entre colector y tierra, debida los conductores del circuito y su geometría, de modo que  $C_T = 2 \text{ pf} + 3 \text{ pf} + 100 \text{ pf} = 105 \text{ pf}$ , con lo que la frecuencia de resonancia resulta:

$$f_0 = 3.47 \text{ MHz.}$$

La reactancia de la bobina del primario a resonancia es  $X_L = \omega L = 436 \Omega$ . Con este valor se puede calcular la resistencia efectiva en serie con la bobina ya que se conoce la  $Q$ .

$$r = QX_L = 34.9 \text{ k}\Omega.$$

Por otra parte, la resistencia de carga conectada al secundario del transformador se refleja hacia el circuito tanque de acuerdo con la relación de transformación:

<sup>3</sup> El término *circuito tanque* se emplea con mucha frecuencia para referirse al circuito sintonizado en paralelo, en el que se almacena la energía de radiofrecuencia.

$$R'_L = \left( \frac{n_p}{n_s} \right)^2 R_L \quad (4.2)$$

Que, para los valores del circuito 4.6, da un valor de  $R'_L = 7.2 \text{ k}\Omega$ .

Como se desconoce la impedancia dinámica,  $R'_c$  del colector, se determina la carga total de colector como el paralelo de  $R_3$ ,  $R'_L$  y  $r$ , lo que da un valor de  $2.72 \text{ k}\Omega$ . La resistencia  $R_3$ , en paralelo con el circuito tanque, se incluye para aumentar el ancho de banda según se trató en la sección 3.2 del capítulo 3. Esta resistencia tiene, además, cierto efecto en la reducción de efectos parásitos en el circuito.

Para calcular la ganancia de voltaje, es necesario calcular la impedancia dinámica de emisor, dada por:

$$r_e = \frac{26}{I_E (mA)} \quad (4.3)$$

Si la impedancia interna del generador se supone  $Z_G = 0$ , la ganancia de voltaje en el amplificador de emisor común es:

$$A_v = -\frac{R'_c}{r_e} = -\frac{2720}{20} = -136$$

En que el signo negativo indica una inversión de fase de  $180^\circ$ . Si el voltaje de entrada es de  $40 \text{ mV}$ , el de la señal en el colector, a la entrada del transformador de salida e invertido en fase respecto al de entrada, será de:

$$v_c = v_B A_v = 40 \times 10^{-3} \times 136 = 5.44 \text{ V}$$

Este voltaje se reduce a causa de la relación de vueltas del transformador T1, por lo que el voltaje a la salida del amplificador será:

$$v_0 = v_c \frac{n_s}{n_p} = 5.44 \times \frac{1}{12} = 0.453 \text{ V}$$

b) La ganancia neta de voltaje del amplificador es, por consecuencia:

$$A = \frac{v_0}{v_B} = \frac{453 \text{ mV}}{40 \text{ mV}} = 11.3$$

y, en dB:

$$A(\text{dB}) = 20 \log A = 21.1 \text{ dB.}$$

c) El ancho de banda<sup>4</sup> del circuito está dado por la fórmula (3.23):  $B = f_0/Q_L$ , en que la  $Q$  que interviene es la  $Q$  con carga, ya definida en la sección 3.2 del capítulo 3 y dada en este caso por:  $Q_L = R'_C/X_L = 2720/436 = 6.2$ , de modo que el ancho de banda a media potencia resulta de:

$$B = \frac{3.47 \text{ MHz}}{6.2} = 0.556 \text{ MHz}$$

#### 4.1.3. Acoplamiento de circuitos sintonizados

La forma de acoplamiento de salida de un amplificador sintonizado mediante un transformador, como en el ejemplo anterior, no es la única. Una forma de acoplamiento de los circuitos sintonizados es la de acoplamiento capacitivo, que se ilustra en la figura 4.7.

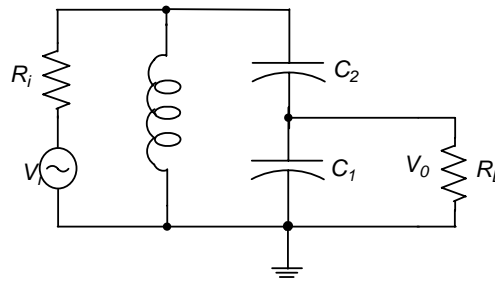


Fig. 4.7. Acoplamiento capacitivo.

En este circuito, la capacidad equivalente del circuito sintonizado es:

$$C_T = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \quad (4.4)$$

y la frecuencia de resonancia del circuito es, por consecuencia,

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_T}} \quad (4.5)$$

Si la resistencia externa de carga,  $R_L$ , conectada en paralelo con  $C_1$  es mucho mayor que la reactancia de éste ( $R_L > 10X_{C_1}$ ), la relación entre los voltajes de salida y entrada es, simplemente:

<sup>4</sup> Por ancho de banda, si no se especifica otra cosa, se entiende el ancho de banda a media potencia o -3 dB.

$$\frac{v_0}{v_i} = \frac{C_T}{C_1} = \frac{C_2}{C_1 + C_2} \quad (4.6)$$

Análogamente, se puede ver que:

$$\frac{R_L}{R_i} = \left( \frac{C_2}{C_1 + C_2} \right)^2 \quad (4.7)$$

La relación anterior es válida sólo si  $R_L > 10X_{C1}$ , es decir, por lo menos un orden de magnitud mayor. De no ser así, entonces es necesario convertir la impedancia formada por  $R_L$  y  $C_1$  en paralelo a una impedancia en serie equivalente, en cuyo caso, la resistencia en serie equivalente es:

$$R_s = \frac{R_L}{1 + Q^2} \quad C_s = C_1 \left( \frac{Q^2 + 1}{Q^2} \right) \quad (4.8)$$

Donde  $Q = R_L/X_{C1}$ . El circuito resultante puede convertirse luego a un circuito sintonizado con una resistencia equivalente en paralelo, con un valor diferente de  $Q$ .

El acoplamiento capacitivo no se utiliza mucho en RF y suele preferirse el acoplamiento por transformador. Los transformadores son de construcción simple y la relación de vueltas puede variarse con relativa facilidad para conseguir la máxima transferencia de potencia. Por otra parte, en los osciladores y amplificadores de potencia suelen generarse productos de intermodulación indeseables que se acoplan con mayor facilidad por los condensadores, ya que la reactancia de éstos disminuye al aumentar la frecuencia.

#### 4.1.3. Acoplamiento inductivo

El acoplamiento inductivo se consigue utilizando dos bobinas de forma análoga al caso capacitivo como se ilustra en la figura 4.8.

La bobina de la figura es, de hecho, un autotransformador en que el primario tiene  $n_1 + n_2$  vueltas y el secundario  $n_2$  vueltas. Este tipo de acoplamiento puede utilizarse cuando el aislamiento a c.c. entre el primario y el secundario no es necesario. En caso de ser necesario el aislamiento a c.c. debe utilizarse un transformador y no un autotransformador. Para el circuito de la figura:

$$v_i = v_0 \frac{n_1 + n_2}{n_1} \quad (4.9)$$

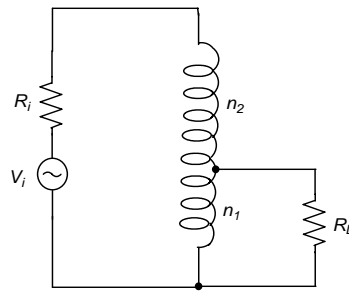


Fig. 4.8. Acoplamiento inductivo.

y, análogamente:

$$R_i = R_L \left( \frac{n_1 + n_2}{n_1} \right)^2 \quad (4.10)$$

Las relaciones anteriores no son válidas cuando no hay acoplamiento mutuo entre los devanados, es decir, cuando el flujo producido por la corriente en alguno de los devanados no abraza al otro. Además, estas ecuaciones suponen un acoplamiento inductivo ideal, es decir,  $k = 1$ . Los transformadores de RF no se comportan idealmente, particularmente cuando son de núcleo ferromagnético. El coeficiente de acoplamiento,  $k$ , es, invariablemente menor que 1. En el caso más frecuente de señales senoidales y, conociendo las inductancias del primario y secundario y el coeficiente de acoplamiento del transformador, se calcula primero la inductancia mutua como:

$$M = k \sqrt{L_1 L_2} \quad (4.11)$$

El voltaje inducido en el secundario puede calcularse ahora como:

$$v_s = -j\omega M i_p \quad (4.12)$$

Donde  $i_p$  es la corriente en el primario.

#### 4.1.4. Efecto de la carga en los transformadores

Si la impedancia de carga en el secundario de un transformador es muy alta, fluirá muy poca corriente y prácticamente no habrá interacción del secundario con el primario. Sin embargo, si la impedancia de carga no es alta, circulará corriente en el secundario, debido al voltaje inducido en éste. Esta corriente, a su vez, inducirá una fuerza contraelectromotriz en el primario y afectará a la impedancia vista por el generador.

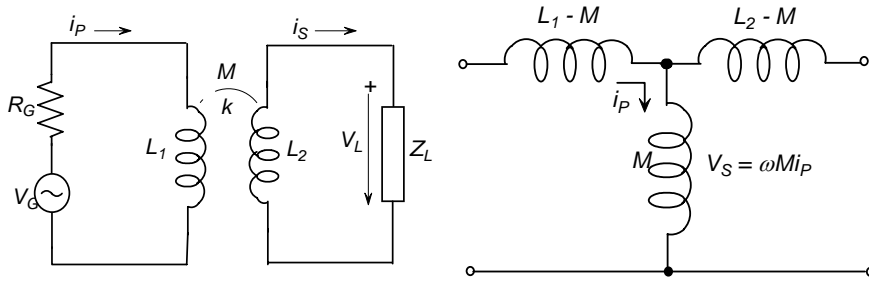


Fig. 4.9. Transformador y su circuito equivalente

En la figura 4.9 se ilustra un transformador y su circuito equivalente. La impedancia que ve el generador es proporcional a  $i_s$ , la corriente en el secundario, que puede expresarse como:

$$i_s = \frac{v_s}{Z_{SS}} \tag{4.13}$$

En que  $Z_{SS}$  es la impedancia total en serie en el secundario

$$Z_{SS} = Z_L + (r_2 + j\omega L_2) \tag{4.14}$$

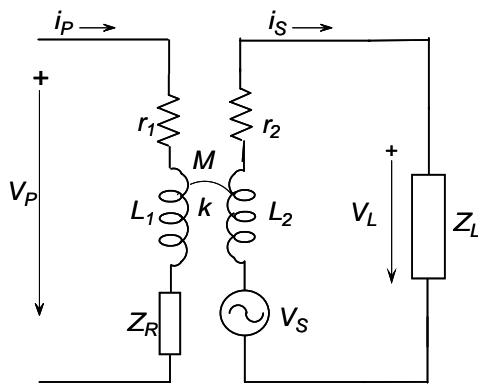


Fig. 4.10. Circuito equivalente del transformador para el cálculo de la impedancia reflejada.

Donde  $r_2$  incluye las pérdidas en la bobina del secundario. El circuito equivalente de la figura 4.9 suele utilizarse para el caso general de acoplamiento por transformador en que  $k < 1$ . En general,  $k$  puede determinarse con relativa facilidad mediante un medidor de  $Q$  o con un medidor de inductancia. El voltaje inducido en el secundario es, de acuerdo a (4.12)  $v_s = -j\omega M i_p$ , y produce una corriente  $i_s = v_s / Z_{SS}$  que, a su vez induce un fuerza contraelectromotriz en el primario, que puede designarse como  $-v_p$ , si bien suele modelarse mediante una impedancia reflejada,  $Z_R$  en serie con

la bobina del primario como se muestra en la figura 4.10.

El voltaje inducido será:

$$-v_p = + j\omega M i_s \tag{4.15}$$

Y como  $i_p$  es causada por este voltaje, se tiene que:

$$Z_P = \frac{j\omega M i_s}{i_p} = \frac{j\omega M \left( -\frac{j\omega M i_p}{Z_{SS}} \right)}{i_p} \quad (4.16)$$

Con lo que:

$$Z_R = \frac{(\omega M)^2}{Z_{SS}} \quad (4.17)$$

y, de acuerdo al circuito equivalente de la figura 4.10, la impedancia total del primario es:

$$Z_P = r_1 + j\omega L_1 + Z_R \quad (4.18)$$

### **Ejemplo**

El siguiente ejemplo<sup>5</sup> ilustra como un circuito inductivo en el secundario, se refleja como una capacidad en el primario y una carga capacitiva se refleja como inductiva.

En un transformador de núcleo de aire, se tienen los siguientes parámetros a 2.5 MHz ( $\omega = 15.7 \times 10^6$  rad/s):  $L_1 = 100 \mu\text{h}$ ,  $Q_1 = 157$ ,  $L_2 = 10 \mu\text{h}$ ,  $Q_2 = 50$  y  $k = 0.05$ .

Calcular: (a) La inductancia mutua. (b) La impedancia reflejada para (1) Secundario en circuito abierto ( $Z_L = \infty$ ). (2)  $Z_L = -j200 \Omega$  (capacitiva) y (3) secundario en corto circuito ( $Z_L = 0$ ). (c). Impedancia del primario para las cargas anteriores.

a) Impedancia mutua:

$$M = k\sqrt{L_1 L_2} = 1.58 \mu\text{h}.$$

b1) Impedancia reflejada para  $Z_L = \infty$ .

De acuerdo a (4.14),  $Z_{SS} = \infty$ .  $Z_R$  se calcula fácilmente mediante la fórmula (4.17) como  $Z_R = 0$ .

b2) Impedancia reflejada para  $Z_L = -j200 \Omega$ .

---

<sup>5</sup> *Electronic Communication Techniques, 2nd Ed.* Paul H. Young. Merrill Publishing Company. 1990.

Siguiendo el mismo procedimiento que en el punto anterior, se tiene  $Z_{SS} = 3-j43 \Omega$  y  $Z_R = 1+j4.2\Omega$ .

b3) Impedancia reflejada para  $Z_L = 0$ .

De igual manera que en los puntos anteriores se tiene que  $Z_{SS} = 3+j157 \Omega$  y  $Z_R = -j3.92 \Omega$ . En este caso la carga efectiva del secundario es prácticamente inductiva y se refleja hacia el primario como una carga capacitiva.

c) Impedancia del primario cargado, para los tres casos de (b). Esta se obtiene fácilmente utilizando la fórmula (4.18). Para el caso (b3) en que  $Z_L = 0$ , se tiene  $Z_p = 10+j1566 \Omega$ . Esto da como resultado una modificación de la inductancia del primario que se obtiene como:

$$L'_1 = \frac{X_{L1}}{\omega} \frac{1566}{15.7 \times 10^6} = 99.75 \mu h$$

## 4.2 Osciladores

Puede decirse que los osciladores constituyen el corazón de los sistemas radioeléctricos de comunicaciones. Son los circuitos mediante los cuales se generan las portadoras que serán moduladas por las señales de información y las fuentes de señal de las que se obtienen las señales de sincronismo o de reloj en los sistemas digitales. Un el caso más general, un oscilador genera una señal senoidal de frecuencia y amplitud constantes. Puesto que las señales generadas por los osciladores constituyen la referencia de frecuencia en los sistemas de comunicaciones resulta indispensable que la frecuencia de la señal generada por ellos sea efectivamente constante, es decir, que no varíe, particularmente en los osciladores de transmisores radioeléctricos. La estabilidad en frecuencia se expresa en *partes por millón* o *ppm*, lo que equivale expresar la variación de frecuencia en Hz/MHz. Así, un oscilador de 100 MHz con una estabilidad, por ejemplo de 0.1 ppm, significa que puede variar su frecuencia en  $\pm 10$  Hz respecto a la frecuencia nominal de 100 MHz.

### 4.2.1 Principio general de funcionamiento

Hay numerosos circuitos osciladores, designados con frecuencia con el nombre de sus inventores, por ejemplo, Hartley, Colpitts, Armstrong, Clapp, Pierce, etc. El principio de funcionamiento es similar en todos los casos y es importante com-

prender este concepto, ya que muchos circuitos que supuestamente no deben oscilar, oscilan en determinadas condiciones. Tal es el caso de los amplificadores de RF. El principio general en que se basan los osciladores es la retroalimentación

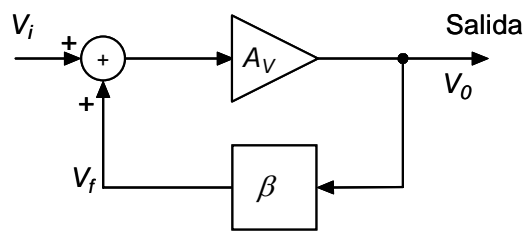


Fig. 4.11. Oscilador Retroalimentado

positiva. El circuito genérico en bloques se ilustra en la figura 4.11.

Estrictamente, la función del oscilador es convertir la energía de corriente continua de la fuente de alimentación en energía útil de señal. Aunque en la figura se ha indicado una señal de entrada, esta entrada externa no existe en la mayoría de los osciladores, de modo que tal

parecería que un oscilador no requiere de señales externas de entrada. Esto es cierto a medias. La señal de entrada a un oscilador es el escalón de voltaje al aplicarle el voltaje de la fuente de alimentación, que junto con el ruido interno presente en el circuito, hace que éste produzca a su salida una oscilación autosostenida sin necesidad de otras señales de entrada externas a él.

La energía de la fuente de alimentación se convierte, por una parte, en una señal oscilatoria que es la señal útil de salida y, además, suministra la energía que consume el propio circuito del oscilador. Este, básicamente está constituido por un amplificador que compensa las pérdidas internas en la señal y que, además suele tener incorporado un circuito capaz de mantener la frecuencia de oscilación, por lo general algún tipo de circuito resonante, bien sea un circuito sintonizado LC, un resonador a cristal, una cavidad resonante, etc. Finalmente en todo oscilador es necesaria una red de retroalimentación, que se ajusta a dos criterios designados como criterios de Barkhausen. Primero, la señal debe estar exactamente en fase con la señal de entrada en el diagrama de la figura 4.11 y, segundo, la ganancia total del lazo cerrado por el amplificador y la red de retroalimentación, debe ser exactamente igual a 1. Esto, matemáticamente se expresa como que  $A_V\beta = 1$ , en que  $A_V$  y  $\beta$  son las ganancias del amplificador y de la red de retroalimentación respectivamente.

#### 4.2.2 Oscilador Hartley

En este oscilador, al igual que en el Colpitts, la relación necesaria de fase entre la salida y la entrada se consigue conectando el emisor y el colector a los extremos opuestos de un circuito sintonizado. Entre los circuitos de entrada y salida, la inductancia mutua debe tener la polaridad adecuada. En los circuitos sintonizados de

salida y entrada la reactancia debe ser inductiva a la frecuencia de oscilación deseada.

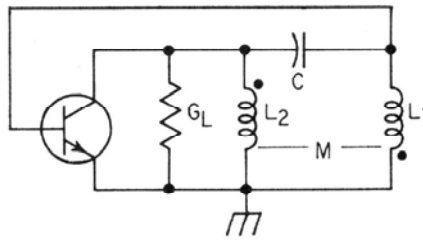


Fig. 4.12. Oscilador Hartley

El circuito anterior oscila a una frecuencia dada por:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{C(L_1 + L_2 + 2M)}} \quad (4.19)$$

y debe cumplirse que:

$$\frac{g_m}{g_{os} + G_L} > \frac{L_2 + M}{L_1 + M} \quad (4.20)$$

Donde  $g_m$  es la transconductancia del transistor y  $g_{os}$  su conductancia propia de salida.  $G_L$  es, en este caso, la conductancia de carga conectada a la salida del oscilador.

### 4.2.3 Oscilador Colpitts

Es muy similar al Circuito Hartley. La diferencia es que aquí se emplean dos condensadores y una bobina y en el Hartley, dos bobinas y un condensador.

La frecuencia de oscilación del circuito Colpitts de la figura 4.13 es:

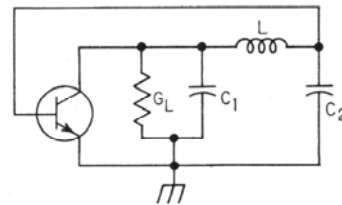


Fig. 4.13. Oscilador Colpitts

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{LC_1 C_2}} \quad (4.21)$$

Las expresiones anteriores, para los dos circuitos, suponen que la amplificación del transistor es suficiente para compensar las pérdidas en el propio circuito del oscilador y que la carga externa no introduce ningún defasamiento. La amplificación de voltaje en estas condiciones, está dada por:

$$A_v = \frac{-g_m}{g_{os} + G_L} \quad (4.22)$$

#### 4.2.4 Osciladores a cristal



Fig. 4.14. Cristales usados en osciladores y filtros

En el Capítulo 3 se trató el efecto piezoeléctrico y la aplicación de los cristales en filtros. Según se ha visto, un cristal piezoeléctrico cuando se somete a un esfuerzo mecánico de presión o deformación produce una carga eléctrica oscilatoria a lo largo de los ejes de corte del cristal, que se comporta como un circuito resonante con una  $Q$  muy alta, generalmente superior a  $10^5$ , propiedad que hace de los cristales elementos muy importantes para la implementación de osciladores. Un cristal, como los mostrados en la figura 4.14 se comporta como un circuito resonante cuyo circuito equivalente se muestra

en la figura 4.15

En este circuito,  $C_p$  representa la capacidad electrostática entre los electrodos del cristal, mientras que el circuito en serie  $L_s C_s r_s$  representa el equivalente eléctrico de la característica vibratoria del cristal. La inductancia es el equivalente eléctrico de la masa cristalina que interviene de manera efectiva en la vibración.  $C_s$ , a su vez, es el equivalente eléctrico de la compliancia<sup>6</sup> mecánica y la resistencia  $r_s$  representa al equivalente eléctrico del rozamiento.

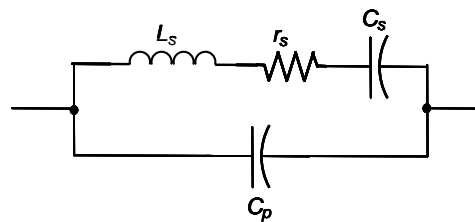


Fig. 4.15. Circuito equivalente de un cristal

<sup>6</sup> La *compliancia* se define como el desplazamiento de un sistema mecánico lineal bajo la acción de una fuerza unitaria.

Como puede inferirse del circuito de la figura, el cristal presenta dos frecuencias de resonancia, una en serie y otra en paralelo, designada también como *antirresonancia*. La frecuencia de resonancia en serie es siempre menor que la de resonancia en paralelo y está dada por:

$$f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_s}} \quad (4.23)$$

En tanto que la resonancia en paralelo es:

$$f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{L\frac{C_s C_p}{C_s + C_p}}} \quad (4.24)$$

Combinando las dos expresiones anteriores se tiene la siguiente expresión aproximada:

$$f_p \approx \left(1 + \frac{C_s}{2C_p}\right) f_s \quad (4.25)$$

La expresión completa para la impedancia del cristal es<sup>7</sup>:

$$Z = R_s + jX_s$$

$$= \frac{\left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)Q\left(A - \frac{1}{A}\right) + j\left[1 + Q^2\left[1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2\right]\right]\left[A^2\left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2 - 1\right]}{\omega C_p\left[1 + Q^2 A^2\left(\frac{\omega_p}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_p}\right)^2\right]} \quad (4.26)$$

Donde  $A = \omega_p/\omega_s$ .  $\omega_p$  y  $\omega_s$  son las frecuencias angulares de resonancia en paralelo y en serie, respectivamente,  $R_s$  y  $X_s$ , la resistencia y reactancia equivalentes en serie. Si la resistencia  $r_s$  en serie con la bobina en el circuito equivalente de la figura 4.14, se supone cero, la expresión (4.29) se reduce a:

<sup>7</sup> Baugh, R.A. *Signal Sources*. Section 16 of *Electronics Designers' Handbook*, 2<sup>nd</sup> Ed. L. J. Giacoletto. McGraw-Hill Book Company. 1977.

$$Z = \frac{-j \left( \frac{\omega_s^2}{\omega^2} - 1 \right)}{\omega C_p \left( \frac{\omega_p^2}{\omega^2} - 1 \right)} \quad (4.27)$$

Los valores de los componentes del circuito equivalente suelen proporcionarse por los fabricantes de cristales. Cuando se conecta un condensador de capacidad  $C_L$  en serie con el cristal, la frecuencia de funcionamiento del oscilador aumenta por un factor  $\Delta f$ , dado por:

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \frac{C_s}{2(C_p + C_s)} \quad (4.28)$$

Por otra parte, cuando se conecta una bobina en serie con el cristal, su frecuencia de funcionamiento se reduce. Esta posibilidad de variar la frecuencia de oscilación agregando o modificando el valor de una reactancia en serie, permite la compensación de frecuencia en los osciladores compensados por temperatura<sup>8</sup> y para sintonizar la frecuencia de salida en osciladores controlados por voltaje<sup>9</sup>. En ambos casos, la sintonía se consigue modificando el voltaje aplicado a un *varactor*<sup>10</sup>. En la figura 4.16 se muestra un oscilador simple, controlado por voltaje (VCXO).

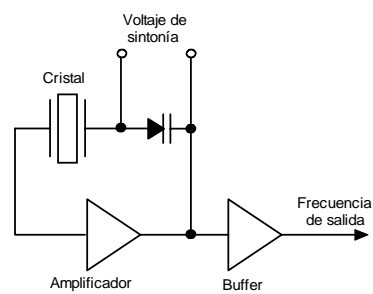


Fig. 4.16. Oscilador simple controlado por voltaje.

El diagrama del oscilador de la figura anterior se presenta muy simplificado, con un amplificador en el que no se muestran los circuitos necesarios de polarización y que puede incluir otros elementos para limitar la banda, acoplar impedancias o

<sup>8</sup> En la literatura se emplea con frecuencia la abreviatura TCXO (*Temperature Compensated Crystal Oscillator*)

<sup>9</sup> VCXO

<sup>10</sup> Un *varactor* es un diodo que actúa como un condensador variable. Dicha variación se consigue modificando el voltaje de polarización inversa del diodo.

controlar la ganancia. La red de realimentación consiste del resonador de cristal y puede contener otros elementos, como condensadores variables para la adecuada sintonía. El segundo amplificador mostrado en la figura suele designarse como *buffer*. Su función es la de presentar una elevada impedancia de entrada a la señal de salida del oscilador y ofrecer una baja impedancia de entrada a la carga. Con esto se consigue que la  $Q$  cargada sea cercana a la  $Q$  sin carga y se mantiene, por otra parte, la estabilidad de la frecuencia del oscilador haciendo que ésta sea independiente de las variaciones de la carga.

La frecuencia de oscilación está determinada por el requisito de que la fase del lazo cerrado debe ser igual a  $2n\pi$ , en que  $n$  es un entero, por lo general, entre 0 y 1. Cuando al oscilador se le aplica inicialmente energía, la única señal presente en el circuito es el ruido térmico, que contiene todas las componentes de frecuencia. La componente del ruido que corresponde a la frecuencia de oscilación, se propaga por el circuito con amplitud creciente.

La razón de crecimiento depende de la ganancia del lazo de realimentación y del ancho de banda del circuito que incluye al cristal. La amplitud continúa aumentando hasta que la ganancia se reduce, bien sea por no linealidades de los elementos activos o por algún método externo de control de nivel. En el estado estacionario, la ganancia del lazo retroalimentado es igual a 1. Si ocurre una perturbación de fase  $\Delta\phi$ , la frecuencia de oscilación se desviará  $\Delta f$ , para mantener la condición de fase  $2n\pi$ . Para un oscilador de resonancia en serie, esta condición puede expresarse como:

$$\frac{\Delta f}{f} = -\frac{\Delta\phi}{2Q_L} \quad (4.29)$$

En que  $Q_L$  es la  $Q$  con carga del cristal en el circuito de la figura 4.16.

En la figura 4.17 se ilustran tres tipos de osciladores simples a cristal, realizados con transistores bipolares y que, también, pueden realizarse con transistores de efecto de campo.

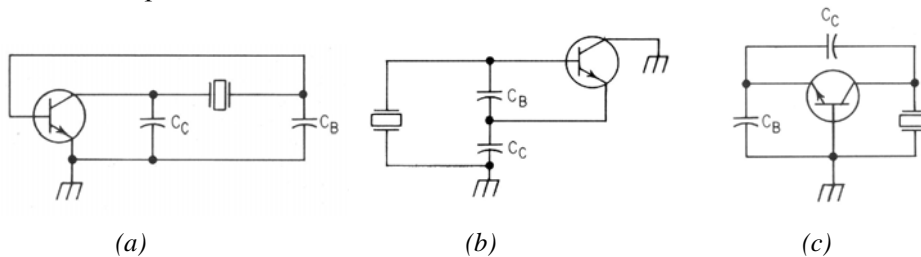


Fig. 4.17. Diversos tipos de osciladores simples a cristal

En los tres casos, las redes que contienen a  $C_C$ ,  $C_B$  y el cristal, proporcionan un defasamiento de  $180^\circ$  entre la corriente de colector y el voltaje de base a la frecuencia en que la reactancia inductiva del cristal cancela a la reactancia capacitiva de  $C_C$  y  $C_B$ .

Para que el circuito oscile, la ganancia del elemento activo debe ser suficiente para compensar las pérdidas en el circuito. Suponiendo que el elemento activo, el transistor en este caso, no introduce ningún defasamiento y que las pérdidas se deben únicamente a la resistencia equivalente en serie del cristal,  $R_{eq}$ , el criterio que debe cumplirse para tener oscilaciones estables es:

$$g_m = R_{eq} C_C C_B \omega^2 \quad (4.30)$$

Donde  $g_m$  es la transconductancia del elemento activo. Si  $g_m$  es menor que la dada por la expresión anterior, la amplitud de las oscilaciones disminuye exponencialmente y es necesario un circuito adicional, generalmente no lineal, como puede ser, por ejemplo, un control automático de ganancia, para mantener constante la amplitud de las oscilaciones.

#### 4.2.5 Ajuste de frecuencia en osciladores a cristal

Por lo general, en los osciladores es necesario contar con alguna forma de ajuste de la frecuencia de oscilación. Una forma de hacerlo, relativamente simple y que permite un ajuste limitado de la frecuencia, es mediante el circuito de la figura 4.18, en que se conectan una bobina y un condensador variables, en serie con el cristal.

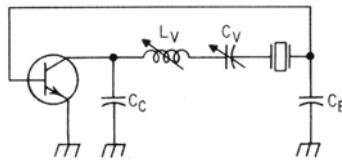


Fig. 4.18. Oscilador a cristal con ajuste de frecuencia.

El rango de ajuste en este oscilador está limitado por la relación entre las capacidades en serie y en paralelo del cristal,  $C_s/C_p$ . El límite superior de sintonía (un condensador muy pequeño en serie con el cristal) es la frecuencia resonante en paralelo:

$$f_u = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C_s + C_p}{C_s C_p L_s}} \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{C_s L_s}} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{C_s}{C_p} \right) \quad (4.31)$$

El límite inferior se consigue con una inductancia grande en serie con el cristal. Esto reduce la  $Q$  y la estabilidad y establece el límite inferior de oscilación en:

$$f_l \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{C_s L_s}} \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{C_s}{C_p} \right) \quad (4.32)$$

#### 4.2.6 Estabilidad y pureza espectral en los osciladores

Aunque los osciladores son circuitos relativamente simples, su comportamiento es siempre crítico en cualquier sistema de comunicaciones. La estabilidad de frecuencia, ya mencionada antes, es de máxima importancia, ya que todo servicio radioeléctrico ocupa un segmento espectral del que no puede salirse sin interferir con otros servicios en frecuencias cercanas. Otro aspecto de gran importancia es la pureza espectral. Esto se refiere, principalmente, a que la señal de un oscilador en un transmisor es la portadora que será modulada por la información. Algo similar ocurre en el oscilador local del receptor, cuya salida se mezcla con la recibida del transmisor. Estas señales deben ser puramente senoidales, es decir, no deben contener componentes espectrales a otras frecuencias aparte de la nominal del oscilador. Sin embargo por diversas razones, a veces pueden emplearse osciladores no senoidales. Un ejemplo es un multivibrador que produce un señal cuadrada, o un generador de señales en diente de sierra. Estrictamente ambos son, también osciladores. Sin embargo este tipo de osciladores no suele utilizarse como generadores de portadora ni como osciladores locales en los receptores. Aún así, se da el caso de que la salida de un oscilador senoidal no es puramente tal y contiene componentes a armónicos de la frecuencia de oscilación. Estos pueden eliminarse, con relativa facilidad, mediante filtros. Hay que tener que tener en cuenta que la señal de salida del oscilador, bien sea que esté modulada o no, antes de llegar a la salida de un transmisor o de un receptor, pasa a través de amplificadores sintonizados que, además de amplificar la señal, actúan también como filtros, garantizando así la pureza espectral de la señal.

#### 4.2.7 Efectos de la carga a la salida de los osciladores.

Si la impedancia de carga a la salida de un oscilador varía, esto tendrá consecuencias sobre la estabilidad del oscilador, tanto en frecuencia como en la amplitud de la señal. Si la salida del oscilador se aplica directamente al modulador, particularmente si se trata de modulación de amplitud, la impedancia que presenta la entrada del modulador al oscilador variará según el índice de modulación y por consecuencia el nivel de la señal de salida del oscilador y su frecuencia, sufrirán variaciones indeseables. Para evitar esta situación y conseguir que el oscilador vea a su salida

la misma impedancia, es común emplear un amplificador con alta impedancia de entrada y baja impedancia de salida. Este amplificador suele designarse como *buffer*<sup>11</sup> o amplificador separador. El caso más simple de este tipo de amplificador, por ejemplo con un transistor bipolar, es uno en configuración de colector común, en que la salida del oscilador se aplica entre base y colector, de alta impedancia y la salida se toma entre emisor y tierra, de baja impedancia. Este tipo de amplificador se comporta teóricamente como una fuente de voltaje constante, independientemente de la corriente que suministre, es decir, mantiene un voltaje de salida constante, independientemente de la impedancia que tenga conectada a su salida. Evidentemente, esto se cumple si la impedancia de carga sobre la fuente voltaje es mayor que la impedancia interna de la fuente, en este caso el *buffer*.

#### 4.2.8 Enganche de frecuencia

Con frecuencia es necesario diseñar osciladores que estén enganchados o amarrados a una fuente externa de frecuencia. A continuación se describe un principio simple de enganche, designado como *enganche por inyección*, en que una señal externa, designada también como de sincronismo o de reloj, se inyecta al oscilador en la forma ilustrada en la figura 4.19.

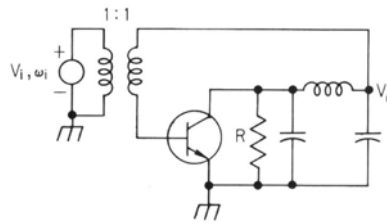


Fig. 4.19. Enganche de un oscilador por la inyección de una señal externa

Si la señal inyectada tiene suficiente amplitud y es de frecuencia cercana a la del oscilador, la frecuencia de éste se sincronizará a la de la señal de entrada. Para ello debe satisfacerse la condición siguiente:

$$|\omega_i - \omega_0| \leq \frac{V_i}{V_0} \frac{\omega_0}{2Q} \quad (4.33)$$

Donde:

$\omega_i$  = frecuencia de la señal externa inyectada.

$\omega_0$  = frecuencia natural del oscilador.

<sup>11</sup> Este término no debe confundirse con el empleado en computación. En este caso el *buffer* es una memoria intermedia, generalmente entre dos partes de un sistema que operan a diferente velocidad de transmisión. En este sentido puede considerarse también como un *separador*.

$V_i$  = voltaje de la señal inyectada.

$V_o$  = voltaje de salida del oscilador en ausencia de la señal inyectada.

$Q$  =  $Q$  con carga del circuito resonante del oscilador.

También es posible enganchar por inyección a un oscilador a un subarmónico de la frecuencia de inyección. Para ello, el dispositivo activo del oscilador debe funcionar en clase C y la salida del oscilador debe filtrarse a la frecuencia deseada.

#### 4.2.9 Estabilización de temperatura

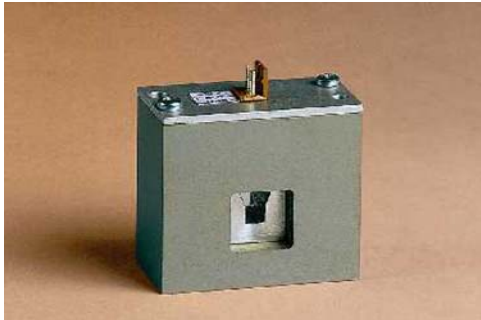


Fig. 4.19. Horno para oscilador a cristal

Los efectos en la variación de frecuencia de los osciladores a cristal pueden minimizarse mediante control termostático, compensación de temperatura, o selección del tipo de cristal. Para conseguir una gran estabilidad en la frecuencia de los osciladores de cristal, una técnica habitual de control termostático es la de emplear “hornos”, es decir cámaras cerradas que contienen al cristal y su circuito asociado, a temperatura constante, independiente de las

variaciones de la temperatura ambiente. Los hornos pueden ser de dos tipos, uno, de control proporcional simple y otro de control proporcional doble, en que se utilizan dos hornos, uno dentro de otro, con lo que se consigue el control de temperatura, con los primeros, hasta de  $\pm 0.001^\circ\text{C}$  para una variación de temperatura ambiente entre  $0^\circ\text{C}$  y  $70^\circ\text{C}$  y con los segundos, hasta de  $\pm 0.001^\circ\text{C}$  para el mismo rango de variación de la temperatura ambiente. En la figura 4.19 se muestra un horno para oscilador a cristal.

La temperatura de estos hornos suele ser por lo menos  $10^\circ\text{C}$  por encima de la máxima temperatura ambiente esperada. Estos osciladores se designan como TCXO u OCXO y su estabilidad en temperatura es del orden de 0.0001 ppm, para cristales que en condiciones normales a temperatura ambiente sin horno serían del orden de 10 ppm. Esta técnica se emplea extensamente en los transmisores, en particular los de potencias medias y altas.

#### 4.3 Mezcladores

Los mezcladores, al igual que los amplificadores y osciladores, constituyen elementos indispensables de los sistemas de comunicaciones. Se emplean tanto en

transmisores como en receptores, cuando es necesario trasladar las señales en banda base a una de banda de paso (modulación) o de una banda de paso a otra banda de paso (conversión). un mezclador es un dispositivo no lineal, al que se aplican dos señales de entrada, de anchos de banda diferentes, y produce una señal de salida de otro ancho de banda, generalmente en dos bandas o más, una igual a la suma y otra a la diferencia de los anchos de banda de las señales de entrada. Esto es cierto a medias y válido sólo si a la salida del mezclador se utilizan filtros adecuados, ya que un mezclador produce por lo general, un número de señales de salida que se designan como *espurios*, que es necesario eliminar. En el Capítulo 1 se trataron, de forma muy breve, los mezcladores, para ilustrar el proceso de modulación. Aquí, abundaremos un poco más sobre el tema, como siempre en el contexto de estas notas, desde un punto de vista básicamente conceptual.

Un concepto importante en este tema, es que no debe confundirse un *mezclador* con un *sumador*. Este último, es un dispositivo lineal que puede considerarse como un combinador de señales, bien sea en potencia o en voltaje, pero manteniendo el espectro de cada una de las señales sumadas. El mezclador es un dispositivo no lineal que traslada y modifica el espectro de las señales mezcladas, pero *no las suma*, las *multiplica en el dominio del tiempo*. Esto es algo, conceptualmente muy importante y con frecuencia suelen mezclarse o confundirse estos conceptos. El símbolo habitual del mezclador se ilustra en la figura 4.20.

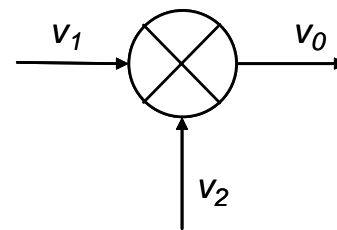


Fig. 4.20. Símbolo del Mezclador

Un mezclador tiene dos puertos de entrada y uno de salida. En una de las entradas se aplica, por lo general, la señal de un oscilador local y en la otra, la señal que se desea trasladar en el espectro de frecuencia y que puede ser o bien una señal en banda base o una señal modulada de radiofrecuencia. Una forma simple de interpretar el comportamiento de un mezclador es como un multiplicador, en que la señal de salida es el producto de las dos señales de entrada. Los mezcladores se emplean para trasladar señales en una banda del espectro a otra banda. Si la señal de entrada es una señal en banda base, el mezclador es, esencialmente, el modulador. Aunque los mezcladores son igualmente importantes en los transmisores y en los receptores, la terminología tradicionalmente utilizada se refiere más a los receptores, ya que fue en estos equipos en que se comenzaron a utilizar extensamente en los inicios de la radio, con la invención del receptor superheterodino. Así a la señal modulada de entrada se le designa como RF y la otra señal de entrada, de frecuencia fija, utilizada para trasladar el espectro de frecuencia de la señal de RF a otra

banda, se la designa como *portadora local* y es generada por un *oscilador local* (LO o OL). La salida del mezclador se designa como *frecuencia intermedia* (FI). Si la FI de salida es inferior a la de RF de entrada, se dice que el mezclador realiza una *conversión descendente*, en caso contrario, la conversión es *ascendente*. El término *conversor* o *convertidor* se emplea para designar un circuito que contiene al mezclador y al oscilador local.

Todos los mezcladores son multiplicadores, en el sentido de que la señal de salida que producen puede describirse matemáticamente como productos de las señales de entrada. Sin embargo, desde el punto de vista de implementación, un mezclador dado puede caracterizarse como aditivo o multiplicativo, dependiendo de la forma en que se le apliquen las señales de RF y OL. La mezcla aditiva ocurre cuando las señales de RF y OL se aplican en serie al mismo puerto de entrada. En realidad, esta mezcla aditiva pasa luego por un dispositivo no lineal, como un diodo, que produce una respuesta multiplicativa. La mezcla directamente multiplicativa ocurre cuando las señales de RF y OL se aplican a puertos separados.

#### 4.3.1. Teoría básica de los mezcladores

Los mezcladores, según se mencionó, son dispositivos no lineales, cuyas características pueden ser diferentes, dependiendo de los dispositivos particulares empleados. Independientemente de ello, la característica de transferencia de un mezclador puede expresarse como<sup>12</sup>:

$$v_M = K(V + v_1 + v_2)^n \quad (4.37)$$

Donde el exponente,  $n$ , no es necesariamente entero.  $V$  puede ser un voltaje de c.c. o puede ser cero y los voltajes de señal  $v_1$  y  $v_2$  en el caso más simple pueden expresarse como:

$$\begin{aligned} v_1 &= V_1 \cos(\omega_1 t) \\ v_2 &= V_2 \cos(\omega_2 t) \end{aligned} \quad (4.37a)$$

Si  $n = 1$ , el dispositivo es lineal y es un sumador, no un mezclador y, a la salida, como se ilustra en la figura 4.21, están presentes las dos señales de entrada sumadas o superpuestas, sin otras componentes espectrales más que las originales.

Para el caso en que  $n = 2$ , (4.37) puede escribirse como:

$$v_M = K[V + V_1 \cos(\omega_1 t) + V_2 \cos(\omega_2 t)]^2 \quad (4.38)$$

<sup>12</sup> Rhode, U.L. and Bucher, T.T.N. *Communications Receivers. Principles and Design*. McGraw-Hill Book Co, 1988.

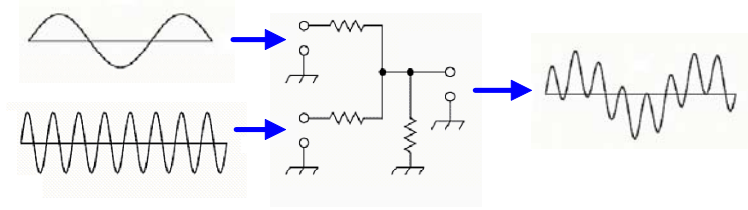


Fig. 4.21. Señales, en el dominio del tiempo, en un sumador.

Esta señal de salida sería la que se obtendría con un dispositivo de característica cuadrática como un diodo. Un valor diferente de  $n$  daría como resultado la generación de otros productos de mezcla, pero lo anterior es suficiente para comprender el proceso. Desarrollando (4.38) se tiene:

$$v_M = K \left[ V^2 + V_1^2 \cos^2(\omega_1 t) + V_2^2 \cos^2(\omega_2 t) + 2VV_1 \cos(\omega_1 t) + \dots \right] \quad (4.39)$$

$$\left[ \dots + 2VV_2 \cos(\omega_2 t) + 2V_1V_2 \cos(\omega_1 t)\cos(\omega_2 t) \right]$$

La salida incluye un término de corriente continua y un cierto número de componentes espectrales, de las cuales en este caso, no son de interés ni la componente de c.c. ni las que sólo contienen las frecuencias  $\omega_1$  u  $\omega_2$ , ya presentes en la entrada. Ignorando estos términos a la salida y asumiendo, sin pérdida de generalidad que el voltaje  $V$  de c.c. es cero, la salida a frecuencia intermedia está dada por:

$$v_{FI} = kV_1V_2 \cos(\omega_1 t)\cos(\omega_2 t)$$

$$= \frac{kV_1V_2}{2} [\cos(\omega_1 + \omega_2)t + \cos(\omega_1 - \omega_2)t] \quad (4.40)$$

En la figura 4.22 se ilustra un mezclador, a cuya entrada están presentes señales a las frecuencias  $\omega_1$  y  $\omega_2$  con amplitudes  $V_1$  y  $V_2$  respectivamente. A la salida, las frecuencias  $\omega_1 + \omega_2$  y  $\omega_1 - \omega_2$ , centradas alrededor de la mayor de las dos y cada una de amplitud  $kV_1V_2/2$ , donde  $k$  es el factor de atenuación (o ganancia) del mezclador. En la figura se ilustra la función del mezclador en el dominio del tiempo. El circuito es muy similar al del sumador de la figura 4.21, excepto por el elemento no lineal, en este caso un diodo. La señal en el punto de unión de las dos resistencias de entrada es la misma que se tiene a la salida del sumador, es decir, la suma de las dos señales. Sin embargo al pasar por el diodo, las dos señales de entrada de hecho se multiplican, de modo que la señal de salida no contiene componentes espectrales a las frecuencias de las señales de entrada. Las componentes espectrales de la señal

de salida son las de suma y diferencia de las frecuencias de entrada. La señal, en el dominio del tiempo, tiene la forma mostrada en la figura 4.22.

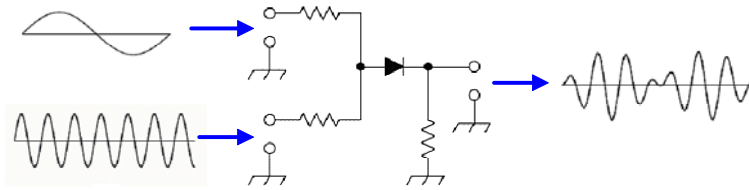


Fig. 4.22. Señales en el dominio del tiempo en un mezclador.

Si las señales de entrada son de la misma frecuencia y difieren sólo en el ángulo de fase,  $\phi$ , la salida del mezclador es  $1/2 kV_1V_2 \cos\phi$ . Un circuito de este tipo, en que las señales de entrada son de la misma frecuencia, pero de fase diferente, se designa como *detector de fase* y su salida, filtrada a baja frecuencia, es una señal de corriente continua, variable y proporcional a la diferencia de fase entre las señales de entrada.

Otra forma, quizá más adecuada, para expresar la característica de transferencia de un mezclador es mediante el modelo polinomial (4.41) en que no se considera la componente de c.c.

$$v_0 = k_1 v_1 v_2 + k_2 (v_1 v_2)^2 + k_3 (v_1 v_2)^3 + \dots + k_n (v_1 v_2)^n \quad (4.41)$$

Si en (4.41) se substituyen  $v_1$  y  $v_2$  por las expresiones (4.37), se puede ver que, además de los términos a frecuencias  $\omega_1$  y  $\omega_2$ , aparecen términos de múltiples frecuencias, del tipo dado por (4.40) y de la forma:

$$f_M = |\pm m f_1 \pm n f_2| \quad (4.42)$$

Donde  $m$  y  $n$  son enteros. Por consecuencia, la salida contendrá no sólo dos bandas laterales, sino un gran número de ellas. Estas señales, de múltiples frecuencias, son los *productos de intermodulación* o *señales espurias* y son consecuencia de que el mezclador es un dispositivo no lineal. Por lo general sólo una de las bandas laterales, o un par simétrico de ellas es deseable a la salida y es necesario eliminar las señales espurias restantes, por lo que a la salida del mezclador suele conectarse un filtro de paso de banda que sólo deja pasar la o las señales a las frecuencias deseadas y elimina las restantes.

En el caso más general, las señales de entrada al mezclador son de frecuencia diferente. Usualmente una de las señales de entrada es una señal modulada, con un cierto ancho de banda y la otra, de frecuencia fija. Si el mezclador es ideal, la señal

de salida estará formada por dos bandas, una a la frecuencia de suma de las dos señales de entrada y otra, a la frecuencia de diferencia. En la práctica ningún mezclador es ideal y no se ha encontrado ningún dispositivo que, utilizado como mezclador, produzca sólo espurios de segundo orden. La mayor parte de los mezcladores, si la amplitud de las señales de entrada es relativamente grande, producen espurios de órdenes elevados. Según se mencionó antes, de todas las frecuencias a la salida del mezclador, sólo las contenidas en una determinada banda de paso son las deseables. Las señales en esa banda se pueden recuperar mediante un filtro de paso de banda a la salida del mezclador que elimine todas señales fuera de esa banda. Sin embargo, puede ocurrir y con frecuencia ocurre, que algunos de los productos espurios de intermodulación caen dentro de la banda de paso deseada y no pueden eliminarse con el filtrado. La presencia de esos productos de intermodulación *en la banda de paso* degradará inevitablemente la señal. Cuando estos espurios dentro de la banda se deben al propio mezclador, es necesario elegir una frecuencia del oscilador local y de salida del mezclador, tales que en la medida posible todos los espurios queden fuera de la banda de paso.

En los circuitos de comunicaciones la intermodulación no se produce sólo en el mezclador. También es causada por no linealidades en otros circuitos, particularmente en amplificadores de potencia que funcionan parcialmente en zonas no lineales de su característica y que, combinados con los espurios del mezclador suelen dar lugar a productos de intermodulación dentro de la banda de paso. En realidad, cualquier dispositivo con una característica no lineal de transferencia puede actuar como mezclador y se han dado casos de antenas que, construidas con metales diferentes y conexiones defectuosas, producen distorsión no lineal y actúan como diodos mezcladores.

La señal de salida de cualquier mezclador real incluye un gran número de señales indeseables, los productos de intermodulación, que contienen señales a las frecuencias fundamentales del oscilador local y de la señal de RF y sus armónicos. Esto produce *distorsión por intermodulación* entre las múltiples señales, que puede comprometer el correcto funcionamiento del sistema.

Desde el punto de vista de su implementación, puede hablarse de tres tipos principales de mezcladores<sup>13</sup>:

***Mezcladores pasivos.*** Utilizan diodos como dispositivos de mezcla.

---

<sup>13</sup> Rhode, U.L. and Bucher, T.T.N. *Communications Receivers. Principles and Design.* McGraw-Hill Book Co, 1988.

**Mezcladores activos**, que utilizan dispositivos con ganancia, como transistores bipolares o de efecto de campo.

**Mezcladores conmutados**, en los que la amplitud de la señal del oscilador local o bien es mucho mayor que la requerida por el mezclador o es una señal pulsante, rectangular, de modo que los dispositivos del mezclador funcionan esencialmente entre un estado de conducción y uno de no conducción.

### 4.3.2. Mezcladores pasivos

Describiremos ahora brevemente el funcionamiento de algunos mezcladores pasivos, con diodos, que suelen utilizarse frecuentemente. El circuito más simple, mostrado en la figura 4.22, se ilustra funcionalmente en la figura 4.23.

En el circuito de la figura, las señales de RF y del oscilador local, OL, se aplican al diodo de forma que se suman. Suponiendo en el caso más simple que estas señales sean de forma senoidal y frecuencia única:

$$\begin{aligned} v_{RF} &= V_{RF} \cos \omega_{RF} t \\ v_{OL} &= V_{OL} \cos \omega_{OL} t \end{aligned} \quad (4.43)$$

y el voltaje aplicado al diodo será  $v_i = v_{RF} + v_{OL}$ . También, si en el caso más simple, suponemos que la característica del diodo es solamente cuadrática, el voltaje de salida será de forma:

$$v_0 = k v_i^2 \quad (4.44)$$

Con lo que, substituyendo  $v_i$  por la suma de las expresiones (4.43) y siguiendo el mismo procedimiento utilizado para obtener la expresión (4.40), el voltaje sobre la resistencia  $R$  puede expresarse como:

$$v_0 = \frac{k V_{RF} V_{OL}}{2} [\cos(\omega_{RF} + \omega_{OL})t + \cos(\omega_{RF} - \omega_{OL})t] \quad (4.45)$$

Que, como puede verse de (4.40) es el producto de las dos señales de entrada sumadas en serie, pero que aplicadas a un dispositivo de característica cuadrática como el diodo, genera una señal de salida que es, en realidad, el producto de las dos señales de entrada. La forma de onda de la señal de salida es como la mostrada en la figura 4.22.

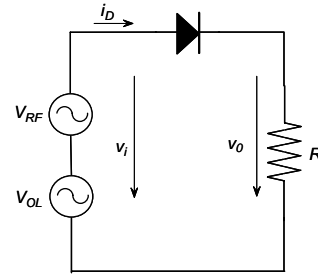


Fig. 4.23. Mezclador con un diodo

El mezclador anterior es de dos puertos, es decir, de una entrada y una salida y muy sencillo de implementar, aunque tiene limitaciones y un rendimiento inferior al de otros mezcladores. Un tipo de mezclador, mejor que el anterior, es el ilustrado en la figura 4.24. Se trata también de un mezclador pasivo, con dos diodos y designado como *mezclador balanceado*.

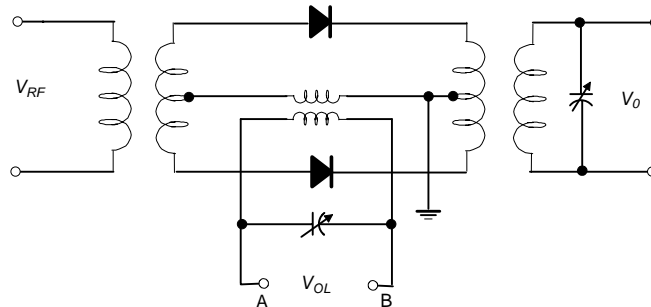


Fig. 4.24. Mezclador balanceado simple.

La señal de RF se aplica al primario del transformador de entrada, en tanto que la del oscilador local se aplica en los puntos AB, mediante otro transformador, a las derivaciones centrales de los transformadores de entrada y salida. En los semiciclos de la portadora en que el punto A es positivo respecto al B, los diodos quedan polarizados directamente y constituyen, prácticamente, un cortocircuito, por lo que la señal de RF pasa directamente hasta el secundario del transformador de salida.

Conviene notar que, aunque el mezclador es un circuito no lineal, la función de transferencia total del circuito,  $v_{FI}/v_{RF}$  es *lineal*. En otras palabras, de manera similar a un amplificador, un aumento en el nivel de la señal de entrada de RF produce un aumento similar en el nivel de salida de FI. Por otra parte, el voltaje de salida de FI es proporcional a la mitad del voltaje de entrada de RF, como se puede ver de (4.45), de modo que la potencia de salida de FI es, cuando más,  $20\log(1/2) = -6$  dB respecto a la potencia de entrada de RF.

### 4.3.3. Ganancia (o pérdida) de conversión

El grado en que la señal de salida, desplazada en frecuencia, se amplifica o atenúa, es una propiedad importante de los mezcladores y se designa como *ganancia de conversión*, si la señal es amplificada o *pérdida de conversión*, si es atenuada en el proceso de mezcla. En el caso de mezcladores pasivos, la señal de salida siempre está atenuada, a causa de las pérdidas inherentes al circuito.

#### 4.3.4 Otros circuitos mezcladores

Las configuraciones de los circuitos mezcladores son muy numerosas y no es posible aquí entrar, no ya en el análisis, sino en la simple descripción de los posibles circuitos. Por ello, se han elegido cuatro circuitos que ilustran algunas de las diferentes técnicas empleadas en los circuitos mezcladores, bien sea con elementos discretos, o con circuitos integrados.

El mezclador de la figura 4.25, es una variante del mezclador con un solo diodo. En este caso la entrada del oscilador local está acoplada capacitivamente y la de RF mediante un transformador. El condensador de acoplamiento del OL suele ser de pequeña capacidad, ya que por lo general, la frecuencia del oscilador local es mayor que la de RF.

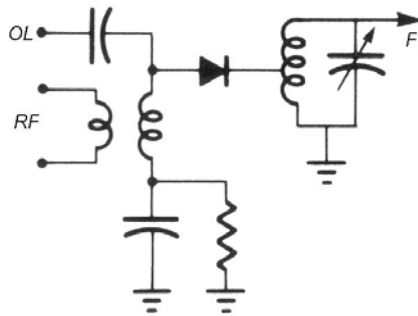


Fig. 4.25. Otra versión del mezclador con un diodo.

El condensador de acoplamiento del oscilador local, por su pequeña capacidad, presenta una impedancia elevada, tanto a la señal de RF como a la FI, lo que permite conseguir un buen aislamiento entre el oscilador local y el mezclador. Por otra parte, el transformador a cuyo primario se aplica la señal de RF, proporciona el acoplamiento adecuado entre ésta y el mezclador.

Un mezclador con diodos frecuentemente utilizado es el ilustrado en la figura 4.26. Este mezclador se designa como *doblemente balanceado*, un tipo de mezclador abundante en el mercado. Una característica importante de este mezclador es el buen aislamiento que proporciona entre las tres señales, tanto entre OL y RF, como entre éstas y la FI.

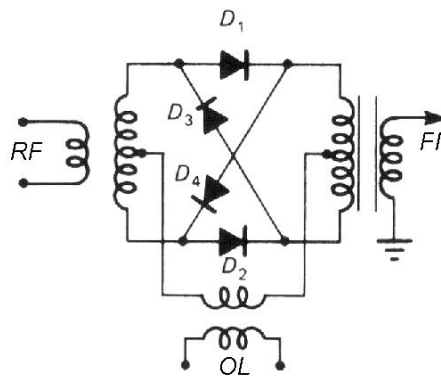


Fig. 4.26. Mezclador doblemente balanceado.

En la figura 4.27 se ilustra un *mezclador activo* con un transistor bipolar. La diferencia entre este tipo de mezcladores y los pasivos, es que en estos últimos siempre se tiene pérdida de conversión, en tanto que en los mezcladores activos, se tiene amplificación que se traduce en una ganancia neta de conversión.

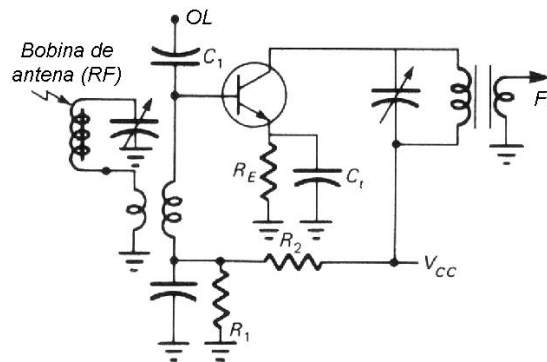


Fig. 4.27. Mezclador activo con transistor bipolar.

La unión base-emisor del transistor se polariza para funcionamiento conmutado en la región no lineal, mediante una señal del OL de amplitud grande. La mezcla ocurre en la unión de entrada y la ganancia de corriente que proporciona el transistor, así como el circuito sintonizado de salida, producen como resultado ganancia de potencia a FI. La ganancia total del circuito es 6 dB menos que la que se tendría con una señal de FI a la entrada, ya que según se mencionó, la potencia de FI es 6

dB menor que la de RF. Este tipo de circuito es semejante a los empleados en la porción frontal de los receptores de radio.

Finalmente, en la figura 4.28 se ilustra un *convertidor* o *conversor*. Este término se emplea para designar a los circuitos que incorporan al mezclador y al oscilador local en un mismo conjunto.

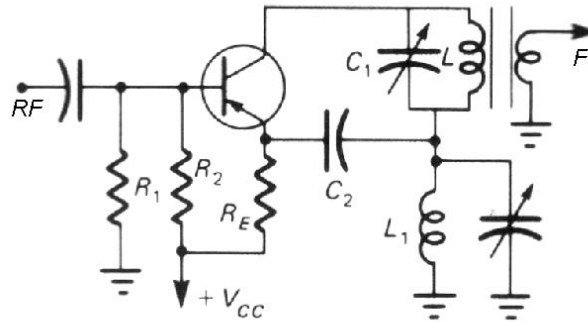


Fig. 4.28. Conversor de frecuencia.

El circuito sintonizado de salida, a la frecuencia intermedia, formado por  $C_1$  y  $L$  tiene una trayectoria de realimentación al oscilador local, a través de  $C_2$ . Por otra parte, la impedancia del circuito de FI ofrece baja impedancia a la frecuencia del oscilador local, principalmente debido a  $C_1$ , en tanto que el circuito sintonizado del oscilador, formado por  $L_1$  y el condensador en paralelo, es esencialmente un corto circuito a FI, a causa de  $L_1$ . Todo esto se traduce en una baja impedancia en el circuito del emisor, con lo que se consigue una buena ganancia.

#### 4.4 Distorsión por Intermodulación (IMD<sup>14</sup>)

En la sección 1.6 se trató la condición de *transmisión sin distorsión* como aquella en que una señal, a su paso por un circuito, debe preservar las características de amplitud, frecuencia, fase y tiempo. Si la señal sufre amplificación o atenuación, todas sus componentes espectrales deben ser amplificadas o atenuadas en la misma proporción. De igual manera, todas las componentes espectrales deben sufrir el mismo retardo a su paso por el circuito. la función de transferencia del circuito o sistema debe ser de forma:

$$H(\omega) = Ke^{-j\omega\tau} \quad (4.46)$$

<sup>14</sup> IMD = *Intermodulation Distortion*.

Donde  $K$  es el factor de amplificación o atenuación y es constante a todas las frecuencias en la banda de paso de la señal y  $\tau$  es el retardo que sufre la señal a su paso por el circuito y es también constante a todas las frecuencias. Si  $K$  o  $\tau$  no son constantes en la banda de paso, la señal de salida no será igual a la de entrada, en ese caso se dice que se ha introducido *distorsión*.

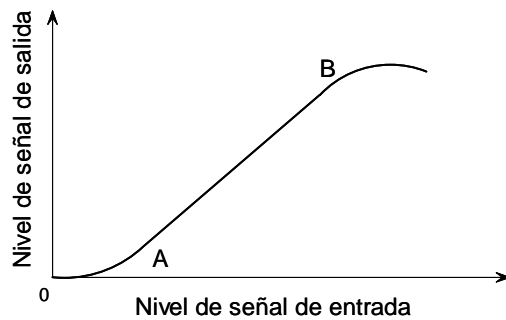


Fig. 4.29. Característica de transferencia

Si se cumple la condición de transmisión sin distorsión se dice que el circuito es *lineal*, en caso contrario el circuito es *no lineal*. Ahora bien, todos los dispositivos amplificadores tienen una característica de transferencia que puede, en términos generales representarse como se ilustra en la figura 4.29.

Cuando el nivel de potencia de la señal de entrada es muy pequeño (región OA de la curva), la amplitud de la señal de salida no es linealmente proporcional a la de aquella. Lo mismo ocurre a partir del punto B en que se tiene un efecto de saturación. En la región AB de la curva la característica de transferencia es una línea recta y la señal de salida es una réplica fiel de la de entrada. Para que el circuito o el dispositivo se comporte linealmente, el nivel de la señal de entrada debe mantenerse entre los puntos A y B, de modo que en esas condiciones conviene que el punto de funcionamiento (polarización) del dispositivo se elija en el centro de la región AB y que la amplitud de la señal de entrada no exceda los valores correspondientes a los puntos A y B, ya que si esto ocurre, la señal de salida se verá recortada o, lo que es lo mismo, distorsionada.

Debe evitarse el funcionamiento en la región de saturación ya que, además de la distorsión que se introduce a la señal de salida, puede excederse el límite físico del dispositivo, por ejemplo un transistor o una válvula de vacío y dañarse o quemarse.

#### 4.4.1 Punto de compresión de 1 dB

Cuando se alcanza el punto de saturación se dice que hay *compresión* de la señal de salida y se define un punto de compresión de 1 dB como aquél en el que la potencia de la señal de salida es 1 dB menor de la que debería ser si el funcionamiento fuera lineal, como se ilustra en las figura 4.1 y 4.32.

#### 4.4.2 Productos espurios de intermodulación

La característica no lineal, inherente a todo tipo de mezcladores, da lugar a la generación de productos de intermodulación, que contribuyen a la distorsión de la señal, siempre que se apliquen dos o más señales al puerto de entrada de RF. El análisis de este comportamiento suele realizarse mediante la aplicación de dos señales (tonos) de frecuencias cercanas, pero distintas. En los amplificadores una medida importante de su linealidad es el nivel relativo de productos de intermodulación. Para que ésta ocurra, la señal de entrada debe ser la combinación de dos o más señales de frecuencias diferentes en el ancho de banda de paso del amplificador. Supóngase que la señal de entrada es de forma:

$$S_i(t) = A \cos(\omega_1 t) + B \cos(\omega_2 t) \quad (4.47)$$

Donde A y B son las amplitudes de las señales independientes de frecuencias angulares  $\omega_1 = 2\pi f_1$  y  $\omega_2 = 2\pi f_2$  respectivamente.

Si el amplificador es perfectamente lineal y de ganancia G, el único cambio será en la amplitud de la señal de salida, pero no en su conformación espectral, es decir la señal no estará distorsionada y será de forma:

$$S_o(t) = GA \cos(\omega_1 t) + GB \cos(\omega_2 t) \quad (4.48)$$

Si la función de transferencia no es perfectamente lineal, las componentes de entrada además de sumarse se multiplican en el amplificador y aparecen a la salida<sup>15</sup>. En estas condiciones el amplificador se comporta como si fuera lineal, con un mezclador en paralelo como se ilustra en la figura 4.31.

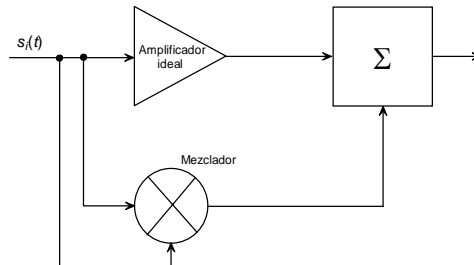


Fig. 4.31. Circuito equivalente de un amplificador no lineal

La señal de salida contendrá ahora todas las componentes frecuenciales de los productos de intermodulación y puede expresarse como:

<sup>15</sup> Hulick, T.P. *Solid State Amplifiers*. Sección 7.6 de *The Electronics Handbook*, 2<sup>nd</sup> Ed. Editor: Jerry C. Whitaker. Taylor & Francis Group, Boca Raton, FL. 2005.

$$\begin{aligned}
S_0(t) &= GA \cos(\omega_1 t) + GB \cos(\omega_2 t) + \sum_{m=\text{int}} \sum_{n=\text{int}} c_{mn} AB \cos(\omega_1 t) \cos(\omega_2 t) \\
&= GA \cos(\omega_1 t) + GB \cos(\omega_2 t) + \dots \\
&\dots + \sum_{m=\text{int}} \sum_{n=\text{int}} \frac{c_{mn} AB}{2} [\cos(m\omega_1 + n\omega_2)t + \cos(m\omega_1 - n\omega_2)t]
\end{aligned} \tag{4.49}$$

Donde  $c_{mn}$  es la amplitud de los productos de intermodulación a las frecuencias  $f_{mn} = (mf_1 \pm nf_2)$  determinadas por el grado de no linealidad.

Hay que hacer notar que  $m$  y  $n$  pueden ser enteros positivos o negativos, pero no ambos. Los productos de intermodulación más importantes son impares, en particular los de tercer orden ( $|m| + |n| = 3$ ) y, por lo general, son mayores que los de órdenes superiores. Estos productos impares resultan difíciles de filtrar cuando ocurren dentro de la banda de paso. Los productos de intermodulación de orden par, por lo general caen fuera de la banda de paso y son fáciles de eliminar mediante filtrado. Las mediciones de distorsión por intermodulación constituyen una de las pruebas más importantes en los receptores y transmisores de comunicaciones<sup>16</sup>.

En el análisis de la intermodulación es frecuente la representación mostrada en la figura 4.32, en que en el eje vertical se tiene el nivel de potencia de salida en dBm y, en el horizontal, la potencia de entrada en las mismas unidades. Supóngase ahora que la característica no lineal del mezclador se puede representar en forma polinomial como sigue:

$$P_0 = G(a_1 P_i + a_2 P_i^2 + a_3 P_i^3 + \dots + a_n P_i^n) \tag{4.50}$$

Donde  $P_0$  es la potencia de salida del mezclador y  $P_i$  la potencia de entrada y  $G$  la ganancia (o pérdida) de conversión. Si por facilidad, y sin pérdida de generalidad, se asume que  $a_1 = 1$  y se emplean unidades logarítmicas se puede ver que el término a la frecuencia fundamental, se puede expresar como:

$$P_0 = P_i + G \text{ dBm} \tag{4.51}$$

y, para los términos de orden superior:

$$P_{0n} = nP_n + K_n \tag{4.52}$$

Donde  $K_n = G + a_n$ .

Las expresiones (4.48) y (4.49) son las ecuaciones de dos rectas, de las que la primera corresponde a la señal deseada a la frecuencia fundamental y es una recta de

<sup>16</sup> Rohde, U.L. and Bucher T.T.N. *Communication Receivers, Principles and Design*. McGraw-Hill Book Co. 1988.

pendiente 1 y ordenada al origen,  $G$ . La segunda, corresponde a los productos de intermodulación, indeseables, de orden  $n$  y tiene pendiente  $n$  y ordenada al origen  $K_n$ . En la figura 4.32 se ilustra lo anterior, para la señal deseada (fundamental) y para el producto de intermodulación de tercer orden.

En la figura, la señal deseada corresponde a la recta de pendiente 1 ( $45^\circ$ ) y ordenada al origen  $G$ , la ganancia, o pérdida de conversión, en dB. La otra recta, de pendiente 3, corresponde al producto de intermodulación de tercer orden, con ordenada al origen,  $K_3$ . El punto en que estas rectas se cortan es el *punto de intercepción de tercer orden*. Para los productos de intermodulación de orden diferente, los puntos de intercepción serán, en general, diferentes.

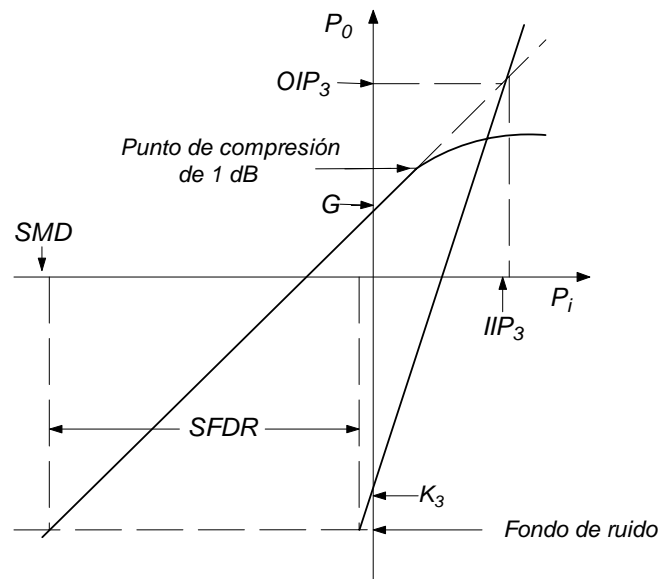


Fig. 4.32. Diagrama para cálculos de intermodulación.

En la figura se ilustra, también el punto de compresión de 1 dB. Los puntos de intercepción suelen especificarse referidos a la potencia de entrada (IIP<sup>17</sup>), o de salida (OIP<sup>18</sup>). La diferencia entre ellos es la ganancia  $G$ , es decir,  $OIP = IIP + G$ .

La señal mínima discernible (SMD), corresponde al umbral de ruido y está dada por:

$$SMD = -174 + 10\log(B_{Hz}) + NF \quad \text{dBm} \quad (4.53)$$

<sup>17</sup> Input Interception Point.

<sup>18</sup> Output Interception Point.

El nivel de esta señal a la salida se designa como *fondo o piso de ruido*<sup>19</sup> y es igual a  $SMD + G$ .

#### 4.4.3 Rango dinámico libre de espurios (SFDR).

El *rango dinámico libre de espurios* es aquél rango de potencias de entrada en que el comportamiento del circuito es lineal y no hay productos espurios en la señal de salida. Se define como la diferencia entre el nivel de señal al que empiezan a aparecer señales espurias y el nivel de señal mínimo detectable. El nivel al que empiezan a aparecer espurios puede deberse a los productos de intermodulación, o a que se ha alcanzado el punto de compresión de 1 dB. El que ocurra primero será el que determine el SFDR. En el caso de la figura, el que ocurre primero, es decir, el que requiere menor potencia de entrada, es el del producto de intermodulación de orden 3. El cálculo, puede hacerse fácilmente con ayuda de la gráfica 4.32, aplicando los conceptos de geometría analítica para rectas. Si se conoce la ecuación de la recta correspondiente al producto de intermodulación, puede determinarse todo lo demás. Para ello pueden utilizarse los datos conocidos, es decir, el punto de intercepción, bien sea referido a la salida o a la entrada. utilizando el punto de intercepción de salida,  $OIP_3$ , las potencias correspondientes a la fundamental y al producto de intermodulación son iguales, es decir,  $P_0 = P_n$ , que puede escribirse como  $P_i + G = nP_i + K_n$ . Puesto que en el punto de intercepción  $P_i = IIP$  y  $n$  es el orden del producto de intermodulación,  $K_n$  puede determinarse fácilmente como:

$$K_n = P_i(1 - n) + G \quad (4.54)$$

Con lo que la ecuación de la recta para  $P_n$  queda completamente determinada. Con ello, puede determinarse la potencia de entrada,  $P_i$ , a la que la recta  $P_n$  corta el fondo de ruido. la diferencia entre este valor y el nivel de la señal mínima detectable es el rango dinámico libre de espurios.

El procedimiento descrito es muy sencillo y sólo requiere conocimientos básicos de geometría analítica. Algunos textos, en lugar del método anterior, desarrollan diversas fórmulas con las que se llega a los mismos resultados pero que, o bien es necesario memorizar o tenerlas a mano para hacer estos cálculos.

---

<sup>19</sup> *Noise Floor*

#### 4.4.4. Definiciones adicionales

##### *Punto de desensibilización de 1 dB*

Esta especificación proporciona otra figura de mérito, similar al punto de compresión de 1 dB. Sin embargo, el nivel de desensibilización de 1 dB se refiere al nivel de una señal interferente o indeseable, que da lugar a una reducción de 1 dB en la ganancia nominal de conversión para la señal deseada. Para un mezclador a diodos, doblemente balanceado, el punto de desensibilización está por lo general de 2 a 3 dB por debajo del punto de compresión de 1 dB.

##### *Productos armónicos de intermodulación (HIP<sup>20</sup>)*

Son productos espurios relacionados armónicamente con la frecuencia de las señales de entrada:

$$\text{HIP} = mf_{\text{OL}} + nf_{\text{RF}} \quad (4.46)$$

##### **Ejemplo**

Dos amplificadores, conectados en cascada funcionan con una señal de entrada de -10 dBm a una frecuencia de 535.25 MHz y ancho de banda de 8 MHz. El nivel de ruido medido a la entrada es de -60 dBm. Los parámetros de los amplificadores son los siguientes:

	Ganancia (dB)	P. compresión 1 dB	NF (dB)	IIP3
1er. amplificador	9	+2 dBm	3	+14.5 dBm
2º amplificador	8.5	+4.5 dBm	6.5	+17 dBm

Calcular: (a) Rango dinámico libre de espurios. (b) Rango dinámico en las condiciones de funcionamiento con las señales de entrada. (c) Nivel de señal de salida sin compresión. (d) Nivel de salida considerando la compresión. (e) Nivel de espurios en las condiciones de funcionamiento indicadas.

##### ***Solución.***

Para encontrar el rango dinámico libre de espurios hay que calcular el punto de intercepción equivalente, para lo que se puede utilizar la expresión:

<sup>20</sup> HIP = *Harmonic Intermodulation Products*

$$\frac{1}{IIP_3} = \left[ \left( \frac{1}{IIP_1} \right)^q + \left( \frac{G_1}{IIP_2} \right)^q \right]^{1/q}$$

donde  $q = (m-1)/2$  y  $m$  es el orden del producto de intermodulación, en este caso 3. Los valores de  $IIP_1$  e  $IIP_2$ , así como  $G_1$  deben expresarse en unidades básicas, no en logarítmicas (dB). Así:

$$IIP_1 = 14.5 \text{ dBm (28.18 mw)}$$

$$IIP_2 = 17 \text{ dBm (50.11 mw)}$$

$$G_1 = 9 \text{ dB (7.94)}$$

Substituyendo los valores en la ecuación anterior y efectuando el cálculo se tiene que:

$$(IIP_3)_{\text{equivalente}} = 5.16 \text{ mw} \rightarrow 7.123 \text{ dBm}$$

Conocido el punto de intercepción de tercer orden, se puede calcular ahora el punto de cruce de la recta de tercer orden con el eje vertical, es decir, el factor  $K_3$ . Para ello se tienen las ecuaciones de las rectas correspondientes a la fundamental y al producto de tercer orden:

$$P_{01} = P_i + G_{\text{TOTAL}}$$

$$P_{03} = 3P_i + K_3$$

donde  $G_{\text{TOTAL}}$  es la ganancia del conjunto de los dos amplificadores en cascada, es decir:

$$G_{\text{TOTAL}} = G_1 + G_2 = 9 + 8.5 = 17.5 \text{ dB}$$

En el punto de intercepción  $P_{01} = P_{03}$ , con lo que de las ecuaciones anteriores se obtiene:

$$K_3 = G_{\text{TOTAL}} - 2P_i$$

en que, substituyendo  $P_i = 7.123$ , el nivel de potencia del punto de intercepción equivalente, y  $G_{\text{TOTAL}} = 17.5$ , se tiene que  $K_3 = 3.25$

Se calcula ahora el factor de ruido equivalente mediante la fórmula<sup>21</sup>:

$$F_{eq} = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} = 2 + \frac{4.467 - 1}{7.94} = 2.436$$

y la figura de ruido equivalente:

---

<sup>21</sup> Véase Capítulo 8

$$NF_{eq} = 10 \log (F_{eq}) = 3.87 \text{ dB}$$

Se puede ahora calcular el nivel de ruido de umbral, es decir, la señal mínima detectable (SMD):

$$\begin{aligned} N_u &= -174 + NF_{eq} + 10 \log (B) \\ &= -174 + 3.87 + 10 \log (8 \times 10^6) \\ &= -101.1 \text{ dBm} \end{aligned}$$

y el fondo o piso de ruido:

$$N_{floor} = N_u + G_{TOTAL}$$

con lo que:

$$N_{floor} = -101.1 + 17.5 = -83.6 \text{ dBm}$$

El significado de los valores anteriores se aprecia mejor en la figura 4.33.

*Rango dinámico libre de espurios (SFDR).* Para hallar el rango dinámico libre de espurios es necesario determinar el punto en que la recta del tercer producto corta el fondo de ruido. Para ello se parte de la ecuación de dicha recta:

$$P_{03} = 3P_i + K_3 = -83.6$$

y, despejando  $P_i$  se tiene el valor de la potencia de entrada a la que empiezan a aparecer espurios a la salida:

$$P_i = -28.95 \text{ dBm}$$

con lo que el rango dinámico libre de espurios es:

$$SFDR = -28.95 - (-101.1) = 72.15 \text{ dBm}$$

A continuación, es necesario determinar el rango dinámico en las condiciones de funcionamiento de acuerdo a los niveles de la señal y ruido a la entrada.

Una forma de calcularlo es calculando el fondo de ruido en las condiciones de funcionamiento, dado en dB por:

$$N_0 = N_i + G + NF$$

$$N_0 = -60 + 17.5 + 3.87 = -38.63 \text{ dBm}$$

Aún cuando no se pide en el problema, es interesante calcular la relación señal a ruido a la salida:

El nivel de potencia de la señal de salida es:

$$S_o = G_{\text{TOTAL}} + S_i = 17.5 + (-10) = 7.5 \text{ dBm}$$

y la relación señal a ruido a la salida:

$$\text{SNR}_o = 7.5 - (-38.63) = 46.13 \text{ dB}$$

en tanto que la relación señal a ruido en la entrada es:

$$\text{SNR}_i = -10 - (-60) = 50 \text{ dB}$$

Otra forma de calcular esto es por la propia definición de la relación señal a ruido que, en dB, se expresa como:

$$\text{NF} = \text{SNR}_i - \text{SNR}_o$$

Con lo que:

$$\text{SNR}_o = \text{SNR}_i - \text{NF} = 50 - 3.87 = 46.13 \text{ dB}$$

Volviendo a lo solicitado en el problema, para calcular el rango dinámico libre de espurios en las condiciones indicadas para la señal y ruido de entrada, hay que conocer el punto de cruce de la recta de tercer orden con el fondo de ruido debido al ruido de entrada de -60 dBm y, procediendo como antes, a partir de la ecuación de la recta de tercer orden, se obtiene el nuevo valor del nivel de entrada como:

$$P_i = -13.96 \text{ dBm}$$

con lo que el rango dinámico libre de espurios es:

$$\text{SFDR}' = -13.96 - (-60) = 46.04 \text{ dB}$$

#### ***Nivel de la señal de salida sin compresión.***

Es, simplemente:

$$S_o = S_i + G_{\text{TOTAL}} = -10 + 17.5 = 7.5 \text{ dBm}$$

Se puede fácilmente resolver la cuestión (e) del problema, es decir, calcular el nivel de espurios en las condiciones de funcionamiento. Para ello es necesario calcular la potencia de entrada correspondiente al punto de cruce de la recta de tercer orden con el fondo de ruido y, nuevamente de la ecuación de dicha recta:

$$P_{03} = 3P_i + K_3$$

con  $P_i = -38.63$  y  $K_3 = 3.25$ :

$$P_i = -13.96 \text{ dBm}$$

con lo que, para una entrada de -10 dBm, el nivel de espurios de tercer orden es:

$$P_{03} = 3 \times (-10) + 3.25 = -26.75 \text{ dBm}$$

Si se analiza cada amplificador por separado, se observa que las señales manejadas están por debajo del nivel de compresión de los respectivos amplificadores, con lo que estos niveles son los mismos que se calcularon ignorando el efecto de la compresión.

---

### Cuestiones y problemas

- 4.1. Un amplificador de audio funciona en clase A, con una eficiencia de 15% y entrega una salida de 100 w. Calcule la potencia que debe suministrar la fuente de alimentación y compárela con la potencia que habría que suministrar si el funcionamiento fuera en clase AB con una eficiencia de 40%. Haga una estimación del costo de operación, considerando además el costo que representa el sistema de enfriamiento en cada caso.
- 4.2. Explique, mediante un diagrama, el funcionamiento de un amplificador clase AB en configuración simétrica o push-pull utilizando transistores bipolares.
- 4.3. A la salida de los osciladores suele emplearse un amplificador designado como “buffer”, cuya función es evitar que las variaciones en la impedancia de carga a la salida del oscilador afecten a la frecuencia y estabilidad de éste. Dicho amplificador presenta una elevada impedancia de carga a la entrada y baja impedancia de salida. Explique, con ayuda de un diagrama, que tipo de amplificador con un transistor bipolar o un FET puede cumplir esta función.
- 4.4. La carga de un amplificador sintonizado, similar al de la figura 4.6, pero que funciona en clase A es un circuito resonante en paralelo a una frecuencia de 27 Mz con una Q de 50 y una impedancia de carga 10 kΩ. Calcule la impedancia de carga si la frecuencia se desvía 50% de la de resonancia y discuta las consecuencias que esto tendría en el funcionamiento del amplificador. ¿Qué ocurriría si no hay señal de entrada al amplificador?
- 4.5. Un amplificador sintonizado, similar al de la figura 4.6, tiene una ganancia de voltaje de 15 dB. Si la Q del circuito resonante es de 30, ¿Cuál será la ganancia del amplificador a 10% de la frecuencia de resonancia?
- 4.6. ¿Cuáles son los principales factores que afectan a la estabilidad de frecuencia de un oscilador y por qué?

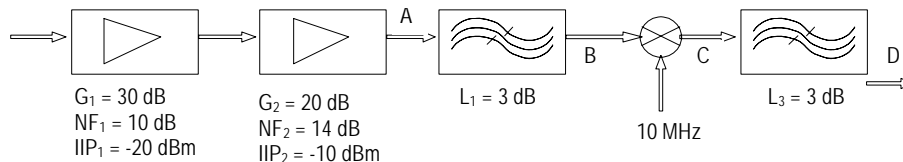
4.7. La temperatura de un oscilador a cristal debe mantenerse en  $50^{\circ}\text{C} \pm 5^{\circ}$ . Diseñe un circuito simple para un horno que cumpla esta función.

4.8. Una técnica para obtener una frecuencia de RF elevada a partir de un oscilador de menor frecuencia es el empleo de multiplicadores de frecuencia. Explique cómo puede hacerse dicha multiplicación de frecuencia en el dominio analógico explicando las razones.

4.9. Explique el funcionamiento de un mezclador con un diodo similar al de la figura 4.22, justificándolo teóricamente.

4.10. Explique la diferencia entre un mezclador balanceado simple como el de la figura 4.24 y el de uno doblemente balanceado.

4.11. En el sistema de la figura se maneja una señal cuyo ancho de banda es de 24 MHz y el único ruido presente a la entrada es de origen térmico.



a) Calcule el nivel de la señal mínima detectable a la salida.

b) Calcule el rango dinámico libre de espurios.

4.12. Un amplificador cuya ganancia es de 40 dB y ancho de banda 5 MHz, tiene un umbral de ruido, medido a la salida, de -70 dBm y comienzan a aparecer espurios de tercer orden cuando la potencia de entrada es de -45 dBm. Calcular:

a) Rango dinámico libre de espurios.

b) Punto de intercepción de entrada.

c) Temperatura equivalente de ruido del amplificador.

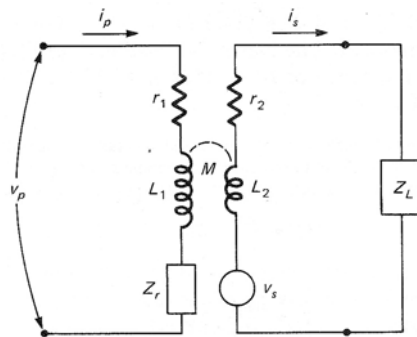
4.13. Un amplificador con emisor común con una corriente de polarización de emisor de 0.5 mA y una impedancia dinámica de colector de 20 k $\Omega$  en paralelo con un condensador de 1 pF. El circuito de colector consiste de una resistencia de carga de

1 k $\Omega$  en paralelo con una capacidad de 49 pF y una inductancia de 2  $\mu$ H, con una Q sin carga de 50.

- Calcule la frecuencia de resonancia del amplificador.
- Si se mide un voltaje de señal de 50 mV en la base del transistor a la frecuencia de resonancia, calcular el voltaje de salida en el colector.
- Calcule el ancho de banda en términos de Q.

4.14. En el circuito de la figura,  $L_1 = 100$  mH,  $L_2 = 20$   $\mu$ H,  $r_1 = 2$   $\Omega$ ,  $r_2 = 1$   $\Omega$  y  $k = 0.8$ . Calcular:

- $v_L$  para  $Z_L = 50 - j50$   $\Omega$  y  $i_p = 100$  mA a una frecuencia de 0.5 MHz.
- Repita los cálculos para  $i_p = 100$  mA a 397887 Hz y calcule la Q sin carga de los bobinados del transformador.



## Capítulo 5

### Modulación de amplitud

#### Introducción

El proceso de modulación puede definirse de varias formas:

- a) Traslado del espectro de una señal en banda base a una señal en banda de paso.
- b) Variación de los parámetros (amplitud, frecuencia o fase) de una señal designada como portadora, de acuerdo a las variaciones de una señal de información o moduladora.

El término *banda base* se emplea para designar la banda de frecuencias que ocupa la señal de entrada, procedente de una fuente, o de un transductor cuya salida es una señal eléctrica. En telefonía, la banda base es la que corresponde a las frecuencias de la voz humana, en el rango de inteligibilidad, generalmente de 300 a 3400 Hz. En televisión, la banda base de la señal de vídeo ocupa de 0 a unos 5 MHz. Para información digital o PCM empleando señalización bipolar a una velocidad de  $R_b$  pulsos por segundo, la banda base es de 0 a  $R_b$  Hz.

La *transmisión en banda base* se refiere a la forma de transmisión en que las señales se transmiten en su banda original, es decir, en banda base, sin modulación. En estas condiciones, en principio solamente es posible transmitir una señal por canal de comunicación que, en este caso es invariablemente un cable o una fibra óptica.

Las señales en banda base, son generalmente de baja frecuencia, lo que hace prácticamente imposible su transmisión por radio, ya que las dimensiones de las antenas serían impracticables. Por ello es necesaria la modulación, primero, con el fin de posibilitar la transmisión de varias señales con la misma banda base, desplazándolas en frecuencia, de modo que no se interfieran entre sí y por otra parte, en el caso de canales de radiofrecuencia (RF), permitir el empleo de antenas de dimensiones físicamente razonables.

Para llevar a cabo la modulación es necesaria una señal senoidal de frecuencia  $\omega_c$ , superior a la de la señal de información, designada como *portadora* que, mezclada con una señal de información en banda base producirá una señal de amplitud, frecuencia o fase variables. La modulación es, esencialmente, un proceso de *mezcla* y su principio se ha tratado en la sección 4.3 del capítulo 4. Según el parámetro de la

portadora que se haga variar, la modulación puede ser de amplitud (AM), de frecuencia (FM) o de fase (PM). Estos dos últimos tipos de modulación son similares y se conocen también como *modulación angular* o *exponencial*. Los tipos de modulación mencionados se aplican, con pocas variantes, tanto en el caso de sistemas analógicos como digitales, si bien en este caso, es más frecuente designarlos como ASK<sup>1</sup>, FSK<sup>2</sup> y PSK<sup>3</sup> o de sus diversas variantes, por ejemplo 16QAM, 8PSK, etc.

Habitualmente se habla también de varios tipos de modulación de pulsos:

PAM (*pulse amplitude modulation*): Modulación por amplitud de pulsos.

PWM (*pulse width modulation*): Modulación por anchura o duración de pulsos.

PPM (*pulse position modulation*): Modulación por posición de pulsos.

PCM (*pulse code modulation*): Modulación por codificación de pulsos.

Estas señales, independiente del término “modulación”, son señales en banda base y dicho término se aplica también en otro sentido. Los tipos o esquemas de modulación de pulsos son, en realidad, esquemas de codificación en banda base y para su transmisión por radio, deben modular a una portadora de RF, a fin de convertirlas a señales en banda de paso desplazándolas en el espectro de frecuencia.

## 5.1 Modulación de Amplitud<sup>4</sup>

En este tipo de modulación, la amplitud de la portadora varía según la señal de información, de modo que la información de amplitud y frecuencia de ésta se “montan” sobre la portadora haciendo que su *envolvente* varíe de acuerdo a la señal moduladora o de información. Los diversos esquemas de modulación de amplitud se designan también como de *envolvente variable* y comprenden los siguientes:

- AM con portadora completa y dos bandas laterales o *AM completa*.
- AM con dos bandas laterales y portadora suprimida (AM-DSB-SC<sup>5</sup>).

<sup>1</sup> Amplitude Shift Keying o modulación por conmutación de amplitud.

<sup>2</sup> Frequency Shift Keying o modulación por conmutación de frecuencia.

<sup>3</sup> Phase Shift Keying o modulación por conmutación de fase.

<sup>4</sup> El tratamiento que se da aquí a la modulación es, por decirlo así, clásico o tradicional, sin entrar en el análisis en el dominio de frecuencia. Los interesados en este aspecto pueden consultar alguno de los numerosos y excelentes textos en que el tema se trata exhaustivamente. Para los fines que persiguen estas notas, este método de análisis tradicional es suficiente.

- AM con dos bandas laterales y vestigio o piloto de portadora.
- Banda lateral única (BLU o SSB<sup>6</sup>) sin portadora.
- Banda lateral única con piloto de portadora.
- AM con vestigio de banda lateral o AM con banda lateral vestigial (AM-VSB<sup>7</sup>).

## 5.2 AM con doble banda lateral y portadora completa (AM completa)

Históricamente, éste fue el primer método de modulación utilizado en los inicios de la radio, a principios del siglo XX y continúa utilizándose extensamente en todo el mundo, principalmente para servicios de radiodifusión sonora en las bandas de ondas medias (540 a 1600 KHz) y de ondas cortas (2 a 30 MHz). A pesar de ser un sistema de modulación poco eficiente, tanto desde el punto de vista espectral como de consumo de energía en el transmisor, una razón para seguir empleándolo es la simplicidad del receptor, lo que permite la fabricación de receptores sencillos y de bajo costo, al alcance de las personas de pocos recursos. Desde el punto de vista de la cobertura de estos servicios, las condiciones de propagación en esas bandas permiten dar cobertura a grandes extensiones sin necesidad de retransmisores, como es el caso de la radiodifusión en frecuencia modulada (FM). El número de receptores de AM en el mundo es inmenso y el cambio de este esquema de modulación, particularmente en los países en vías de desarrollo, causaría que mucha gente no pudiera acceder al único medio de información y entretenimiento del que pueden disponer. Lo que en algunos países se ve como normal: la recepción de radio y televisión, prácticamente *a la carta* por cable, satélite o Internet es impensable para una importante porción de la población mundial y en la legislación de muchos países se mantiene el principio de que el espectro radioeléctrico es propiedad de la nación y no de unos pocos privilegiados. Se trata, por tanto, de un *bien público* y no solo de un *servicio público*, en que el acceso a los servicios de radiodifusión sonora y televisión debe estar al alcance de todos los ciudadanos. Estas son, en cierta medida, las razones por las cuales se mantienen y se seguirán manteniendo por mucho tiempo, los servicios de radiodifusión sonora en ondas medias y cortas.

La señal de amplitud modulada completa suele expresarse en la forma siguiente:

$$\begin{aligned} z(t) &= V_c [1 + m \cos(\omega_m t)] \cos(\omega_c t) \\ &= V_c \cos(\omega_c t) + \frac{mV_c}{2} [\cos(\omega_c + \omega_m)t + \cos(\omega_c - \omega_m)t] \end{aligned} \quad (5.1)$$

---

<sup>5</sup> Double Sideband Suppressed Carrier.

<sup>6</sup> Single Side Band.

<sup>7</sup> Vestigial Sideband.

La expresión anterior es muy similar a la (4.37), tratada al estudiar los mezcladores y puede implementarse con el circuito algo similar al de la figura 4.22. En ella,  $V_c$  representa el voltaje de pico de la portadora y  $m$ , designado como *índice de modulación*, está dado por  $m = V_m/V_c$ , donde  $V_m$  es el voltaje instantáneo de pico de la señal moduladora. El índice de modulación,  $m$ , puede tomar valores entre 0 y 1. El primero corresponde a la ausencia de modulación, en tanto que  $m = 1$  corresponde al máximo nivel (100%) permisible de modulación. Las razones para ello se dan más adelante. En la figura 5.1 se muestran conjuntamente la portadora sin modulación, la señal moduladora y la señal modulada al 50%, es decir con un valor de  $m = 1$ .

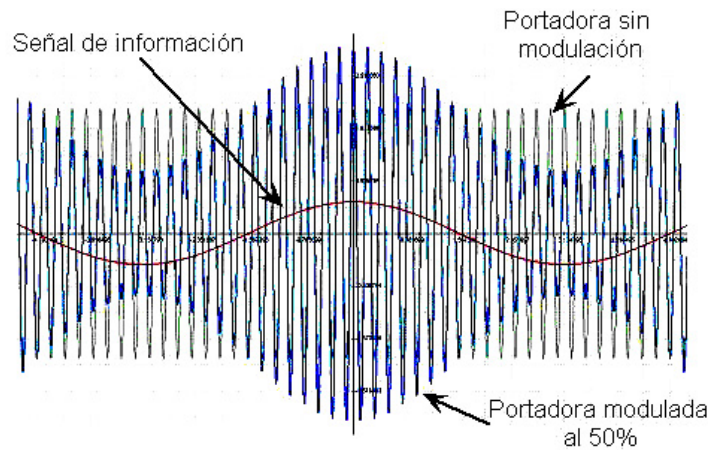


Fig. 5.1. Señal modulada en amplitud en que se muestra la señal en banda base, la portadora sin modulación y la portadora modulada al 50%.

En la figura 5.2, se aprecian con mejor detalle los parámetros de la señal modulada en amplitud. El voltaje de la portadora sin modulación es  $V_c$ , y el de la señal en banda base, que constituye la envolvente de la portadora es  $V_m$ , cuyo valor instantáneo es  $\pm V_c(1 + m \cos \omega_m t)$ . El voltaje máximo, instantáneo, de la señal modulada es  $V_{max} = V_c(1 + m)$  y el mínimo,  $V_{min} = V_c(1 - m)$ . La señal mostrada en la figura 5.2 puede verse fácilmente en un osciloscopio, con lo que los voltajes máximo y mínimo pueden medirse y determinar, así, el índice de modulación como:

$$m = \frac{V_{max} - V_{min}}{V_{max} + V_{min}} \quad (5.2)$$

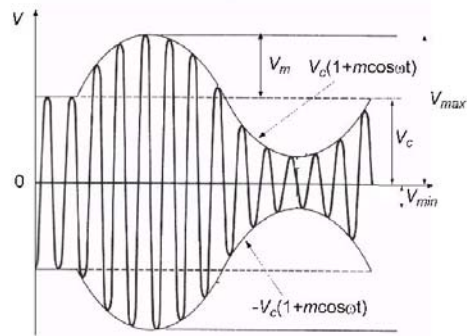


Fig. 5.2. Parámetros en la señal modulada.

El valor máximo de  $m$  no debe exceder de 1. Si  $m > 1$ , se tiene *sobremodulación*, como se ilustra en la figura 5.3 y la envolvente de la señal ya no corresponde a la señal en banda base, por lo que la señal detectada estará distorsionada, como se verá más adelante.

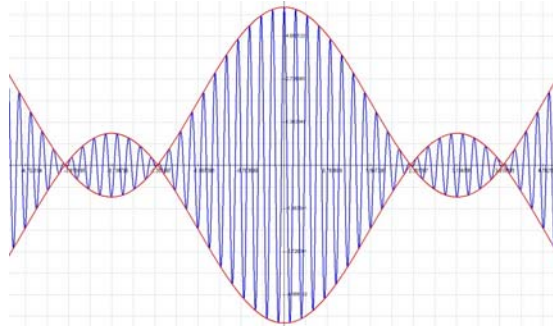


Fig 5.3. Sobremodulación en AM completa ( $m > 1$ ).

**5.2.1 Espectro de la señal de AM completa**

Si se desarrolla (5.1), se tiene que el voltaje instantáneo de la señal de AM está dado por:

$$\begin{aligned}
 v_{AM}(t) &= V_c \cos \omega_c t + m V_c \cos \omega_m t \cos \omega_c t \\
 &= V_c \cos \omega_c t + \frac{m V_c}{2} [\cos(\omega_c + \omega_m)t + \cos(\omega_c - \omega_m)t]
 \end{aligned}
 \tag{5.3}$$

En la expresión anterior se identifican señales de tres frecuencias diferentes, una de amplitud  $V_c$  y frecuencia  $\omega_c$ , que corresponde a la portadora y cuya amplitud y frecuencia no dependen de la señal moduladora. Las otras dos señales tienen frecuencias  $(\omega_c + \omega_m)$  y  $(\omega_c - \omega_m)$ , separadas por debajo y arriba de la portadora por

$\omega_m$ , cada una de amplitud  $mV_c/2$ . Estas dos señales se designan como *bandas laterales* y son simétricas respecto a la frecuencia de la portadora. Aunque el análisis anterior se ha hecho para señales de una sola frecuencia  $\omega_m$ , es decir, tonos puros, es igualmente válido si se trata de señales complejas en una banda de frecuencias. Si las señales son complejas, siempre pueden expandirse en una serie de Fourier, de modo que el análisis para una de las componentes frecuenciales de la señal en banda base, puede extenderse de manera igualmente válida a las demás.

Cada una de las bandas laterales contiene toda la información necesaria para recuperar la señal, si bien las componentes frecuenciales en la banda inferior, están invertidas respecto a las de la banda superior. En cualquier caso, esto no representa mayor problema, ya que en la demodulación puede recuperarse con facilidad el espectro correcto. El hecho de que la señal en banda base al ser modulada haya duplicado su ancho de banda en la banda de paso, al desdoblarse en dos bandas laterales es, de hecho, un desperdicio del espectro de frecuencias. Del análisis anterior se puede concluir que, en AM completa, la eficiencia espectral es sólo del 50%.

Por otra parte, como se ve de (5.3), la portadora se transmite con su amplitud completa. En realidad esto no sería necesario, ya que la portadora, al ser de una frecuencia fija y conocida, no contiene información y puede reproducirse mediante un oscilador local en el receptor. Por consecuencia, el hecho de transmitir la portadora completa, es también un desperdicio de potencia en el transmisor.

De acuerdo a lo anterior, bastaría por tanto, transmitir solamente una de las bandas laterales, sin la otra ni la portadora. Sin embargo, la virtud que tiene la AM completa es la sencillez de su demodulación o detección como ya se mencionó. Se tratarán más adelante otros esquemas de modulación de AM, particularmente el de banda lateral y se verá que, en ese caso, la técnica requerida para demodular la señal de BLU es bastante más compleja.

### 5.2.2 Potencia en AM completa

De (5.3) se ve también que la contribución de cada una de las componentes de la señal modulada a su potencia total, es proporcional al cuadrado del voltaje y es máxima cuando los términos que contienen al  $\cos\omega_c t$  y  $\cos\omega_m t$  valen 1. Así, si la potencia de la portadora es  $P_c$ , proporcional a  $V_c^2$ , la de cada una de las bandas laterales es proporcional a  $(mV_c/2)^2$ , la potencia total puede expresarse como:

$$P_{AM} = P_c \left( 1 + \frac{2m^2}{4} \right) = P_c \left( 1 + \frac{m^2}{2} \right) \quad (5.4)$$

De acuerdo a esto, si la potencia útil de señal es la contenida en una cualquiera de las dos bandas laterales,  $m^2 P_c/4$  y la potencia total es  $P_{AM}$ , se puede hablar de una *eficiencia de modulación* como la relación entre la potencia útil de señal y la potencia total de la señal modulada:

$$\eta_{AM} = \frac{m^2}{4 \left( 1 + \frac{m^2}{2} \right)} \quad (5.5)$$

Para el caso de una señal modulada al 100% ( $m = 1$ ), se tendrá la eficiencia máxima, igual a 0.166, es decir, solamente el 16.6% de la potencia transmitida corresponde a energía útil de señal. Este concepto de *eficiencia de modulación*, no debe confundirse con el de la *eficiencia del transmisor*, en que intervienen otros factores muy diferentes. Intentaremos aclarar esa diferencia.

La eficiencia de un transmisor está condicionada principalmente por la eficiencia de sus amplificadores de potencia y puede hablarse de una *eficiencia global* del sistema transmisor como la relación entre la potencia que entrega a la antena y la potencia que se le suministra para que funcione y que incluye, entre otras cosas, la potencia que consumen los sistemas de ventilación o refrigeración, las pérdidas en motores y transformadores, además de la potencia suministrada a todos los circuitos eléctricos y electrónicos que lo componen. Desde el punto de vista de un transmisor de AM, la señal que entrega a la antena es una señal de AM completa. Para el transmisor, ésta es la señal útil de salida. Sin embargo, desde el punto de vista de *información útil* transmitida, la potencia de ésta sólo constituye el 16.66% de la potencia total entregada por el transmisor. Veamos esto con algunos números.

Supóngase un transmisor de AM que, modulado al 100% entrega 50 Kw a la antena y cuya eficiencia global es de un 30%. Esto significa que el transmisor consume de la línea de suministro de energía eléctrica,  $50/0.3 = 166.7$  Kw. Los 116.7 Kw restantes se pierden en forma de calor en el transmisor, si bien parte de ellos son necesarios para mantener en funcionamiento los sistemas de ventilación que extraen el calor. En cualquier caso, la empresa que suministra la energía eléctrica pasará la factura por los 166.7 Kw completos.

Los 50 Kw entregados a la antena constituyen la potencia útil de señal para el transmisor, pero de éstos, sólo  $50 \times 0.1667 = 8.335$  Kw corresponden a la información útil transmitida en cualquiera de las dos bandas laterales. Es decir, fueron necesarios 166.7 Kw para transmitir una información contenida sólo en 8.335 Kw. Si pensamos en una eficiencia global en estos términos, ésta resulta sólo de un 5%. Si el índice de modulación es menos del 100%, esta eficiencia resulta aún bastante menor.

El ejemplo anterior pretende únicamente ilustrar algunos de los factores que es necesario tener en cuenta al diseñar un sistema transmisor y que si bien en sistemas de pequeña potencia pueden no resultar muy importantes, en sistemas de alta potencia revisten una importancia muy alta por el costo de funcionamiento. De ahí que uno de los objetivos en el campo de las comunicaciones ha sido permanentemente el desarrollo de dispositivos y circuitos amplificadores que permitan conseguir la mayor eficiencia posible. Esto aunado, además, al empleo de esquemas de modulación eficientes desde el punto de vista de aprovechamiento espectral. En casos como el que estamos tratando, de modulación de amplitud, la AM completa representa uno de los sistemas de modulación menos eficientes pero que, por razones ya expuestas antes, continúa y continuará utilizándose extensamente en el futuro. Hay que decir que la tecnología empleada en los transmisores actuales AM supera en mucho a la de hace cuarenta o cincuenta años.

### 5.2.3 Relaciones de voltaje y corriente en AM completa

El voltaje, ya sea pico o efectivo, de una señal modulada en amplitud está relacionado con la potencia por:

$$P_{AM} = \frac{V_{AM}^2}{R} \quad (5.6)$$

Donde R es la resistencia de carga a la que se entrega la potencia, por ejemplo una antena. De igual manera, la relación entre el voltaje y la potencia de la portadora es:

$$P_C = \frac{V_C^2}{R} \quad (5.7)$$

Substituyendo (5.6) y (5.7) en (5.4), se tiene que:

$$V_{AM} = V_C \sqrt{1 + \frac{m^2}{2}} \quad (5.8)$$

Y, aplicando un razonamiento similar para la corriente se tiene:

$$I_{AM} = I_C \sqrt{1 + \frac{m^2}{2}} \quad (5.9)$$

La ecuación anterior proporciona un método para medir el índice de modulación, midiendo la corriente de antena con y sin modulación. Así, de (5.9) se tiene que:

$$m = \sqrt{2 \left( \frac{I_{AM}}{I_C} \right)^2} - 1 \quad (5.10)$$

#### 5.2.4 Índice de modulación con señales no senoidales

Cuando la señal de información no es senoidal, ésta puede expresarse como una serie de Fourier de la forma:

$$V_m(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 t + \varphi_n) \quad (5.11)$$

Cada una de las componentes espectrales de la señal, de frecuencia angular  $\omega_i = n\omega_0$  modulará a la portadora con un índice de modulación  $m_i = V_i/V_c$ , lo que dará lugar a un espectro con frecuencias laterales respecto a la portadora  $f_c \pm f_i$  y amplitudes  $m_i V_c/2$ , que constituyen las bandas laterales de la señal modulada. La potencia total puede calcularse sumando las contribuciones de cada de las componentes frecuenciales:

$$P_{AM} = P_C \left( 1 + \frac{m_1^2}{2} + \frac{m_2^2}{2} + \frac{m_3^2}{2} + \dots \right) \quad (5.12)$$

Y, el *índice efectivo de modulación* se define como:

$$m_{ef} = \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 + \dots} \quad (5.13)$$

En este caso, para calcular el voltaje y la corriente efectivas con las fórmulas (5.8) y (5.9), debe usarse el índice efectivo de modulación.

Aún cuando, de acuerdo a (5.11), el número de componentes espectrales de una señal no senoidal es, teóricamente infinito, por una parte las señales moduladoras están limitadas en banda a una frecuencia  $\omega_{max}$  y, por otra, la amplitud de las componentes espectrales de las señales reales decrece rápidamente para valores grandes de  $\omega_0$ , de modo que en la práctica, pueden ignorarse las componentes de frecuencias altas. En cualquier caso, se asume que la frecuencia máxima de la señal moduladora es muy inferior a la frecuencia de la portadora.

#### 5.2.5 Ancho de banda de la señal de AM completa

La modulación de AM completa da lugar a dos bandas laterales, cada una con un ancho de  $f_{max}$  Hz, por lo que el ancho de banda total de la señal modulada es:

$$\begin{aligned} B_{RF} &= (f_c + f_{max}) - (f_c - f_{max}) \\ &= 2f_{max} \end{aligned} \quad (5.14)$$

Donde  $f_{max}$  es la componente espectral de mayor frecuencia de la señal moduladora. Al igual que en caso de modulación senoidal pura, cada banda lateral contiene totalmente la información de la señal de la señal en banda base, por lo que estrictamente, este tipo de modulación consume el doble del espectro requerido para transmitir la información requerida para recuperar totalmente la señal original en el receptor y se pueden conseguir mayores eficiencias transmitiendo sólo una de las bandas laterales. Este tema será tratado más adelante.

### Configuración de las bandas en AM completa

El espectro de la señal de AM completa se muestra en la figura 5.4.

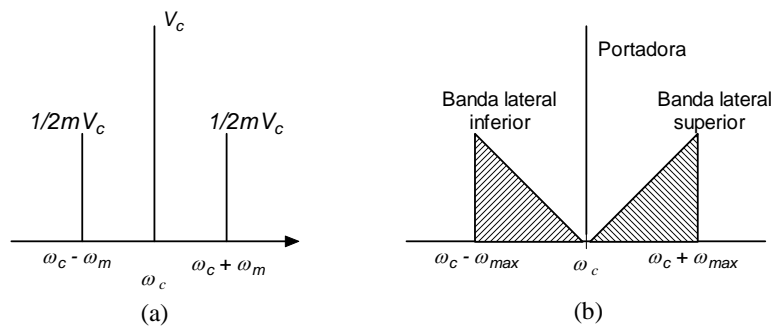


Fig. 5.4. Espectro de la señal de AM completa

El espectro de la figura 5.4(a) es el producido por una señal moduladora de frecuencia única, es decir un tono puro. El de la figura 5.4(b) es el producido por una señal en banda base que ocupa un ancho de banda de 0 a  $f_{max}$ . Esta forma de representar el espectro como un triángulo es frecuente e indica el sentido en que aumenta la frecuencia de la señal en banda base. Las bandas laterales son simétricas respecto a la portadora.

### 5.2.6 Arquitectura de los transmisores de AM completa

Desde un punto de vista general, los transmisores, bien sea de AM o de otro tipo, contienen básicamente los siguientes elementos.

**Oscilador.** A veces designado también como *oscilador maestro*, que genera una portadora senoidal de amplitud y frecuencia muy estables.

**Modulador.** Tiene como entradas a la portadora generada por el oscilador y a la señal de información o moduladora. En AM completa, la salida del modulador es una señal en banda de paso, con dos bandas laterales simétricas y la portadora.

**Amplificadores de potencia.** Amplifican la potencia de la señal al nivel necesario para entregarla a la línea de transmisión y la antena.

Además de los elementos anteriores, básicos desde el punto de vista funcional, se requieren filtros, acopladores, fuentes de alimentación, sistemas de control y medida, sistemas de ventilación o enfriamiento, etc., que de momento, no son importantes en este contexto.

Tradicionalmente, según el nivel de potencia de la portadora en que se realice la modulación, los transmisores se clasifican como modulados en *bajo nivel* o en *alto nivel*. Los transmisores de AM completa, de potencias superiores a unos pocos centenares de watts, suelen ser de este último tipo.

### Modulación en bajo nivel

En la figura 5.5, se muestra el diagrama de bloque de un transmisor de AM modulado en bajo nivel.

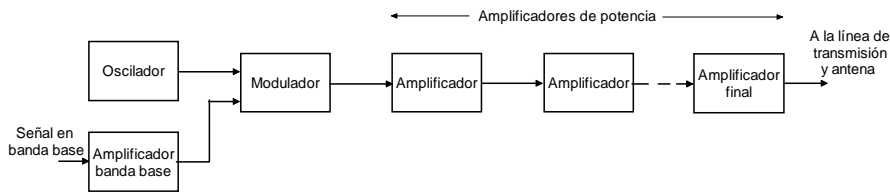


Fig. 5.5. Arquitectura de un transmisor de AM modulado en bajo nivel.

En este tipo de modulación, la salida del oscilador, generalmente a través de un buffer y algún amplificador, para alcanzar un nivel del orden de mw, constituye una de las entradas al modulador. La otra señal de entrada al modulador es la señal de información en banda base. La potencia de la señal en banda base, tanto en la modulación en bajo nivel como en alto, debe ser igual al 50% de la potencia de la portadora para 100% de modulación, de acuerdo a la expresión (5.4). La señal salida del modulador, con un nivel de potencia del orden de miliwatts, se aplica a una cadena de amplificadores de potencia hasta el amplificador final de salida del transmisor que la entrega a la línea de transmisión y a la antena.

La señal modulada, que entrega el modulador, debe ser amplificada linealmente usando amplificadores que funcionen en clase A o en clase AB en conexión *push-pull* (véase este tema en el Capítulo 4), con la consiguiente baja eficiencia de estos amplificadores.

Supóngase, por ejemplo, un transmisor de AM completa, de 10 Kw de salida, modulado en bajo nivel cuyo modulador entrega a la salida una potencia de 1 w. La ganancia de potencia necesaria entre la salida del modulador y la salida del amplificador final es de  $10^4$  (40 dB). Esto puede conseguirse con cuatro etapas de amplificación, cada una de 10 dB de ganancia. Supóngase además el peor caso, en que cada etapa de amplificación de potencia funciona en clase A con una eficiencia de 20%. Esto significa que la fuente de alimentación del amplificador de salida, que entrega 10 kw de señal útil a la salida, debe suministrarle 50 Kw. los 40 kw restantes se pierden en forma de calor. Calculando hacia atrás, hasta la salida del modulador, se puede ver que la potencia que deben suministrar las fuentes de alimentación a los cuatro amplificadores de potencia, es de 55.55 Kw, lo que significa que la eficiencia global del sistema de amplificación de potencia es sólo del 18%. Si se emplean amplificadores clase AB, puede pensarse en una eficiencia del orden del 40% por amplificador, con lo que la eficiencia global aumenta.

### **Modulación en alto nivel**

En esta técnica, la modulación se realiza, por lo general, en la última etapa de amplificación, como se ilustra esquemáticamente en la figura 5.6.

En este caso, la salida del oscilador se amplifica en potencia hasta el nivel necesario requerido a la entrada del amplificador final. Como la señal de RF del oscilador no está modulada, la amplificación puede hacerse en clase C, con eficiencia muy superior a la de la amplificación en clase A, AB, o B. Sin embargo, como el nivel de potencia de la señal en banda base requerido para la modulación es del 50% de la potencia de la portadora, la señal en banda base tiene que amplificarse linealmente hasta el nivel requerido para excitar al amplificador final.

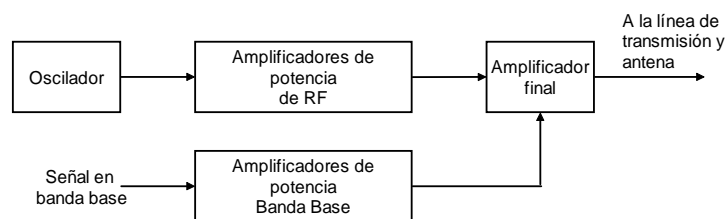


Fig. 5.6. Arquitectura de un transmisor de AM completa modulado en alto nivel.

En el ejemplo utilizado para ilustrar la modulación en bajo nivel, si la potencia de salida entregada a la línea de transmisión es de 10 Kw, ello significa que el amplificador final en banda base debe entregar 5 Kw. Asumiendo que la eficiencia de los amplificadores clase C de la cadena de RF es del 85% y que, la de los amplificadores de la cadena en banda base es del 40%, suponiéndolos clase AB, la eficiencia global en este caso es del 38%, algo más del doble que en el caso de modulación en bajo nivel.

Estos aspectos de eficiencia no tienen mucha importancia cuando la potencia de salida del transmisor es del orden de hasta unos centenares watts. Sin embargo, se vuelven cruciales en transmisores de potencias más altas, ya que la eficiencia redundante en el consumo de energía eléctrica y, por consecuencia, en el costo de operación del sistema transmisor.

### 5.2.7 Circuitos moduladores en alto nivel de AM completa.

La modulación en alto nivel puede realizarse con transistores bipolares, FET, LDMOS o válvulas al vacío. En una gran parte de los transmisores de AM continúa empleándose la tecnología de válvulas de vacío que, para potencias elevadas, continúan siendo superiores a los dispositivos de estado sólido. Por ello, hemos preferido utilizar primero un circuito típico con estos dispositivos, el de un amplificador final en clase C, modulado en placa, que se ilustra en la figura 5.7. Desde un punto de vista funcional, los principios son los mismos que si se tratara de dispositivos de estado sólido.

Refiriéndonos a la arquitectura general de los sistemas modulados en alto nivel, mostrada en la figura 5.6, el circuito de la parte superior corresponde al amplificador final de RF y el de la parte inferior al amplificador final de la señal en banda base que, en la terminología habitual para estos sistemas, se designa como modulador.

El amplificador de RF recibe a la entrada la señal de la portadora generada por el oscilador y amplificada al nivel necesario para proporcionar la potencia de salida necesaria. El circuito de entrada a este amplificador es un circuito sintonizado formado por  $L_2$  y  $C_2$ , resonante a la frecuencia de la portadora. El condensador  $C_N$  es un condensador de neutralización, necesario para evitar la retroalimentación positiva entre el circuito de placa (salida) y el de reja (entrada) y hacer que el amplificador no entre en oscilación autosostenida.

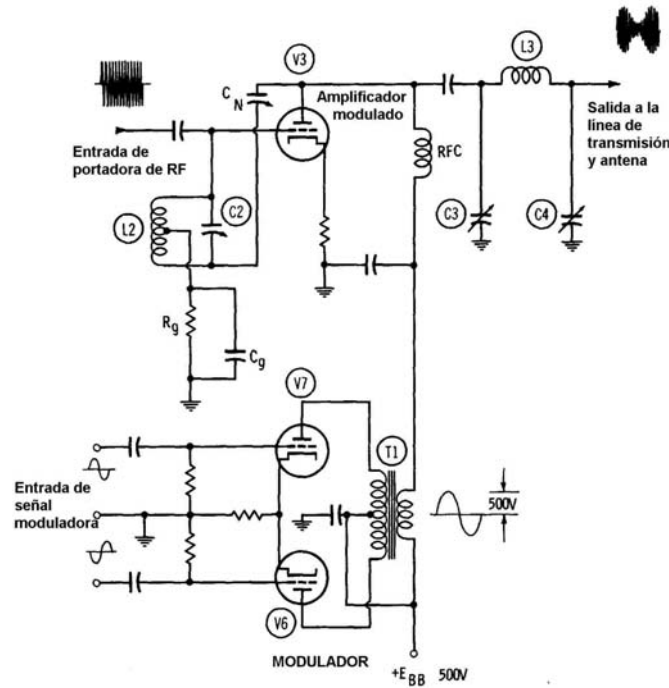
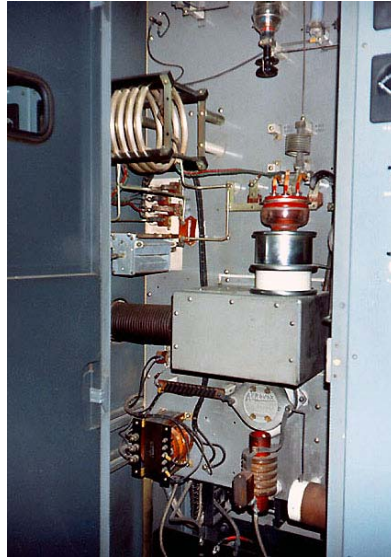


Fig. 5.7. Amplificador clase C modulado en placa.

Siguiendo el circuito de placa hacia la derecha y hacia abajo, se tiene un choke de RF (RFC). Esta es una bobina que presenta una reactancia elevada a la señal de RF para que no pase a la fuente ni al circuito del modulator. Entre el choke de RF y el modulator se conecta un condensador a tierra, que ofrece baja reactancia a RF y elevada a la señal moduladora. Su función es la de extinguir cualquier señal a la frecuencia de RF que pudiera sobrevivir a la oposición de la bobina de choke y dejar pasar hacia la placa la señal moduladora. Siguiendo el circuito hacia abajo, se tiene el secundario del transformador de modulación, T1, en serie con la fuente de alimentación de placa  $E_{BB}$ . El secundario del transformador actúa como una fuente de voltaje variable, en serie con el voltaje de c.c. de la fuente de alimentación, lo que da lugar a que el punto de funcionamiento de la válvula varíe de acuerdo a la señal moduladora. Esto causará que la amplitud de la portadora, a la salida del amplificador varíe de la misma forma, realizando así la función de multiplicación requerida para la modulación de amplitud. La señal de salida de RF en la placa del tubo será una señal modulada en amplitud similar la de la figura 5.2.

La señal de RF en la placa no puede circular hacia el modulator ni la fuente y pasa, a través de un condensador que ofrece baja reactancia a RF, hacia la línea de

transmisión y la antena a través de un circuito pi que sirve como filtro y acoplador de impedancia. Un amplificador del tipo descrito antes se ilustra en la figura 5.8.



*Fig. 5.8. Amplificador de potencia de un transmisor de AM.*

Para potencias superiores a unos 10 kw continúan utilizándose válvulas de vacío en los amplificadores tanto de RF como moduladores cuando la modulación es en alto nivel. A potencias inferiores, la tecnología se basa actualmente en transistores de potencia, dispuestos en forma de módulos amplificadores conectados en paralelo. la filosofía de diseño es muy similar ya se trate de válvulas de vacío o de transistores.

En la figura 5.9 se ilustra el circuito de un transmisor simple de AM completa de estado sólido, modulado en bajo nivel. El excitador proporciona la potencia necesaria para el modulador. La modulación en este caso es en colector y el principio es el mismo que el descrito antes para el amplificador modulado. La señal en banda base se aplica mediante un transformador cuyo secundario se comporta como una fuente de voltaje en serie con el voltaje  $V_{CC}$  de la fuente, haciendo que el punto de funcionamiento del transistor varíe de acuerdo a la señal moduladora. El modulador es, de hecho, un amplificador modulado y en este caso actúa como excitador de la etapa de potencia. Los diodos  $D_1$  y  $D_2$  forman una red para permitir que el excitador sea modulado en los picos positivos de modulación cuando el voltaje de colector excede el valor de  $V_{CC}$ .

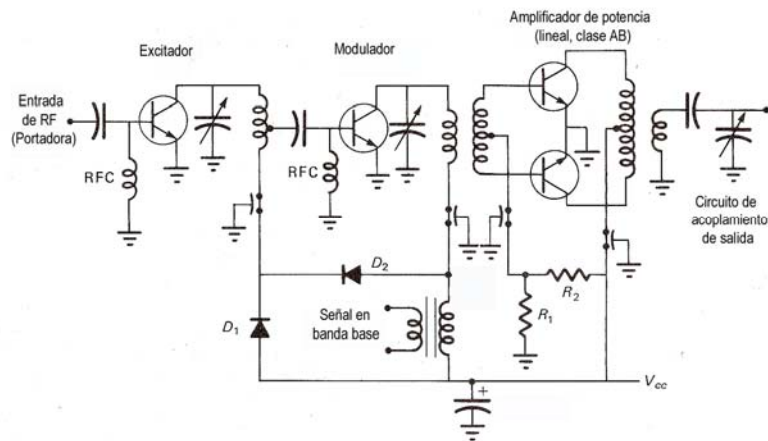


Fig. 5.9. Transmisor de AM de estado sólido.

Puesto que la señal modulada debe amplificarse linealmente, el amplificador de salida funciona en clase AB y se acopla a la salida mediante un transformador y un circuito de acoplamiento a la línea de transmisión y la antena. En la figura 5.10 se ilustra un amplificador de potencia de estado sólido para un transmisor de 1500 w.

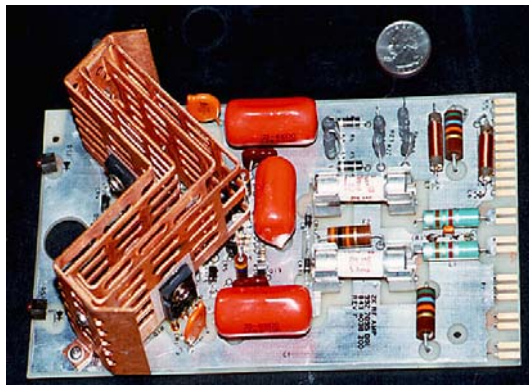


Fig. 5.10. Amplificador de potencia de estado sólido de 1500 w.

### 5.2.8 Demodulación de AM completa

La demodulación o detección es el proceso inverso a la modulación, que se emplea en el receptor para recuperar la señal original en banda base. También es un proceso no lineal. La demodulación de AM completa constituye uno de los casos particulares en que, si bien puede utilizarse un mezclador, este no es indispensable y

resulta más simple y económico utilizar un *detector de envolvente*, constituido por un simple diodo. En este tipo de detector la entrada es la señal modulada de RF y no se requiere otra señal de un oscilador local. El circuito se ilustra en la figura 5.11.

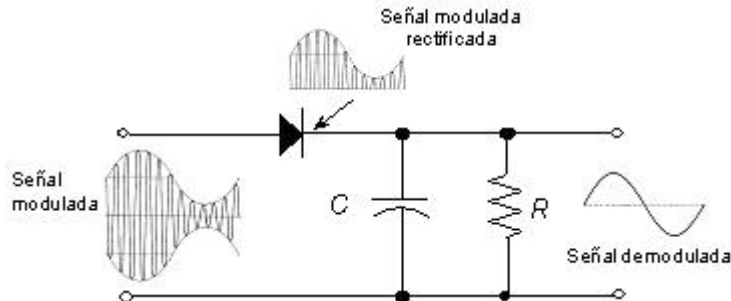


Fig. 5.11. Detector de envolvente.

La señal de RF modulada se aplica a la entrada del detector o demodulador. Esta señal es senoidal, de amplitud variable de acuerdo a la señal de información. Si el circuito estuviera formado sólo por la resistencia y el diodo, sin el condensador, la señal de salida sería similar a la de un rectificador de media onda, si bien, de amplitud variable, en que la envolvente<sup>8</sup> correspondería a la señal de información. El condensador actúa como filtro, lo mismo que en el rectificador de media onda. Se carga a través del diodo al voltaje de pico de la señal de entrada cuando ésta es positiva, con una constante de tiempo  $\tau = R_D C$ , en que  $R_D$  es la resistencia del diodo en conducción.

En los semiciclos negativos el diodo queda polarizado inversamente y se comporta como un circuito abierto. En esas condiciones, el condensador no tiene otra trayectoria de descarga más que a través de la resistencia de carga  $R$ . Si  $R \gg R_D$ , la constante de tiempo de descarga es mucho mayor que la de carga, de modo que el condensador se cargará rápidamente en los semiciclos positivos y se descargará lentamente a través de  $R$  en los negativos. La señal en la resistencia es proporcional a la amplitud de la señal modulada, de modo que seguirá aproximadamente la forma de la envolvente con un cierto rizado que puede reducirse o eliminarse mediante filtrado adicional<sup>9</sup>. Este proceso se muestra en la figura 5.12, si bien la gráfica es sólo ilustrativa y no está a escala, ya que no debe olvidarse que la frecuencia de la por-

<sup>8</sup> Es importante tener en cuenta que la *envolvente* no es en sí una señal. Puede definirse como la línea imaginaria, continua que une los picos de la señal modulada.

<sup>9</sup> En el caso de señales de audio, el oído humano actúa como filtro de paso bajo y no percibe ese rizado.

tadora modulada es mucho mayor que la de la señal moduladora, por lo que el rizado que aparece en la figura es exagerado.

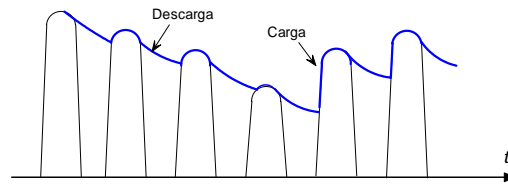


Fig. 5.12. Demodulación de envoltura de AM.

Durante el ciclo de modulación, mientras el voltaje de entrada aumenta, el voltaje de carga del condensador sigue a aquél con bastante fidelidad. Sin embargo, durante la excursión descendente de la señal modulada, la descarga del condensador puede no ser suficientemente rápida, dependiendo de la constante de tiempo de descarga, lo que puede ocasionar un recorte de la señal en los picos negativos de ésta. Si la envoltura cae más rápidamente que la descarga del condensador, el diodo deja de conducir, ya que el voltaje en el condensador lo polariza inversamente. Si la relación entre la resistencia y la capacidad es pequeña, el voltaje en el condensador puede seguir las reducciones rápidas de amplitud de la envoltura. Así, cuando el voltaje de una señal modulada se aplica al circuito, el voltaje del condensador es siempre casi igual al de la señal aplicada, de modo que es prácticamente igual en forma al de la envoltura y contiene una componente de c.c. además de la frecuencia de la señal moduladora<sup>10</sup>.

La resistencia  $R$  puede conectarse también en paralelo con el diodo, en lugar de con el condensador. Este se descargará entonces hacia la fuente de entrada a través de  $R$ . En los intervalos en que el diodo conduce, su resistencia,  $R_D$ , es mucho menor que  $R$  y se mantienen así las constantes de tiempo de carga y descarga.

### 5.2.9 Demodulación coherente de AM

En el capítulo 1 se trató de forma breve la demodulación síncrona o coherente (figura 1.6), en que se utiliza un mezclador seguido de un filtro de paso bajo. La señal de AM completa también puede demodularse empleando esta técnica y, en la figura 5.13 se ilustra el diagrama de bloques de un demodulador coherente de AM completa.

<sup>10</sup> Reich, H.J. *Theory and Applications of Electron Tubes*. 2<sup>nd</sup>. Ed. McGraw-Hill Book Company, Inc. New York. 1944

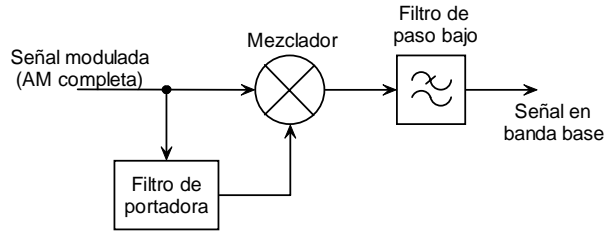


Fig. 5.13. Demodulación coherente de AM completa.

En la detección o demodulación coherente, una de las entradas al mezclador es la señal modulada y la otra, una señal de frecuencia y fase iguales a las de la portadora con que fue modulada la señal y que puede ser generada por un oscilador local. Puesto que la señal de AM completa contiene a la portadora, en este caso no es necesario generarla localmente y puede extraerse de la señal modulada de entrada mediante un filtro de ranura. Así, la señal modulada está dada por:

$$v_{AM}(t) = V_c \cos \omega_c t + \frac{mV_c}{2} [\cos(\omega_c + \omega_m)t + \cos(\omega_c - \omega_m)t] \quad (5.14)$$

y la señal de salida del filtro de portadora es:

$$v_c(t) = V_c' \cos \omega_c t \quad (5.15)$$

a la salida del mezclador se tiene:

$$\begin{aligned} v_d(t) &= v_{AM}(t) \times v_c(t) \\ &= V_c' (1 + m \cos \omega_m t) \cos^2 \omega_c t \\ &= V_c' (1 + m \cos \omega_m t) \frac{1 + \cos 2\omega_c t}{2} \\ &= V_c' \left( \frac{1}{2} + \frac{\cos 2\omega_c t}{2} + \frac{m \cos \omega_m t}{2} + \frac{m \cos \omega_m t \cos 2\omega_c t}{2} \right) \end{aligned} \quad (5.16)$$

En la expresión anterior se tienen varios términos, uno de ellos de corriente continua, otros dos a frecuencia del doble de la frecuencia de la portadora ( $2\omega_c$ ) y, otro a la frecuencia de la señal en banda base ( $\omega_m$ ) que es que realmente interesa recuperar. El término de c.c. se puede eliminar simplemente mediante un condensador y los otros dos, al doble de la frecuencia de la portadora, mediante un filtro de paso bajo, a cuya salida sólo estará presente la señal en banda base deseada, de forma:

$$v_{BB}(t) = mV_m \cos \omega_m t \quad (5.17)$$

Donde  $V_m$  es el voltaje máximo de la señal en banda base a la salida del filtro.

### 5.2.10 Representación vectorial de AM completa

Una forma útil de representar el proceso de AM completa es mediante un diagrama vectorial como el ilustrado en la figura 5.14.

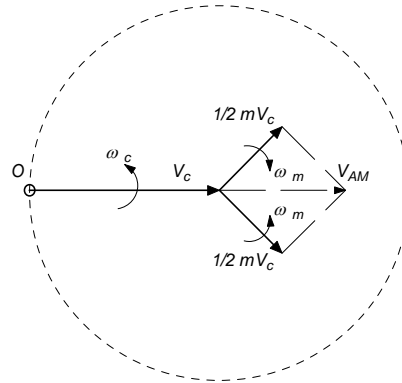


Fig. 5.14. Representación vectorial de AM completa.

En este diagrama, el vector  $V_c$  cuya amplitud es igual a la de la portadora, gira alrededor del punto  $O$  con una frecuencia angular  $\omega_c$  constante, igual a la de la portadora. El vector giratorio, en estas condiciones, representa a la portadora sin modulación. En el extremo del vector de la portadora se tienen otros dos vectores simétricos, de amplitud  $mV_c/2$ , girando en sentidos opuestos con la misma velocidad angular,  $\omega_m$ , igual a la frecuencia de la señal moduladora. Estos dos vectores representan a las dos bandas laterales de la señal modulada. La suma de los tres vectores, el de la portadora y los de las dos bandas laterales, da como resultado un vector de amplitud  $V_{AM}$ , colineal con  $V_c$ , cuya amplitud variará de forma continua según la señal moduladora. Para 100% de modulación,  $V_{AM}$  variará entre 0 y  $2V_c$ .

### 5.2.11 Otros métodos de modulación de amplitud con doble banda lateral

En las secciones anteriores se discutió el método de modulación designado como AM completa, con doble banda lateral y portadora completa. Se mencionó además que desde el punto de vista de la eficiencia de potencia, este método es poco eficiente, ya que desperdicia más del 80% de la potencia al transmitir la portadora con toda su potencia, además de dos bandas laterales, una de las cuales resulta innecesaria para la recuperación de la información completa en banda base. Por esta ra-

zón, el método de modulación de AM completa sólo se utiliza en los servicios de radiodifusión sonora en ondas medias, específicamente en la banda de 525 a 1605 KHz y en ondas cortas, en diversos segmentos de la banda de HF (3-30 MHz), adscritos a esos servicios. La principal ventaja de la AM completa respecto a otros esquemas de modulación es la sencillez y bajo costo del detector de pico o envolvente, respecto a la, relativamente mayor complejidad del detector coherente.

Puesto que es indispensable que en el receptor se reinserte la portadora exactamente a la misma frecuencia y fase de la portadora utilizada para modular la señal en el transmisor, en el receptor sólo sería necesaria una muestra o *piloto* de esa portadora, de nivel suficiente para sincronizar o enganchar la frecuencia de un oscilador local. En estas condiciones, no es necesario transmitir la portadora con toda su potencia y basta, como se mencionó con transmitir sólo una muestra de ella. Esto hace posible transmitir la señal modulada en amplitud sólo con la potencia requerida para la señal de información y permite reducir de manera importante la potencia del transmisor con la consiguiente reducción del costo de operación. Este razonamiento da lugar a la posibilidad de transmitir sólo las dos bandas laterales con, o sin un piloto de la portadora. Si no se transmite este piloto, la complejidad del receptor aumenta ya que el oscilador local no tiene una referencia precisa para sincronizarse, aunque es posible, a expensas de circuitos más complejos.

La teoría de la transmisión en doble banda lateral sin portadora se ha tratado, indirectamente, en la sección 4.3.1 del capítulo 4, al tratar la teoría básica de los mezcladores y la ecuación (4.40) describe una señal de este tipo, en que en la señal de salida sólo están presentes dos bandas laterales sin la portadora. Desde el punto de vista de eficiencia espectral, la modulación en doble banda lateral, aún sin portadora, es poco eficiente, ya que requiere un ancho de banda del doble del de la señal de información, sin embargo tiene la ventaja de no requerir el filtrado de una de las bandas laterales que, como se verá al tratar los sistemas de modulación en banda lateral única, plantea requerimientos muy estrictos.

Para una señal moduladora de frecuencia única,  $\omega_m$ , la señal modulada puede escribirse como:

$$\begin{aligned} v_{AM} &= kV_m V_c \cos(\omega_c t) \cos(\omega_m t) \\ &= \frac{kV_m V_c}{2} [\cos(\omega_c + \omega_m)t + \cos(\omega_c - \omega_m)t] \end{aligned} \quad (5.18)$$

Donde  $k$  representa la ganancia o atenuación del mezclador y  $\omega_c$  es la frecuencia angular de la portadora. Como puede apreciarse, el proceso de mezcla da como

resultado la supresión de la portadora. Esta señal se designa también DSB-SC<sup>11</sup>. El espectro de esta señal se muestra en la figura 5.15.

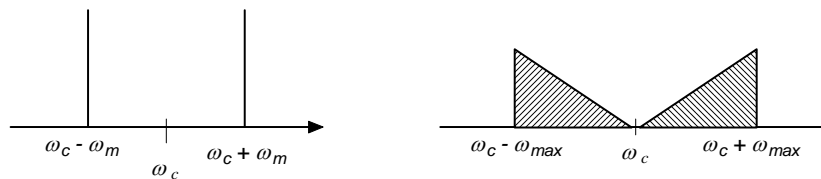


Fig. 5.15. Espectro de una señal modulada en amplitud, con doble banda lateral, sin portadora.

El espectro de la señal DSB-SC es muy similar al de AM completa, excepto por la ausencia de la portadora y, en este caso, no se habla estrictamente de un índice de modulación. La amplitud máxima de esta señal está dada por el valor máximo de (5.18).

Para evitar la complejidad en el receptor y facilitar su sincronización a la frecuencia de la portadora, por lo general se transmite un vestigio de ésta, atenuado del orden de 26 a 30 dB respecto al nivel nominal que tendría en AM completa.

### 5.3 Modulación en banda lateral única (BLU o SSB<sup>12</sup>)

Este método de modulación es utilizado extensamente en los sistemas de comunicaciones y es el método de modulación más eficiente de modulación de amplitud, tanto desde el punto de vista espectral como de potencia. En principio, la potencia máxima necesaria para transmitir en banda lateral es sólo del 16% de la requerida para transmitir con modulación de AM completa.

En aplicaciones en que es importante el ahorro de potencia, como en el caso de sistemas móviles de comunicaciones, en que tanto el peso de los equipos como su consumo de potencia deben ser bajos, así como en sistemas en que es importante utilizar anchos de banda reducidos la banda lateral única es la mejor alternativa.

A diferencia de las señales de AM con doble banda lateral, con o sin portadora, la señal de banda lateral única es de frecuencia variable con la frecuencia de la señal moduladora y su amplitud es proporcional a la de ésta. El hecho de que la frecuencia de la señal modulada en BLU sea variable no debe confundirse con la modula-

<sup>11</sup> Double Side Band – Suppressed Carrier. Doble banda lateral y portadora suprimida.

<sup>12</sup> Single Side Band

ción de frecuencia, que es totalmente diferente. En BLU no puede hablarse una “envolvente” en el mismo sentido que en AM completa en que la envolvente contiene tanto la información de amplitud como de frecuencia de la señal moduladora. En BLU la amplitud es, efectivamente, proporcional a la de la señal moduladora, pero la frecuencia instantánea es igual a la diferencia entre la frecuencia instantánea de la señal modulada y la frecuencia nominal de la portadora sin modulación.

De manera similar a lo mencionado para la modulación con doble banda lateral y portadora, o bien suprimida, o con piloto de ésta, en BLU también se pueden tener estas dos variantes. El problema principal, puede decirse que no es de la supresión de la portadora ya que, como se vio, un modulador balanceado (mezclador), produce una señal de salida sin portadora. El problema más importante es la supresión de una de las dos bandas laterales, para lo cual es necesario utilizar filtros especiales de corte muy abrupto que, en general, no pueden implementarse como filtros LC.

### 5.3.1 Métodos de generación de banda lateral única

De (5.18), la expresión para la señal de doble banda lateral, sin portadora, a la salida del mezclador, puede escribirse como:

$$v_{DBL} = V_m [\cos(\omega_c + \omega_m)t + \cos(\omega_c - \omega_m)t] \quad (5.19)$$

El filtro de banda lateral elimina por completo una de las bandas, de modo que la señal correspondiente a la banda lateral superior estará dada por:

$$v_{BLS} = V_m [\cos(\omega_c + \omega_m)t] \quad (5.20)$$

y, análogamente para la banda lateral inferior:

$$v_{BLI} = V_m [\cos(\omega_c - \omega_m)t] \quad (5.23)$$

Hay, básicamente, tres métodos de generación de señales moduladas en banda lateral única, con o sin, piloto de portadora. Ellos, el método del filtro, el de defasamiento y el designado como el “tercer método”. Trataremos a continuación cada uno de ellos.

### 5.3.2 Método del filtro

Es el más simple de los tres métodos. En este método se utiliza un modulador balanceado y, a continuación de éste, un filtro para eliminar la banda lateral no deseada. El filtro puede ser LC, cerámico, de cristal o de onda acústica superficial

(SAW), dependiendo de la frecuencia de la portadora y otros requisitos. En un transmisor de BLU que utilice este método, los circuitos fundamentales son por consecuencia, el modulador balanceado y el filtro de banda lateral. El filtro debe tener una respuesta plana en la banda de paso y una muy gran atenuación fuera de ella. Cuanto mayor atenuación, mejor. Quizá esto se explica mejor mediante un ejemplo, como el de un sistema de comunicaciones de voz, en que el ancho de banda de la señal de información va de 300 a 3400 Hz. (3.1 KHz). En la figura 5.16 se ilustra la salida, en el dominio de frecuencia, del modulador balanceado.

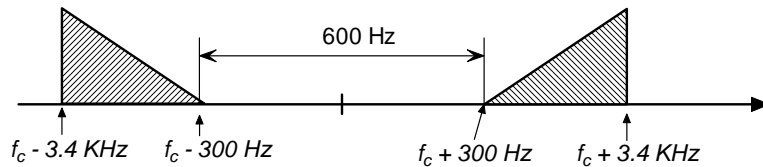


Fig. 5.16. Generación de banda lateral única.

Esto significa que la respuesta del filtro debe cambiar de mínima, a máxima atenuación en una banda de 600 Hz. Si la frecuencia de transmisión es superior a unos 10 MHz, esto es, prácticamente, imposible. Aún a frecuencias menores, la situación se complica si la frecuencia mínima de la señal moduladora es baja, por ejemplo de 20 a 50 Hz. Para conseguir una respuesta del filtro con una falda de caída casi vertical, la  $Q$  de los circuitos sintonizados debe ser muy alta. Además, si la frecuencia de transmisión aumenta, también debe aumentar la  $Q$ , con lo que se llega a una situación en que la  $Q$  necesaria es tan alta que no hay método práctico de conseguirla.

Por otra parte, hay una limitación máxima de la frecuencia a la que se puede usar un filtro. Por ejemplo, los filtros LC de etapas múltiples en cascada no pueden usarse a frecuencias muy superiores a unos 100 KHz ya que la atenuación en altas frecuencias resulta insuficiente. Esta es una de las razones por las que los filtros LC son poco utilizados en estas aplicaciones y, en aplicaciones tradicionales, como la telefonía multicanal se han preferido otros tipos de filtros, como los mecánicos, con buena respuesta a más de 500 KHz y los cerámicos y de cristal, cuya respuesta excede a los 20 MHz. El rápido desarrollo de la tecnología de filtros de onda acústica superficial (SAW), tratados en la sección 3.12 del Capítulo 3, hace de éstos la mejor opción actual para filtros de banda lateral.

Con la excepción, quizá, de los filtros de onda acústica superficial, los demás tienen la desventaja de que su máxima frecuencia de funcionamiento es inferior a las

frecuencias de RF usadas en transmisión. Por esta razón, con frecuencia se recurre a una conversión ascendente de la señal modulada en banda lateral única, en la forma mostrada en la figura 5.17.

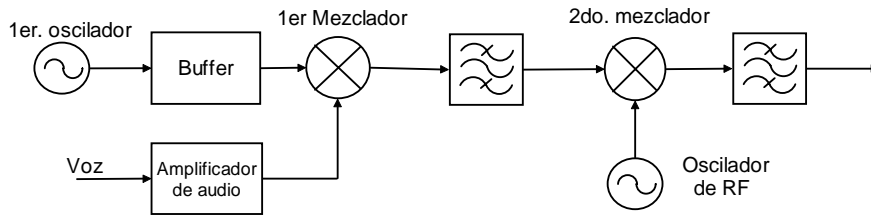


Fig. 5.17. Generación de BLU con doble conversión.

Supóngase que, en la figura anterior, la señal de información en banda base es  $z_0$ , con un ancho de banda de 300 a 3400 Hz y que el primer oscilador genera una portadora de 100 KHz. A la salida del primer mezclador se tendrán dos bandas laterales, la inferior de 99.6 a 99.7 KHz y la superior de 100.3 a 103.4 KHz. El primer filtro atenuará completamente una de las bandas laterales, en este ejemplo la inferior y dejará pasar la superior hacia el segundo mezclador.

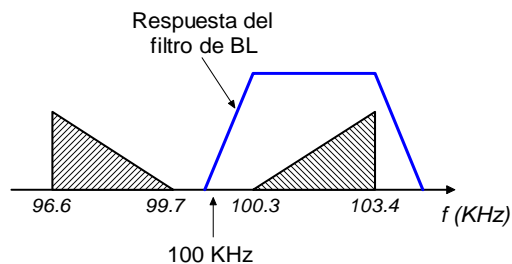


Fig. 5.18. Salida del primer conversor.

Supóngase que la frecuencia del segundo oscilador, designado aquí como oscilador de RF, es de 1 MHz. El mezclador recibe esta señal y la banda lateral superior de la salida del primer filtro, con lo que a su salida el espectro de la señal será como se muestra en la figura 5.19.

El segundo mezclador produce también dos bandas laterales, pero ahora con una separación de 200 KHz, lo que reduce los requisitos del segundo filtro. La razón de realizar la doble conversión es, por consecuencia en este caso, separar las bandas laterales lo suficiente como para facilitar el filtrado, que puede hacerse ahora con filtros LC, en tanto que en el primer filtro es necesaria una gran atenuación en una banda muy pequeña, por lo que hay que utilizar filtros de cristal, cerámicos o de

onda acústica superficial. En algunos casos, si la frecuencia de RF es muy alta puede utilizarse un convertidor adicional.

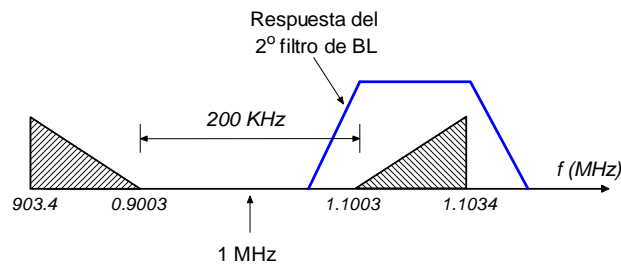


Fig. 5.19. Salida del 2º mezclador y filtro.

Un aspecto importante es que la señal modulada en banda lateral única debe amplificarse linealmente hasta la salida del transmisor, por lo que no es posible utilizar amplificadores clase C. Aunque la eficiencia con amplificación lineal es menor, el ahorro de potencia es considerable respecto a AM completa, al no ser necesaria la transmisión de la portadora, de la que sólo se transmite un piloto.

### 5.3.3 Método de defasamiento

Una alternativa al método del filtro es el designado como método de defasamiento, cuyo diagrama de bloques se muestra en la figura 5.20. Este método no requiere de filtros para eliminar una de las bandas laterales y permite generar directamente la banda lateral deseada. Para ello utiliza dos mezcladores y dos circuitos defasadores de  $90^\circ$ .

Uno de los moduladores recibe el voltaje de la portadora directamente del oscilador y la señal moduladora defasada  $90^\circ$ , en tanto que el otro recibe el voltaje del oscilador defasado  $90^\circ$  y la señal moduladora directamente. A veces el defasamiento se dispone algo diferente, defasándolo  $+45^\circ$  para un modulador y  $-45^\circ$  para el otro.

La salida de cada uno de los moduladores contiene únicamente dos bandas laterales. Las dos bandas laterales superiores adelantan al voltaje de referencia por  $90^\circ$ , en tanto que las dos bandas laterales inferiores están retrasadas  $90^\circ$ . Puesto que las dos bandas inferiores están defasadas, cuando se combinan en el sumador se cancelan. El análisis de este circuito es simple y queda como ejercicio para el estudiante.

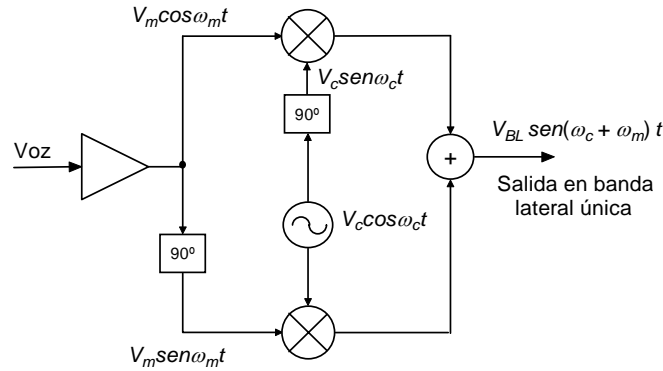


Fig. 5.20. Generación de banda lateral única por defasamiento.

Este método se introdujo originalmente para evitar el empleo de filtros LC que suelen ocupar mucho espacio al tener que utilizar múltiples secciones cuando se requieren atenuaciones grandes. Con el desarrollo alcanzado en las últimas décadas en el desarrollo de filtros de pequeñas dimensiones y excelente respuesta, esta ventaja inicial se pierde en gran parte. La atenuación mínima de la banda lateral no deseada debe ser superior a 40 dB y esta puede conseguirse fácilmente con filtros de cristal, cerámicos o de onda acústica superficial, que proporcionan atenuaciones superiores a los 50 dB.

### 5.3.4 “Tercer” método de generación de banda lateral única

El tercer método de generación de banda lateral única, designado simplemente como *tercer método*, fue desarrollado por Weaver<sup>13</sup> en 1956 y mantiene las ventajas del método del filtro sin las desventajas del circuito de defasamiento. Es un método más completo que los otros dos y se emplea poco. El tercer método se ilustra en el diagrama de bloques de la figura 5.21.

De la figura se ve que la última porción del circuito es idéntica a la utilizada en el método de defasamiento, si bien cambiando la forma en que se aplican los voltajes a los dos moduladores balanceados. En lugar de realizar el defasamiento de 90° en todo el rango de frecuencias de la señal moduladora, este método las combina con una portadora de audiofrecuencia, de frecuencia fija,  $f_a$ , situada en la mitad de la banda de audio, del orden de 1600 Hz.

<sup>13</sup> Weaver, D.K. “A Third Method of Generation and Detection of SSB Signals”. *Proc. IRE*, Dec. 1956, pp. 1703-1705.

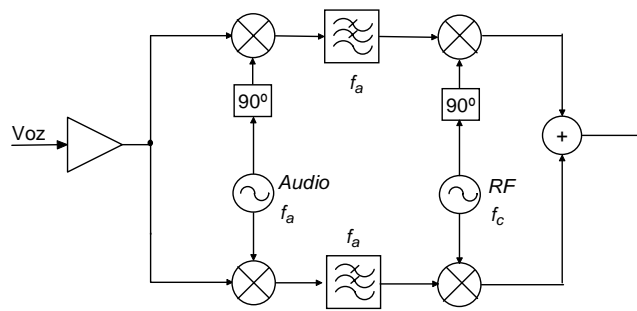


Fig. 5.21. Tercer método de generación de banda lateral única.

El defasamiento se aplica sólo a esta frecuencia y, después de que los voltajes resultantes se han aplicado al primer par de moduladores balanceados, los filtros de paso bajo, con frecuencia de corte  $f_a$ , aseguran que la entrada al segundo par de mezcladores de cómo resultado la supresión de una de las bandas laterales. La demostración de este método es laboriosa y no se presenta aquí. Sin embargo, se puede demostrar que se cancelan todas las bandas laterales inferiores con la configuración del circuito de la figura 5.20, independientemente de que las frecuencias de la señal moduladora sean mayores o menores que  $f_a$ . Si lo que se requiere es una banda lateral inferior, la fase del voltaje de la portadora en el segundo mezclador de la parte superior puede cambiarse  $180^\circ$ .

### 5.3.5 Resumen comparativo de los tres sistemas.

La señal modulada en banda lateral única que se obtiene con cualquiera de los tres sistemas es la misma, independientemente del método empleado en su generación y, diversas pruebas realizadas han demostrado que la calidad subjetiva de la señal demodulada es prácticamente la misma. La decisión de emplear uno u otro de los sistemas de modulación depende de otros factores, como puede ser complejidad, costo, dimensiones, consumo, etc.

El método del filtro proporciona un rechazo más que aceptable de la banda lateral no deseada, del orden de 50 dB o más. Además, el filtro también contribuye a la atenuación de la portadora, aspecto con el que no cuentan los otros dos sistemas. El ancho de banda es suficientemente plano en la banda de paso, excepto quizá, con filtros de cristal a bajas frecuencias en que su respuesta es más pobre. Una desventaja del método del filtro es su incapacidad de generar la señal de BLU si la frecuencia de RF es muy alta, de modo que se hace necesario utilizar conversores ascendentes. Independientemente de esto, el sistema es excelente y se emplea en la

mayoría de los sistemas comerciales. En la actualidad, la tendencia es a utilizar filtros de onda acústica superficial (SAW), dadas sus características y prestaciones.

El método de defasamiento no requiere de un filtro y puede utilizarse a frecuencias altas de RF, sin embargo tiene la desventaja del circuito de defasamiento para la señal moduladora, considerablemente más complejo que el de RF ya que éste es de frecuencia única, en tanto que el otro debe proporcionar un defasamiento constante de  $90^\circ$  en todo el ancho de banda de la señal moduladora.

### 5.3.6 Transmisión con portadora piloto.

Según se vio en las secciones anteriores, el empleo de mezcladores o moduladores balanceados, da lugar a señales de salida en que no está presente la portadora. Estas señales pueden transmitirse en doble banda lateral o en banda lateral única. La demodulación de las señales así moduladas requiere de un detector o demodulador coherente en el receptor, en el que debe reinsertarse una portadora generada por un oscilador local, que debe ser exactamente de la misma frecuencia y fase que la portadora utilizada para modular la señal en el transmisor. Este no es un problema trivial ya que se requiere sincronizar el oscilador local a la frecuencia de la señal recibida, cuando carece de una referencia precisa de fase y frecuencia a la que engancharse. Si la frecuencia de la portadora local generada por el oscilador del receptor difiere, aunque sea poco, de la frecuencia de la portadora usada para modular la señal, se producen distorsiones severas en la señal demodulada que pueden destruirla completamente. Este tipo de distorsiones se aprecian en la figura 5.22 para el caso de señales moduladas en doble banda lateral, sin portadora.

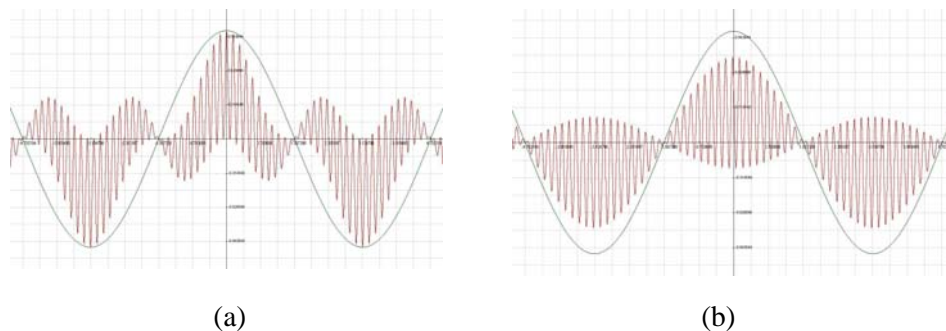


Fig. 5.22. Distorsiones causadas por (a) errores de frecuencia o (b) de fase en el oscilador local del receptor.

Para evitar esto y facilitar la tarea de sincronización de la frecuencia del oscilador local en el receptor, suele insertarse una muestra, vestigio o piloto de portadora, de

un nivel muy inferior al de la señal modulada y que transmitida con ésta se recupera en el receptor y se emplea para sincronizar el oscilador local a la frecuencia y fase precisas de la portadora transmitida. En la figura 5.23 se ilustra esquemáticamente la forma de insertar el piloto de portadora en el transmisor.

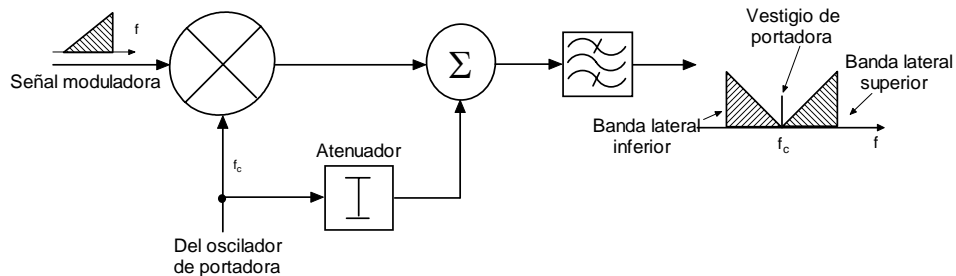


Fig. 5.23. Inserción del piloto de portadora en el transmisor.

#### 5.4 Modulación en cuadratura de fase

En AM completa o con doble banda lateral y portadora suprimida (DSB-SC), la señal modulada ocupa el doble del ancho de banda que la señal en banda base. Esto es, en cierta forma, un desperdicio del ancho de banda que puede eliminarse o bien transmitiendo solamente una de las bandas laterales, o bien transmitiendo dos señales diferentes, con el mismo ancho de banda base, empleando dos portadoras de la misma frecuencia, pero en cuadratura de fase, es decir defasadas entre sí 90°. Esta forma de modulación se ilustra esquemáticamente en la figura 5.24.

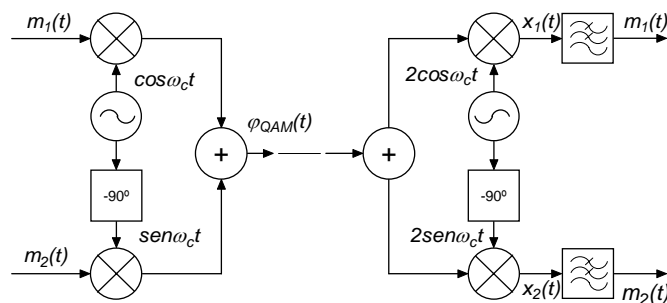


Fig. 5.24. Modulación en cuadratura de fase.

En la parte izquierda de la figura se muestra el modulador y en la derecha, el demodulador. Las señales de información, o moduladoras son  $m_1(t)$  y  $m_2(t)$ . La prime-

ra modula una portadora de frecuencia angular  $\omega_c$  ( $\cos \omega_c t$ ) y la segunda, a otra portadora de la misma frecuencia que la primera, pero defasada  $90^\circ$  ( $-\pi/2$ ). Las dos señales se suman para producir una señal de dos bandas laterales, pero en cuadratura de fase, que puede expresarse como:

$$\varphi_{QAM} = m_1(t) \cos \omega_c t + m_2(t) \sin \omega_c t \quad (5.24)$$

Se ve, efectivamente que si  $m_1(t)$  y  $m_2(t)$  son tonos puros, de forma

$$\begin{aligned} m_1(t) &= A \cos \omega_{m_1} t \\ m_2(t) &= A \cos \omega_{m_2} t \end{aligned} \quad (5.25)$$

La señal resultante tiene dos bandas laterales, en cada una de las cuales están contenidas, a su vez las dos señales en banda base. Estas dos señales pueden recuperarse en el receptor mediante un detector o demodulador síncrono, como se ilustra en la porción derecha de la figura 1. La salida del mezclador de la parte superior de la figura,  $x_1(t)$  está dada por:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= 2\varphi_{QAM}(t) \cos \omega_c t \\ &= 2 [m_1(t) \cos \omega_c t + m_2(t) \sin \omega_c t] \cos \omega_c t \\ &= m_1(t) + m_1(t) \cos 2\omega_c t + m_2(t) \sin 2\omega_c t \end{aligned} \quad (5.26)$$

Los dos últimos términos desaparecen después del filtrado de la señal a paso bajo, dejando la salida deseada,  $m_1(t)$ . Puede hacerse un análisis similar para  $m_2(t)$ . Este sistema de modulación se conoce como modulación en cuadratura de fase o multiplexado en cuadratura y se designa habitualmente como QAM<sup>14</sup>. Por consecuencia, es posible transmitir dos señales del mismo ancho de banda base  $B$ , por un canal de ancho de banda  $2B$ , como una señal de doble banda lateral, sin portadora, multiplexada o modulada en cuadratura. El canal superior se designa como canal *en fase* y el inferior, como *en cuadratura*. Este tipo de modulación encuentra numerosas aplicaciones en comunicaciones, tanto analógicas como digitales.

La modulación en cuadratura, de manera semejante a todos los esquemas de modulación con portadora suprimida, impone requisitos muy severos en lo que respecta a la reinserción de la portadora local en el receptor. Un pequeño error en la fase o la frecuencia de la portadora reinsertada en el detector no sólo resulta en distorsión o pérdida de la señal, sino también en interferencia entre canales.

---

<sup>14</sup> *Quadrature Amplitude Modulation*

### 5.5 Modulación de amplitud con vestigio de banda lateral

Este tipo de modulación abreviado como AM-VSB<sup>15</sup> puede considerarse como intermedio entre la modulación de AM completa y la de banda lateral única. Se emplea únicamente en la transmisión analógica de televisión terrestre y por cable y en transmisión digital de televisión en el sistema estadounidense, en que se designa como 8-VSB.

Cuando se definieron los estándares de transmisión de televisión a finales de la década de 1930, uno de los aspectos más difíciles fue enfrentarse con el enorme ancho de banda requerido por una señal de televisión, respecto a los sistemas de radiodifusión sonora. Solamente la señal de imagen o vídeo, requiere un ancho de banda de 4.2 o 5.2 MHz, según el estándar utilizado. El primero se emplea en los Estados Unidos, Japón y en todo el continente americano, el segundo, originado en Europa, en casi todo el resto del mundo. A la señal de imagen es necesario agregarle la señal de audio asociada a ella, por lo que el ancho de banda total aumenta algo. La señal de vídeo se modula en amplitud y la de audio en frecuencia. El ancho de banda requerido para la radiodifusión sonora en ondas medias y cortas, en que se emplea AM completa, es de 10 KHz. En radiodifusión sonora en frecuencia modulada (FM), el ancho de banda del canal es de 200 o 250 KHz.

La señal de imagen tiene componentes espectrales de muy baja frecuencia, entre los que se incluye una componente de corriente continua y componentes a 50 o 60 Hz y 15 KHz entre otras. Esto hace muy difícil, si no imposible, su transmisión en banda lateral única, ya que el filtrado atenuaría o eliminaría estas componentes haciendo la señal inútil. Si se empleara AM completa, el ancho de banda necesario sería del orden de 10 MHz, lo que es prohibitivo desde el punto de vista espectral. Se ideó, por consecuencia un sistema de modulación que, si bien preserva el contenido espectral íntegro de la señal de imagen, no consume tanto ancho de banda. El sistema consiste en transmitir completa la banda lateral superior, de 4.5 o 5.5 MHz según el estándar empleado y sólo una porción de la banda lateral inferior, preservando así íntegramente a las componentes espectrales de baja frecuencia. Este sistema tiene, además, la ventaja de que la señal modulada puede detectarse con un detector de envolvente relativamente simple. La configuración espectral de la respuesta en frecuencia de un sistema de AM-VSB se ilustra en la figura 5.25, para una señal en el estándar estadounidense (NTSC), que ocupa un canal de RF de 6 MHz en total, incluyendo a la señal de audio asociado.

---

<sup>15</sup> VSB = *Vestigial Side Band*.

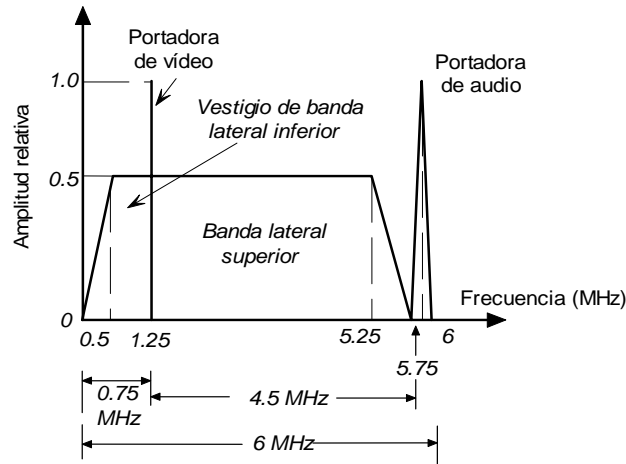


Fig. 5.25. Espectro de la modulación AM-VSB.

Transmitiendo una porción de la banda lateral inferior, con un ancho de banda de 1.25 MHz, se garantiza que las frecuencias más bajas de la señal de imagen en la banda lateral superior no se verán distorsionadas en amplitud ni fase por el filtro de banda lateral vestigial. Esto permite un ahorro espectral de 3 MHz respecto a un sistema que transmitiera en AM completa.

Este tipo de modulación requiere un filtro en el receptor con una característica como la que se muestra en la figura 5.26.

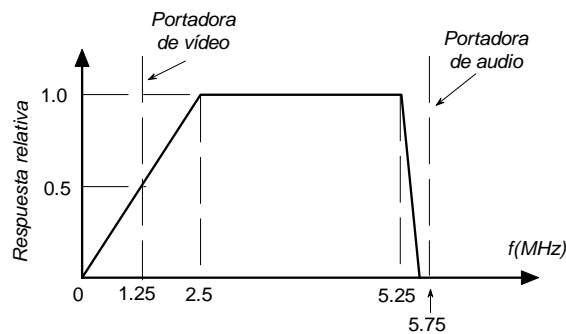


Fig. 5.26. Respuesta del filtro para AM-VSB en el receptor.

La razón de esta forma de respuesta del filtro, es que las componentes de la señal entre  $\pm 1.25$  MHz de la portadora están contenidas en dos bandas laterales y, por tanto, tienen el doble de energía que las que sólo están contenidas en la banda late-

ral superior y, por tanto deben atenuarse para evitar que contribuyan a la distorsión de la señal.

### 5.6 Multiplexado por división en frecuencia (FDM<sup>16</sup>)

El multiplexado es la técnica utilizada para transmitir dos o más señales por un mismo canal de comunicaciones y puede realizarse en el dominio de frecuencia o en el dominio del tiempo. En el multiplexado por división de frecuencia (FDM), cada señal ocupa una porción del ancho de banda del canal durante todo el tiempo, mientras que en el multiplexado por división de tiempo (TDM<sup>17</sup>) cada señal ocupa todo el ancho de banda del canal durante un intervalo de tiempo, como se ilustra en la figura 5.27. FDM se utiliza tanto en sistemas analógicos como digitales, mientras que TDM se emplea principalmente en sistemas digitales. Aquí trataremos brevemente el multiplexado por división de frecuencia.

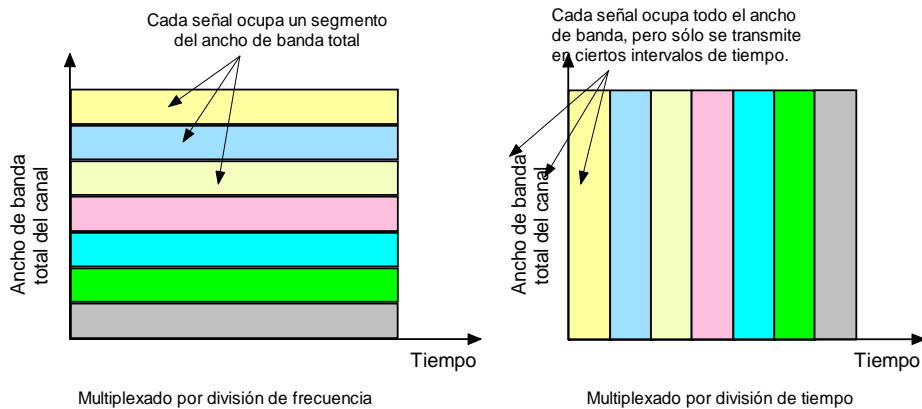


Fig. 5.27. Multiplexado

Para el multiplexado en frecuencia cada señal en banda base se modula para trasladarla al segmento de la banda de RF que ocupará para su transmisión. Aunque el tipo de modulación puede ser prácticamente cualquiera, uno de los esquemas más utilizados, particularmente en telefonía multicanal es la modulación en banda lateral única sin portadora, que utilizaremos aquí para describir el multiplexado.

El Comité Consultivo Internacional de Telefonía y Telegrafía (antes CCITT y actualmente UIT-T), de la Unión Internacional de Telecomunicaciones, con sede en

<sup>16</sup> *Frequency Division Multiplexing.*

<sup>17</sup> *Time Division Multiplexing.*

Ginebra, Suiza, es el organismo internacional que coordina la asignación de las bandas de frecuencias a utilizar por los diversos sistemas de cable y de radio en el mundo. Así, el UIT-T genera recomendaciones que son adoptadas por las administraciones de comunicaciones de los países del mundo y que aseguran el empleo de canales en bandas de frecuencia compatibles, para las comunicaciones tanto a nivel nacional como internacional.

### 5.6.1 Sistemas FDM de telefonía multicanal.

Un canal de voz ocupa un ancho de banda de 3.1 KHz, de 300 a 3400 Hz, de modo que para multiplexar las cuatro señales se utiliza modulación en banda lateral única formando un grupo de cuatro canales de voz con un ancho de banda total de 12.4 KHz. Esto supone colocar los canales de voz contiguos uno a otro, sin separación entre ellos. Esto, aunque en teoría podría ser posible, en la práctica no lo es, ya que tanto en el transmisor como en el receptor, cada canal de voz debe filtrarse en banda de paso y los filtros no son ideales, de modo que se tendrá una situación como la mostrada en la figura 5.28, en que porciones de las bandas contiguas contaminan a la señal deseada.

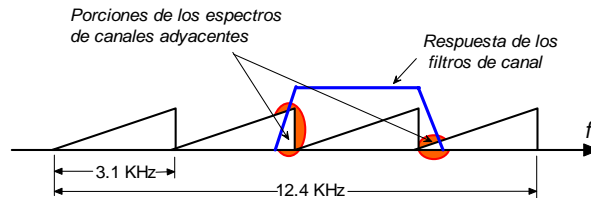


Fig. 5.28.

Para evitar una situación como la indicada en la figura, los canales no se ubican inmediatamente contiguos en el espectro de la banda de paso de transmisión, sino que se separan mediante una *banda de guarda*, de tal manera que se garantice que la atenuación del filtro a los canales adyacentes sea lo suficientemente grande como para que la interferencia que produzcan sobre la señal deseada no sea significativa. Esto se ilustra en la figura 5.29.

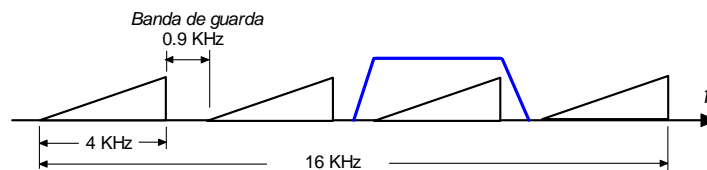


Fig. 5.29. Banda de guarda.

En el ejemplo, se inserta una banda de guarda de 900 Hz entre canales adyacentes, con lo que el ancho de banda efectivo de cada canal de voz es de 4 Hz, del que la señal ocupa el intervalo de 300 a 3400 Hz. El ancho de banda de la señal múltiplex, es decir de los cuatro canales así agrupados será ahora de 16 KHz.

Suponiendo que la señal múltiplex anterior ocupa la banda de 100 a 116 KHz, la estructura del circuito a bloques para efectuar el multiplexado sería como la mostrada en la figura 5.30. A este múltiplex entran cuatro señales de voz,  $s_1$ ,  $s_2$ ,  $s_3$  y  $s_4$  y cada una es filtrada para que ocupe precisamente la banda de 30 a 3400 Hz. La salida de los filtros entra una de las entradas de otros tantos moduladores balanceados, cuyas otras entradas reciben las señales de osciladores locales. El primero a una frecuencia de 100 KHz, la portadora para el primer canal de voz y los restantes a frecuencias de 104, 108 y 112 KHz, las portadoras para los tres canales restantes. La salida de los moduladores es filtrada en banda para eliminar las bandas inferiores y dejar pasar solamente las bandas superiores a las frecuencias indicadas en la figura. Las cuatro señales moduladas se combinan en la forma mostrada y se obtiene una *señal múltiplex* o *multicanal* cuyo ancho de banda efectivo es de 15.4 KHz.

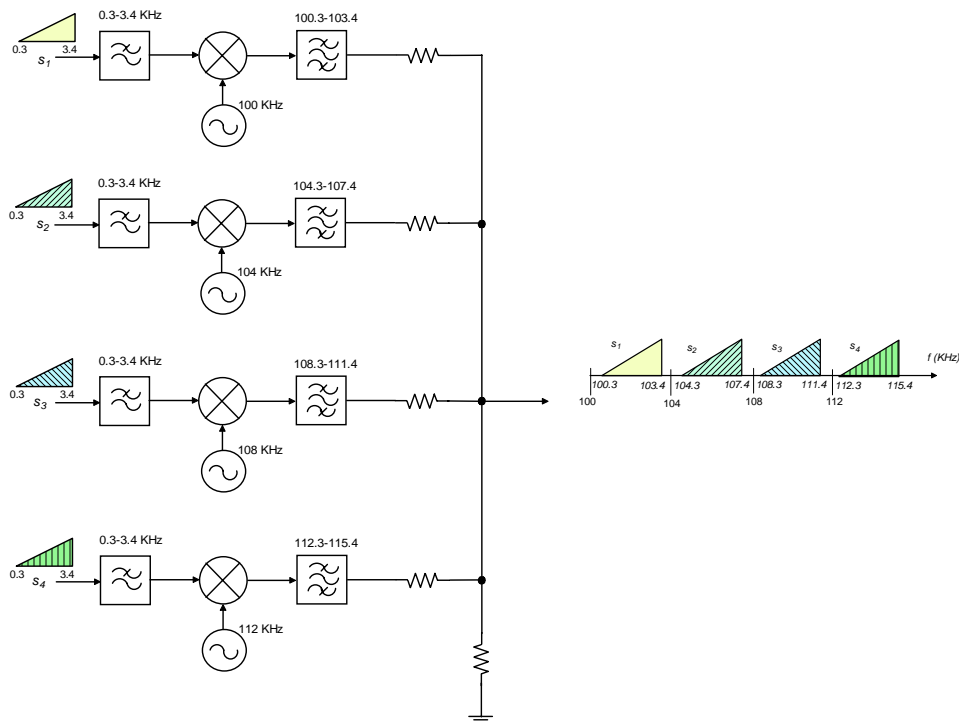


Fig. 5.30. Diagrama de bloques de un múltiplex de cuatro canales.

El multiplexado se realiza en varias etapas en cascada. En el caso de telefonía multicanal, la primera etapa de multiplexado, de acuerdo al esquema de modulación de UIT-T, consiste en formar subgrupos de 3 canales de voz, modulándolos en banda lateral inferior, con frecuencias de portadora de 12, 16 y 20 KHz, lo que da lugar a una banda entre 8.6 y 19.7 KHz. de la forma siguiente:

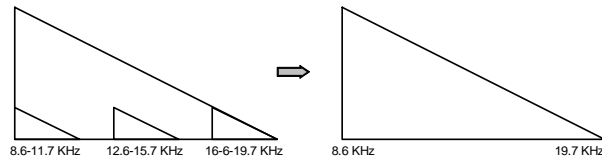


Fig. 5.32. Subgrupo de 3 canales.

A la izquierda se muestra el espectro ocupado por los canales de voz y a la derecha la forma en que suele representarse. El triángulo hacia la izquierda indica que se trata de bandas laterales inferiores. La etapa siguiente de multiplexado consiste en agrupar 4 de los subgrupos anteriores, modulándolos con portadoras de mayor frecuencia, para formar grupos de 12 canales ocupando la banda de 60 a 108 KHz. En la figura 5.33 se ilustra este esquema de multiplexado de un grupo, indicando las frecuencias de las portadoras utilizadas.

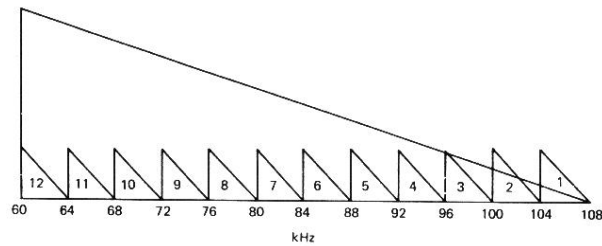


Fig. 5.33. Grupo estándar de 12 canales del CCITT (UIT-T).

Los grupos se combinan de cinco en cinco, formando *supergrupos* de 60 canales y éstos, a su vez, en grupos de 5 *supergrupos* formando *grupos maestros* de 300 canales de voz, ocupando un ancho de banda total de 1.232 MHz, debido a los anchos de las bandas de guarda de 8 KHz entre *supergrupos*. El siguiente nivel jerárquico de multiplexado es del *supergrupo maestro* que contiene tres grupos maestros, con una capacidad total de 900 canales telefónicos de voz y un ancho de banda total de 3.872 MHz algo más de los 3.6 MHz que requerirían 900 canales de 4 KHz. Las bandas de guarda entre grupos maestros son, en este caso de 88 KHz.

En la tabla siguiente se muestra la jerarquía de multiplexado de UIT-R. El paso de un nivel al superior implica conversión ascendente de frecuencia. En el proceso inverso, el demultiplexado, la recuperación de supergrupos, grupos, subgrupos y canales individuales, se realiza por conversión descendente.

	Canales de voz	Banda ocupada por la señal multiplexada (KHz)	Ancho de banda (KHz)
Subgrupo	3	8.6 a 19.7	12
Grupo (4 subgrupos)	12	60 a 108	48
Supergrupo (5 grupos)	60	312 a 552	240
	Canales de voz	Banda ocupada por la señal multiplexada	Ancho de banda (KHz)
Grupo maestro (5 supergrupos)	300	812 a 2044	1232
Supergrupo maestro (3 grupos maestros o 15 supergrupos)	900	8516 a 12388	3872

**Frecuencia de línea.** En este caso, el término *línea* se aplica en realidad al medio de transporte, que puede ser bien un radioenlace terrestre o de satélite, un cable coaxial, una línea abierta, etc. La banda de frecuencias que entrega el múltiplex al medio de transporte se designa como *frecuencia de línea*, que no debe confundirse con la frecuencia de la línea de suministro de energía eléctrica, o también *HF* o *alta frecuencia*, que tampoco debe confundirse con la banda de HF (3 a 30 MHz). Esta frecuencia puede ser la de la banda de la señal total multiplexada, por ejemplo 8.516 a 12.388 MHz si se trata de un supergrupo maestro. Sin embargo, suele preferirse realizar una conversión final de frecuencia, ahora descendente, particularmente en sistemas de alta densidad. Así, un supergrupo maestro formado directamente por 15 supergrupos, puede trasladarse de la banda anterior a una banda entre 312 y 4028 KHz con un ancho de banda total de 3.716 MHz.

En los sistemas de telefonía multicanal de radio a frecuencias de microondas (radioenlaces terrestres) suele entenderse por "canal", uno con capacidad para 960 circuitos telefónicos o para una señal de televisión. En estos sistemas suelen tenerse canales de *servicio* y canales de *reserva*. Por los primeros se canaliza el tráfico

de mayor prioridad, bien sea telefonía o televisión y por los segundos se canaliza tráfico de menor prioridad. Cuando por averías u otra causa se suspende el tráfico en un canal de servicio, éste se conmuta a uno de los canales de reserva, cortándose el tráfico que pudiera estar canalizado por él. La designación habitual de la capacidad de un sistema terrestre de microondas es, por ejemplo, 1+1, 2+2, 4+2, etc., en que la primera cifra es número de canales de servicio y el segundo, de los de reserva.

### 5.6.2 Portadoras piloto en FDM

En las secciones anteriores se mencionó que la modulación en banda lateral única, tanto de los canales de voz y de los grupos y supergrupos es sin portadora. Ello es cierto, pero no totalmente ya que es indispensable mantener la precisión de las frecuencias así como la calidad de las señales en cada canal, en especial en el proceso de demultiplexado en que se requiere que los osciladores de los demoduladores estén en frecuencia y fase precisa con los de la señal múltiplex transmitida. En el caso que estamos tratando, efectivamente no se transmiten portadoras individuales con cada señal o grupo de señales. Sin embargo transmitir portadoras o *tonos piloto* con dos propósitos principales, mantener el correcto sincronismo en frecuencia, por una parte y, por otra controlar el nivel. Para cada aplicación se transmiten tonos separados.

*Pilotos para control de nivel.* Las características de la señal de voz, en particular su amplitud variable, la hacen poco adecuada para usarla en el control del nivel de potencia en todas las operaciones de multiplexado y demultiplexado, que funcionan de manera similar al control automático de ganancia en los sistemas de radio. Una señal senoidal pura de amplitud constante es la más adecuada para proporcionar la información necesaria para los circuitos de regulación de nivel. Por esta razón se insertan pilotos en los grupos, supergrupos y grupos maestros multiplexados en el transmisor, generalmente en bandas de guarda con el propósito de mantener el nivel de regulación del sistema dentro de una tolerancia aceptable y no interferir con los canales de voz. El CCITT (UIT-T) ha asignado las frecuencias de 84.080 KHz, con un nivel de -20 dBm0 y de 84.140 KHz con un nivel de -25 dBm0 como pilotos de regulación de grupo. Para el control de los supergrupos, las frecuencias son de 411.860 KHz (-25 dBm0) y 411.920 (-20 dBm0) y para los grupos maestros, la de 1552 KHz con -20dBm0.

*Pilotos para sincronización de frecuencia.* La tolerancia de frecuencia entre los extremos de un circuito internacional debe ser de menos de 2 Hz. Para conseguir y mantener esta precisión, la frecuencia de las portadoras de los sistemas FDM debe ser sumamente exacta y, aunque la tecnología actual empleada en los osciladores

permite esos niveles de precisión, es conveniente utilizar tonos piloto para conseguir el sincronismo adecuado.

La base de toda la generación de portadoras en los equipos FDM es un oscilador de gran estabilidad y precisión. En el extremo transmisor se le designa como *oscilador maestro*, del que se deriva la frecuencia del piloto, que es transmitida al extremo receptor a fin de enganchar a un *oscilador esclavo*, que consiste básicamente de un lazo enganchado en fase a la frecuencia del piloto.

### Cuestionario

1. Explique las ventajas y desventajas de la AM completa.
2. Explique la sobremodulación en AM completa y el porqué debe evitarse.
3. ¿En AM completa, ¿cuánto aumenta el voltaje de pico en una señal modulada al 100% respecto al de la portadora sin modulación?. ¿Cuál es la potencia de pico al 100% de modulación, respecto a la de la potencia de la portadora sin modulación?.
4. Explique las dos arquitecturas principales de los transmisores de AM.
5. Explique cómo puede realizarse la demodulación coherente de AM completa. ¿Qué ventajas o desventajas ofrece este método respecto a la demodulación de pico de envolvente?
6. ¿Qué requisitos debe cumplir un detector de pico?
7. Explique los diferentes métodos de modulación de amplitud mediante diagramas vectoriales.
8. Explique los tres métodos de modulación en banda lateral única y haga un análisis comparativo de las ventajas y desventajas de cada uno.
9. Explique la modulación en cuadratura de fase.
10. ¿Porque se tiene modulación incidental de fase en AM-VSB?
11. Explique la diferencia entre FDM y TDM.
12. ¿Cómo es la jerarquía de modulación en telefonía multicanal de acuerdo al estándar del CCITT (UIT-T)?.
13. Explique cómo se multiplexa una señal analógica de televisión.
14. Explique cómo se multiplexa una señal de FM estéreo.

**Problemas**

5.1 Una portadora de 1 MHz se modula simultáneamente con tres señales senoidales, una de 300 Hz, otra de 800 Hz y otra de 2 KHz. ¿Qué frecuencias están presentes a la salida?

*Resp. 998.0, 999.2, 999.7, 1000.3, 1000.8 y 1002.0 KHz.*

5.2 Un transmisor de radiodifusión de AM entrega una potencia de salida de portadora de 50 Kw. ¿Cuál será la potencia de salida a 85% de modulación? *Resp. 68.1 Kw.*

5.3 Un transmisor de Am, cuando está modulado al 75%, entrega una potencia de salida de 10 Kw. ¿Cuál es la potencia de la portadora sin modulación?. ¿Qué porcentaje de potencia se ahorraría si se suprimiera la portadora y una de las bandas laterales?. *Resp. 7.81 Kw, 89%*

5.4 Cuando un cierto transmisor de AM está modulado al 50%, la corriente de antena es de 12 A. ¿Cuál será la corriente cuando el índice de modulación aumenta a 0.9? *Resp. 13.4 A.*

5.5 La corriente de salida de un transmisor de AM es de 1.5 A. ¿A cuánto aumentará la corriente si el transmisor se modula por otra señal adicional de audio cuyo índice de modulación es de 0.7?. ¿Qué ahorro de potencia se tendrá si se suprime la portadora y una de las bandas laterales?.

*Resp. 1.65 A, 85%*

5.6 Un transmisor de AM completa modulado al 100%. entrega una potencia de salida de 10 Kw. Calcular la potencia de salida: (a) Sin modulación. (b) A 60% de profundidad de modulación. (c) Si a 60% de modulación se suprime una de las bandas laterales y se reduce la potencia de la portadora en 26 dB. *Resp. 6.67 Kw, 7.87 Kw, 666.7 w.*

5.7 El amplificador de potencia de un transmisor de AM completa puede entregar 10 Kw a una antena. El transmisor se modula al 40% por una señal senoidal. Comparar la potencia en las bandas laterales cuando se radian éstas y la portadora, o cuando se emplea BLU con piloto de portadora a -20 dB.

5.8 Un transmisor de AM completa entrega 5 Kw a la antena cuando se modula al 60% por un tono senoidal. Si luego se modula por una señal de voz cuya profundidad de modulación media es de 70 % y se suprime la portadora y una de las bandas laterales, calcular la potencia de salida en estas condiciones. *Resp. 897 w.*

5.9 Asumiendo que el ancho de banda máximo de la señal de audio aplicada al modulador de un transmisor de radiodifusión de AM en la banda de MF (ondas medias) es de 5 KHz y que la banda de guarda mínima entre estaciones adyacentes es de 5 KHz, determine el número de estaciones de este tipo que podrían funcionar en la banda ocupada por un canal de televisión cuyo ancho de banda es de 6 MHz.

*Resp. 600*

5.10. Una portadora de 1 MHz modulada al 40% con un tono de 4 KHz se aplica a un circuito resonante sintonizado a la frecuencia de la portadora y cuya Q es de 140. Calcule el porcentaje de modulación de la onda después de pasar por ese circuito

5.11 En el caso de modulación de AM completa, y suponiendo eficiencias de placa de 75, 60 y 40% para funcionamiento típico en clase C, B y AB respectivamente, estime la potencia de CC necesaria en el modulador y en el amplificador modulado, cuando la potencia de la portadora es de 1 Kw y la profundidad de modulación es 0 y 100%, para: (a) Amplificador clase C modulado en placa. (b) Amplificador clase B. (c) ¿Que porcentaje de la potencia suministrada se pierde en forma de calor en cada caso?.

*Resp. (a) 1.33 Kw, 2 Kw. (b) 1.67 Kw, 2.5 Kw. (c) 25%, 40%*

5.12 Un transmisor de radiodifusión sonora en ondas medias, está modulado en amplitud (AM completa) y entrega a la salida una potencia de 65 Kw cuando el índice de modulación es de 50%. Calcular: (a) Potencia de la portadora sin modulación. (b) Voltaje de RF en la línea de transmisión si ésta es de 50  $\Omega$ . (c) Corriente en la línea de transmisión. (d) Repetir los cálculos (b) y (c) para 100% de modulación.

*Resp. (a) 57.78 Kw. (b) 1.7 KV. (c) 34 A. (d) 1.8 KV, 36 A.*

5.13 Calcular la potencia máxima de salida de un transmisor de BLU, de modo que se tenga la misma potencia máxima de señal que el transmisor del problema anterior si, además, transmite una portadora piloto atenuada 26 dB respecto a la del transmisor del problema 1.

*Resp. 16.4 Kw*

5.14 Una señal DSB-SC (doble banda lateral con portadora suprimida) está representada por:  $m(t) \cos(2\pi \times 10^6 t)$ . La frecuencia de la portadora de esta señal debe cambiarse a 400 KHz. El equipo disponible para hacerlo es un modulador balanceado, un filtro pasabanda centrado a 400 KHz y un generador de onda senoidal cuya frecuencia puede variar entre 100 y 300 KHz. Demuestre cómo puede hacerse.

5.15 En la figura P.15 se muestra un esquema a bloques de un demodulador síncrono. Demuestre que con este demodulador es posible detectar una señal de AM completa.



Fig. P.15

5.16 Explique el funcionamiento de un amplificador de estado sólido, en clase C y modulado en colector. Si la potencia suministrada al colector es de 50 W, ¿Qué potencia debe suministrar el modulador para modulación al 100%?

5.17 Dos señales senoidales modulan simultáneamente en amplitud a una portadora para producir una señal de AM completa. La primera señal tiene una amplitud de 3 V y su frecuencia es de 300 Hz; la amplitud de la segunda es de 4 V y su frecuencia de 800 Hz. La amplitud de la portadora es de 10 V y su frecuencia de 20 kHz. Utilizando un programa de cómputo tal como MATLAB®, hacer una gráfica de la señal moduladora y de la señal modulada sobre dos ciclos de la menor componente frecuencial de la señal combinada.

5.18 Describa el funcionamiento de un amplificador modulado en clase C con un transistor bipolar, en el que la señal moduladora se aplica al colector. Si la potencia de c.c. suministrada a dicho modulador es de 500 w en ausencia de modulación y su eficiencia es de 80%, calcular la potencia que debe suministrar el modulador para 100 % de modulación.

5.19 En un amplificador clase C con un pentodo, modulado en placa, el voltaje de placa pico a pico máximo es de 1000 V y el voltaje mínimo de 50 V. Calcular el índice de modulación y la potencia de salida si la corriente de placa en esas condiciones es de 10 A y la eficiencia del amplificador de 85%.

5.20 Discuta la posibilidad de utilizar amplificadores clase C en transmisores de BLU.

5.21 Si la portadora local inyectada a un demodulador coherente es de forma  $v_p(t) = \cos(\omega_c + \Delta\omega)t$ , donde  $\omega_c$  es la frecuencia angular de la portadora original y  $\Delta\omega$  el desplazamiento de la portadora local respecto a la original, obtenga una expresión para la señal demodulada (paso bajo) y discuta los problemas que pueden presentarse a causa de ese desplazamiento.

5.22 Supóngase ahora que la portadora local inyectada a un demodulador coherente tiene la misma frecuencia que la portadora original transmitida, pero su fase está

desviada un ángulo  $\Delta\phi$ . De modo similar al problema anterior, obtenga una expresión para la señal demodulada, filtrada a paso bajo y discuta los problemas que pueden presentarse en este caso con la señal detectada. ¿Qué problemas se presentan si tanto la frecuencia como la fase de la portadora local están desviadas respecto a la portadora original?

## Capítulo 6

### Modulación Angular

#### Introducción

Recuérdese que el proceso de modulación consiste en variar algunos de los parámetros de una portadora, generalmente senoidal, de acuerdo a una señal de información o señal moduladora. En el caso de modulación angular, se hace variar la frecuencia o la fase de la portadora. Así la modulación angular tiene dos variantes: modulación de frecuencia (FM) y modulación de fase (PM). En ambos casos, la amplitud de la portadora se mantiene constante. Por esta razón a estos tipos de modulación se les designa también como de *envolvente constante*, en tanto que a la modulación de amplitud se le designa como de *envolvente variable*. A veces a la modulación angular se le designa también como *modulación exponencial*. Las versiones digitales de la modulación angular son las diversas variantes de FSK<sup>1</sup> y PSK<sup>2</sup>.

#### 6.1 Conceptos generales

La expresión general para una portadora sin modulación puede escribirse como:

$$v(t) = V_c \text{sen}(\omega t + \phi) \quad (6.1)$$

Donde:

$v(t)$  = Valor instantáneo del voltaje.

$V_c$  = Amplitud máxima.

$\omega$  = Frecuencia angular en rad/s.

$\phi$  = Angulo de fase en radianes.

La frecuencia angular  $\omega$  se interpreta aquí como *frecuencia angular instantánea* y la fase como *fase instantánea*. Es decir, la frecuencia y la fase pueden variar instantáneamente de acuerdo con la señal moduladora. De acuerdo a esto, puede definirse la frecuencia de la portadora como:

$$\omega(t) = \omega_c + k_1 f(t) \quad (6.2)$$

Ahora bien, se presentan algunas dificultades si a partir de la expresión (6.1) tratamos de expresar matemáticamente la señal resultante de la modulación en frecuen-

---

<sup>1</sup> *Frequency Shift Keying.*

<sup>2</sup> *Phase Shift Keying.*

cia ya que, en general se habla de la frecuencia de una señal senoidal cuando la frecuencia es constante y la señal persiste todo el tiempo. Por esta razón es más conveniente definir una función senoidal generalizada de forma:

$$f_c(t) = A \cos \phi(t) \quad (6.3)$$

La elección de la función coseno en lugar de seno es puramente arbitraria y la única razón es que el manejo de aquella es más cómodo, aún cuando en ambos casos se llega a los mismos resultados.

En (6.3),  $\phi(t)$  es el ángulo instantáneo de fase de la señal. Ahora bien, la fase instantánea y la frecuencia instantánea están relacionadas mediante:

$$\omega(t) = \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (6.4)$$

e, inversamente,

$$\phi(t) = \int \omega(t) dt \quad (6.5)$$

y, para una señal de frecuencia constante  $\omega_c = 2\pi f_c$  se tiene:

$$\phi(t) = \int \omega_c(t) dt = \omega_c t + \phi_0 \quad (6.6)$$

Donde  $\phi_0$  es la constante de integración y representa la fase inicial de la señal de frecuencia angular  $\omega_c$ . Si la integral se hace definida en el intervalo  $(0, t)$ , entonces  $\phi_0 = 0$ , de modo que podemos omitirla sin pérdida de generalidad.

## 6.2 Modulación de fase

Si ahora se hace variar la fase instantánea  $\phi(t)$  de acuerdo a una señal de información  $f(t)$ , se tendrá:

$$\phi(t) = \omega_c t + k_2 f(t) \quad (6.7)$$

Substituyendo (7) en la ecuación general (3) se tiene, para la *modulación de fase*:

$$f_{PM}(t) = A \cos[\omega_c t + k_2 f(t)] \quad (6.8)$$

## 6.3 Modulación de frecuencia

También puede hacerse variar la frecuencia de la portadora en la forma definida por la expresión (6.2). Para obtener una expresión similar a (6.8), es necesario obtener  $\phi(t)$  utilizando (6.5):

$$\begin{aligned}\phi(t) &= \int_0^t [\omega_c + k_1 f(t)] dt \\ &= \omega_c t + k_1 \int_0^t f(t) dt\end{aligned}\quad (6.9)$$

Substituyendo ahora esta expresión en (6.3), se tiene la siguiente expresión para la modulación en frecuencia:

$$f_{FM}(t) = A \cos \left[ \omega_c t + k_1 \int_0^t f(t) dt \right] \quad (6.10)$$

Las ecuaciones (6.8) y (6.10) son muy parecidas, excepto que en la expresión para la señal modulada en frecuencia aparece la integral de  $f(t)$ , la señal moduladora, en lugar de la función sola. Esto conduce a pensar que es posible generar una señal modulada en frecuencia a partir de una señal modulada en fase, si previamente se integra la señal de información  $f(t)$ . En otras palabras, la diferencia entre la modulación de frecuencia y la de fase es únicamente un integrador en el circuito de modulación. Este procedimiento se conoce como *método indirecto* de generación de FM.

Las ecuaciones (6.8) y (6.10) proporcionan la base para analizar los dos tipos de modulación angular desde un punto de vista general. Para simplificar el análisis supondremos que la señal de información  $f(t)$  es de forma:

$$f(t) = a \cos \omega_m t \quad (6.11)$$

Substituyendo (6.11) en (6.8) y (6.10) se tiene, para la modulación de fase,

$$f_{PM}(t) = A \cos [\omega_c t + k_2 a \cos(\omega_m t)] \quad (6.12)$$

y, para la modulación en frecuencia,

$$f_{FM}(t) = A \cos [\omega_c t + k_1 a \sin(\omega_m t)] \quad (6.13)$$

Donde, en las expresiones anteriores:

$A$  es la amplitud de la portadora. Obsérvese que, a diferencia de AM, la amplitud de la portadora es constante en la modulación angular.

$k_1$  y  $k_2$  son constantes y  $a$  es, en ambos casos, la amplitud de la señal moduladora.

$\omega_c = 2 \pi f_c$  es la frecuencia angular de la portadora *sin modulación*. En FM y PM a la frecuencia de la portadora sin modulación se le designa como *frecuencia central*.

En la práctica es muy difícil, por no decir que no es posible, distinguir en un osciloscopio entre una señal modulada en fase y una modulada en frecuencia, a diferencia de las señales moduladas en amplitud que pueden distinguirse claramente. En la figura 6.1 se ilustra la diferencia entre una señal modulada en amplitud y una modulada en frecuencia.

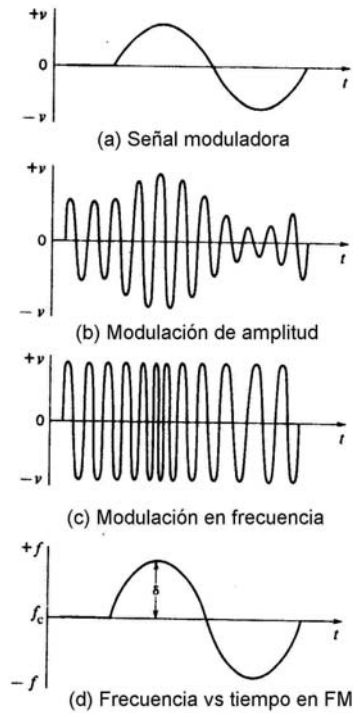


Fig. 6.1. Formas de onda en AM y FM.

Es importante notar que la modulación de fase siempre lleva implícita la modulación de frecuencia y viceversa. Es decir, los dos tipos de modulación ocurren simultáneamente.

De (6.12) se ve que:

$$\phi(t) = \omega_c t + k_2 a \cos(\omega_m t) \quad (6.14)$$

de modo que la frecuencia instantánea estará dada por:

$$\omega(t) = \frac{d\phi(t)}{dt} = \omega_c + k_2 a \omega_m \cos(\omega_m t) \quad (6.15)$$

Y si ahora se define  $m = k_2 a$ :

$$\omega(t) = \omega_c + m\omega_m \cos(\omega_m t) \quad (6.16)$$

Con lo que la ecuación para la modulación de fase (6.12) queda ahora como:

$$f_{PM}(t) = A \cos[\omega_c t + m \cos(\omega_m t)] \quad (6.17)$$

Y  $m$  se define ahora como *índice de modulación de fase* o amplitud de la desviación de fase.

De (6.16) se ve que la magnitud de la desviación de frecuencia de la portadora (frecuencia central), correspondiente a la desviación de fase  $m$  es:

$$\Delta\omega = m\omega_m \quad (6.18)$$

Integrando (6.16) y substituyendo en (6.3) se obtiene una expresión equivalente a la (6.14), ahora en términos de la desviación de frecuencia:

$$f_{FM}(t) = A \cos[\omega_c t + \beta \sin(\omega_m t)] \quad (6.19)$$

Donde:

$$\beta = \frac{\Delta\omega}{\omega_m} = \frac{\Delta f}{f_m} \quad (6.20)$$

se define como *índice de modulación de frecuencia*.

Del análisis anterior se desprenden varias conclusiones muy importantes para la modulación angular:

- a) La amplitud de una señal modulada en frecuencia o en fase, es constante. Por consecuencia, a diferencia de AM, la potencia de salida de un transmisor de FM o PM es constante, independientemente del índice de modulación. Por esta razón, la modulación angular se designa también como de *envolvente constante*.
- b) La *frecuencia* de la señal modulada varía proporcionalmente a la *amplitud* de la señal moduladora y *no de su frecuencia*.
- c) La *rapidez* de la desviación de frecuencia depende de la frecuencia de la señal moduladora. En otras palabras, cuanto ma-

por sea la frecuencia de la señal moduladora, más rápidamente se desviará la frecuencia de su valor central.

- d) Para PM, si el índice de modulación  $m$  se mantiene constante, la magnitud de la desviación de frecuencia,  $\Delta\omega$ , es proporcional a la frecuencia de la señal moduladora,  $\omega_m$ .
- e) Para FM, si la desviación de frecuencia,  $\Delta\omega$ , se mantiene constante, el índice de modulación,  $\beta$ , es proporcional a la frecuencia de la señal moduladora,  $\omega_m$ .

La situación anterior se ilustra en la figura 6.2.

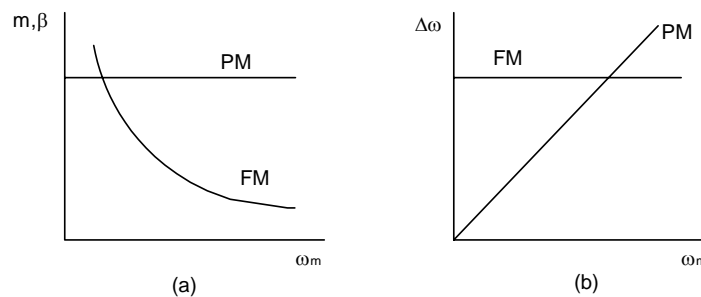


Fig.6.2. Índice de modulación y desviación de frecuencia en función de la frecuencia de la señal moduladora.

#### 6.4 Espectro de frecuencias en modulación angular

El espectro de frecuencias en la modulación de frecuencia es completamente diferente al que resulta de la modulación de amplitud y se puede obtener a partir de la expresión (6.19). El análisis es similar para la modulación de fase.

$$f_{FM}(t) = A \cos[\omega_c t + \beta \sin(\omega_m t)] \quad (6.21)$$

que puede expandirse como:

$$f_{FM}(t) = A \cos \omega_c t \times \cos(\beta \sin \omega_m t) - A \sin \omega_c t \times \sin(\beta \sin \omega_m t) \quad (6.22)$$

En el caso de AM es fácil ver que el espectro de la señal modulada contiene dos bandas laterales. En el caso de FM la situación es más compleja desde el punto de vista matemático, ya que la expresión (6.22) contiene funciones del tipo  $\sin(\sin x)$  y  $\cos(\cos x)$  y la solución puede darse sólo en términos de una serie infinita de *funciones de Bessel*. En realidad, aquí no es importante entrar en el tratamiento de

estas funciones, basta decir que el desarrollo de la expresión (6.22) puede expresarse como:

$$\begin{aligned}
 f_{FM}(t) = A \{ & J_0(\beta) \text{sen } \omega_c t + J_1(\beta) [\text{sen}(\omega_c + \omega_m)t - \text{sen}(\omega_c - \omega_m)t] \\
 & + J_2(\beta) [\text{sen}(\omega_c + 2\omega_m)t - \text{sen}(\omega_c - 2\omega_m)t] \\
 & + J_3(\beta) [\text{sen } \omega_c + 3\omega_m)t - \text{sen}(\omega_c - 3\omega_m)t] \\
 & + \dots \}
 \end{aligned}
 \tag{6.23}$$

Las funciones  $J_0(\beta)$ ,  $J_1(\beta)$ ,  $J_2(\beta)$ ... $J_n(\beta)$  son funciones de Bessel<sup>3</sup> de primera clase, orden  $n$  y argumento  $\beta$ .

De (6.23) se ve que la señal modulada en frecuencia (o fase) contiene un número teóricamente infinito de bandas laterales de amplitudes  $AJ_n(\beta)$ , separadas de la frecuencia central  $n\omega_m$ , de modo que para evaluar la amplitud de una banda lateral determinada, es necesario conocer el valor de la función de Bessel correspondiente. En la Tabla 1 se dan los valores de las funciones Bessel de orden 0 a 16, para valores del argumento  $\beta$  de 0 a 15 y, en la figura 6.3, se muestra la gráfica de las funciones de Bessel de orden 1 a 8, que corresponden a las amplitudes de las primeras ocho bandas laterales para diferentes índices de modulación.

**Tabla 1.** Funciones de Bessel de primera clase y orden 0 a 8.

$\beta$	Orden																
	$J_0$	$J_1$	$J_2$	$J_3$	$J_4$	$J_5$	$J_6$	$J_7$	$J_8$	$J_9$	$J_{10}$	$J_{11}$	$J_{12}$	$J_{13}$	$J_{14}$	$J_{15}$	$J_{16}$
0.00	1.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0.25	0.98	0.12	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0.5	0.94	0.24	0.03	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1.0	0.77	0.44	0.11	0.02	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1.5	0.51	0.56	0.23	0.06	0.01	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2.0	0.22	0.58	0.35	0.13	0.03	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2.5	0.05	0.50	0.45	0.22	0.07	0.02	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
3.0	0.26	0.34	0.49	0.31	0.13	0.04	0.01	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
4.0	0.40	0.07	0.36	0.43	0.28	0.13	0.05	0.02	-	-	-	-	-	-	-	-	-
5.0	0.18	0.33	0.05	0.36	0.39	0.26	0.13	0.05	0.02	-	-	-	-	-	-	-	-
6.0	0.15	0.28	0.24	0.11	0.36	0.36	0.25	0.13	0.06	0.02	-	-	-	-	-	-	-
7.0	0.30	0.00	0.30	0.17	0.16	0.35	0.34	0.23	0.13	0.06	0.02	-	-	-	-	-	-
8.0	0.17	0.23	0.11	0.29	0.10	0.19	0.34	0.32	0.22	0.13	0.06	0.03	-	-	-	-	-

<sup>3</sup> Para un tratamiento más amplio de estas funciones, consúltese por ejemplo, *Introduction to Bessel Functions*. Frank Bowman. Dover Publications, Inc. N. York, 1958 o *Handbook of Mathematical Functions*. M. Abramowitz and I. A. Stegun, Dover Publications, 1965.

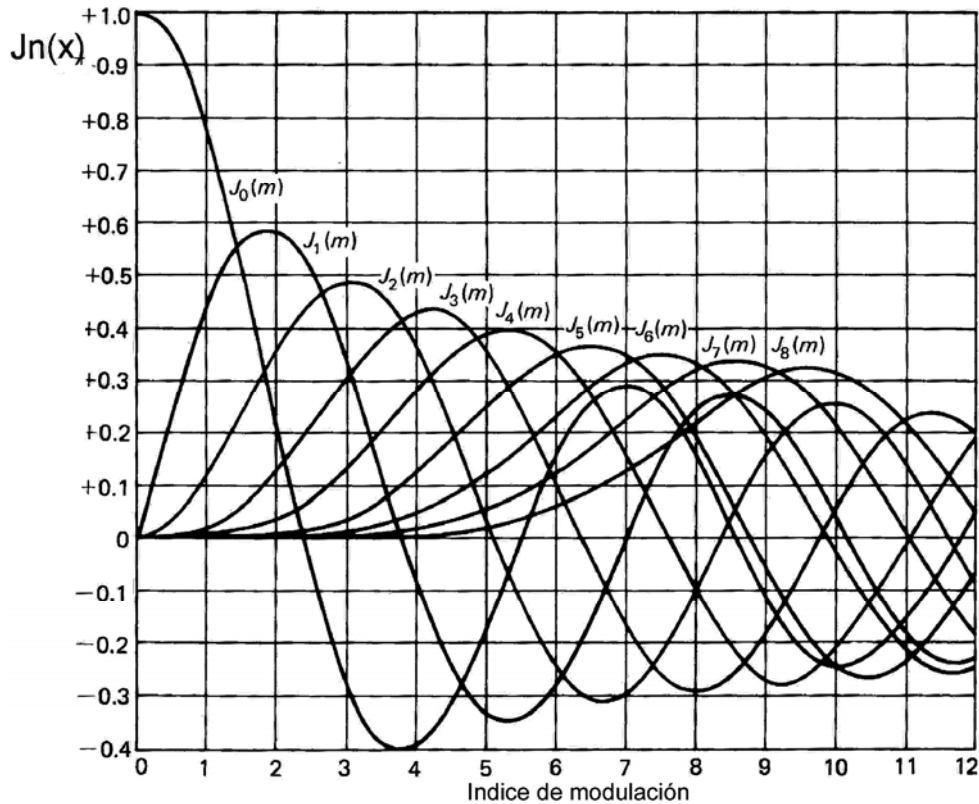


Fig. 6.3. Amplitudes de la portadora y de las primeras ocho bandas laterales para índices de modulación de 0 a 12.

De lo anterior se pueden extraer varias conclusiones importantes.

1. Los coeficientes  $J_n$  decrecen al aumentar el índice de modulación y toman valores positivos y negativos. La forma de decrecimiento no es simple. Cada coeficiente representa la amplitud de un par de bandas laterales particulares. Debido al decrecimiento de los coeficientes, la amplitud de las bandas laterales disminuye al aumentar el índice de modulación.
2. Las bandas laterales separadas la misma distancia de la frecuencia central  $f_c$  tienen amplitudes iguales. El espectro es simétrico alrededor de la frecuencia central.
3. Los valores negativos de los coeficientes significan que, para ese par de bandas particulares, hay un cambio de fase de  $180^\circ$ .

4. El coeficiente  $J_0$  representa la amplitud de la portadora. En la gráfica de la figura 2 se ve que hay ciertos valores del índice de modulación para los cuales la portadora vale cero, en otras palabras, desaparece y sólo se tienen bandas laterales. A diferencia de AM, en FM la amplitud de la portadora no es constante. Los valores a los que la portadora desaparece completamente se designan como *eigenvalores*
5. Observando los valores de la Tabla 1, se ve que, según aumenta el índice de modulación, también aumenta el coeficiente particular ( $n > 0$ ). Teniendo en cuenta que el índice de modulación es inversamente proporcional a la frecuencia de la señal moduladora, se ve que la amplitud relativa de las bandas laterales distantes aumenta cuando disminuye la frecuencia de la señal moduladora (esto, en el caso de que el voltaje de modulación se mantenga constante).
6. En AM, al aumentar el índice o profundidad de modulación, aumenta la potencia en las bandas laterales y, por consecuencia la potencia total transmitida. En FM, la potencia total transmitida se mantiene siempre constante, pero si aumenta el índice modulación, aumenta el número de bandas laterales y, por consecuencia, el ancho de banda necesario para mantener una transmisión sin distorsión.
7. En teoría, el ancho de banda necesario para la transmisión en FM es infinito. En la práctica, el ancho de banda utilizado es en el que está contenido del orden del 99% de la energía de la señal modulada.

Un aspecto que se debe tener en cuenta, es que el hecho de que la componente espectral correspondiente a la portadora, es decir la componente a la frecuencia central, varíe su amplitud en función del índice de modulación, no significa que la portadora está modulada en amplitud. De hecho, en FM no puede hablarse de portadora, ya que estrictamente, la portadora en FM es la suma de todas las componentes espectrales. Dicha suma da como resultado una señal de amplitud constante. En otras palabras, la portadora en FM puede considerarse como la señal compleja total y, por tanto no es senoidal. El hecho de que la amplitud de la componente a la frecuencia central tome valores de cero a determinados índices de modulación, permite hacer énfasis en que es la componente senoidal a la frecuencia central la que desaparece, *pero no la señal modulada*.

### 6.5 Potencia promedio en FM

Los voltajes raíz cuadrático medios de las componentes espectrales de una señal modulada en frecuencia pueden expresarse como:

$$V_n = J_n(\beta)V_c \quad (6.24)$$

Donde  $V_c$  es el voltaje de la portadora (frecuencia central) sin modulación.

Si se supone que el voltaje de la señal modulada se aplica a una resistencia de valor  $R$ , la potencia efectiva o promedio de una componente espectral es:

$$P_n = \frac{V_n^2}{R} \quad (6.25)$$

Teniendo en cuenta que sólo hay una componente espectral a la frecuencia central y dos conjuntos de componentes simétricas a cada una de las demás frecuencias, la potencia promedio total de la señal modulada será:

$$P_{FM} = P_0 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} P_n \quad (6.26)$$

Con lo que, utilizando las relaciones (6.25) y (6.26) se tiene que:

$$P_{FM} = P_c \left\{ [J_0(\beta)]^2 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} [J_n(\beta)]^2 \right\} \quad (6.27)$$

Una propiedad importante de las funciones de Bessel es que:

$$[J_0(\beta)]^2 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} [J_n(\beta)]^2 = 1 \quad (6.28)$$

De modo que la potencia efectiva total de la señal modulada es igual a la potencia efectiva de la portadora sin modulación. Este resultado se intuye en cierta forma, si se tiene en cuenta que la amplitud de la señal es la misma ya sea que esté modulada o no. Esto se puede interpretar de otra forma: cuando se modula en frecuencia a una portadora, la potencia total de la portadora sin modulación se redistribuye entre todas las componentes del espectro, de ahí que la amplitud de la portadora original disminuya según varíe el índice de modulación.

En las expresiones (6.26) y (6.27), el límite superior de la suma es infinito, ya que también en teoría, el número de bandas laterales en FM es infinito. En la práctica, el límite superior de la suma es igual al número de bandas significativas que con-

tribuyen a que la potencia de la potencia de la señal modulada sea del orden del 99% de la potencia total, con lo que se garantiza una transmisión prácticamente sin distorsión.

## 6.6 Ancho de banda en FM

Según se mencionó, en teoría, el número de bandas laterales en FM es infinito, lo que haría impensable un sistema de comunicaciones que requiriese un ancho de banda de esa naturaleza. Esta fue una de las principales razones por las que la modulación en frecuencia tardó bastante más en emplearse que la modulación de amplitud, aunque sus principios teóricos eran ya conocidos en la segunda década del siglo XX. Sin embargo, la experiencia indica que el ancho de banda requerido, en el caso de señales tanto senoidales como no senoidales, está determinado por la máxima desviación de frecuencia y la máxima frecuencia de la señal moduladora. Esta *relación de desviación* está dada por (6.20). El ancho de banda de la señal modulada, en estas condiciones, está dado por:

$$\begin{aligned} B_{FM} &= 2(\beta + 1)B_m \\ &= 2(\Delta f + B_m) \end{aligned} \quad (6.29)$$

En la fórmula anterior,  $B_m$  es el ancho de banda máximo de la señal moduladora y no estrictamente la frecuencia máxima de ésta. Esta definición, que utiliza  $B_m$  en lugar de  $f_m$ , obedece hay que hay casos, como en telefonía multicanal o múltiplex, la señal moduladora ocupa un ancho de banda entre 60 KHz y 4 MHz, por lo que el ancho de banda es menor que si la banda ocupara desde cero a la frecuencia máxima.

La expresión anterior se conoce como *regla de Carson*. Esta regla proporciona el ancho de banda de la señal modulada en frecuencia con razonable exactitud cuando  $\beta$  es mucho mayor que 1, pero falla cuando  $\beta$  es cercano a 1 o menor. Por ejemplo, la regla de Carson no es válida en el caso de FM de banda estrecha.

En FM de banda estrecha, en que  $\Delta f \ll B_m$ , el ancho de banda de la señal modulada es, aproximadamente  $B_{FM} \approx 2B_m$ . Por otra parte, en FM de banda ancha,  $\Delta f \gg B_m$  y  $B_{FM} \approx 2\Delta f$ . Es importante recalcar que, en teoría, el ancho de banda de una señal modulada en frecuencia es infinito y que los anchos de banda anteriores corresponden a un contenido de energía de 98 a 99% de la energía total de la señal.

### Ejemplo

Estimar el ancho de banda requerido por un sistema de radiodifusión sonora de FM, que transmite señales de audio en la banda de 20 Hz a 15 KHz, con una desviación máxima de frecuencia de 75 KHz, de modo que se transmita aproximadamente el 99% de la potencia de la señal modulada cuando la frecuencia de la señal moduladora es de 15 KHz.

### **Solución**

Si se supone que la modulación es por una señal senoidal, la forma de la señal modulada está dada por (6.19):

$$f_{FM}(t) = A \cos[\omega_c t + \beta \text{sen}(\omega_m t)]$$

Donde  $\beta$  es el índice de modulación dado por:

$$\beta = \frac{\Delta\omega}{\omega_m} = \frac{\Delta f}{f_m}$$

En este caso,  $\Delta f = 75$  KHz y  $f_m = 15$  KHz, con lo que  $\beta = 75/15 = 5$ .

De la expresión (6.23), para la señal modulada en frecuencia, en términos de las funciones de Bessel, y utilizando los valores de dichas funciones para  $\beta = 5$ , dados en la Tabla 1, se tiene que las amplitudes relativas del voltaje y potencia para las diversas componentes espectrales son:

Portadora:	$J_0(5) = -0.18$	$[J_0(5)]^2 = 0.0324$
$f_c \pm f_1$	$J_1(5) = -0.33$	$2 \times [J_1(5)]^2 = 0.218$
$f_c \pm f_2$	$J_2(5) = 0.05$	$2 \times [J_2(5)]^2 = 0.005$
$f_c \pm f_3$	$J_3(5) = 0.36$	$2 \times [J_3(5)]^2 = 0.2592$
$f_c \pm f_4$	$J_4(5) = 0.39$	$2 \times [J_4(5)]^2 = 0.3042$
$f_c \pm f_5$	$J_5(5) = 0.26$	$2 \times [J_5(5)]^2 = 0.1352$
$f_c \pm f_6$	$J_6(5) = 0.13$	$2 \times [J_6(5)]^2 = 0.0338$

La fracción de la potencia total contenida en estos seis pares de bandas laterales y la portadora es:

$$P_{FM} = [J_0(5)]^2 + \sum_{n=1}^6 2[J_n(5)]^2 = 0.9878$$

El resultado anterior puede considerarse suficientemente bueno, ya que como se observa de la Tabla 1, la contribución de las bandas laterales superiores a la 6ª es muy poco significativo. De acuerdo a esto, el 98.78% de la potencia está contenido en las primeras seis bandas laterales. Por consecuencia, el ancho de banda necesario es:

$$B_T = 2 \times 6 \times 15 \text{ KHz} = 180 \text{ KHz.}$$

De lo anterior se pueden resumir algunas ideas relativas a la modulación de frecuencia:

1. El espectro de una señal modulada en frecuencia contiene un componente de la portadora y un número infinito de bandas laterales localizadas simétricamente respecto a la portadora, a frecuencias  $f_m$ ,  $\pm 2f_m$ ,  $\pm 3f_m$ , ...etc. En este aspecto, la modulación de frecuencia es completamente diferente a la de amplitud en que, como máximo, solo se tienen dos bandas laterales.
2. Para el caso especial de  $\beta$  mucho menor que la unidad, sólo los coeficientes de Bessel  $J_0(\beta)$  y  $J_1(\beta)$  tienen valores significativos, de modo que la señal modulada en frecuencia está compuesta por la portadora y únicamente dos bandas laterales a  $f_c \pm f_m$ . Esta situación corresponde a un caso especial de FM, designado como *FM de banda estrecha* y no debe confundirse con la modulación de amplitud.
3. En FM, la envolvente de la señal modulada es constante, en tanto que en AM la envolvente es variable. En FM la información está contenida en la desviación de frecuencia, que depende de la *amplitud* de la señal moduladora y en la rapidez de dicha desviación, que a su vez, depende de la *frecuencia* de la señal moduladora.
4. La amplitud de la portadora varía de acuerdo a  $J_0(\beta)$  y, a diferencia de AM, la amplitud de la portadora en FM depende del índice de modulación  $\beta$ . La explicación física de esta propiedad estriba en el hecho de que la amplitud de la señal modulada en frecuencia es constante, de modo que la potencia promedio de una señal de FM también es constante. Cuando se modula en frecuencia a la portadora, la potencia de las bandas laterales se obtiene a expensas de la potencia original de la portadora, haciendo, por consecuencia, que la amplitud de la portadora varíe en función de  $\beta$  y pudiendo, incluso ser cero para ciertos valores de  $\beta$ . La potencia promedio de una señal modulada en frecuencia está dada por la relación:

$$P = \frac{1}{2} V_c^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(\beta) \quad (6.30)$$

En que  $V_c$  es el voltaje pico de la portadora sin modulación y:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(\beta) = 1 \quad (6.31)$$

La potencia total en FM se reduce a:

$$P = \frac{1}{2} V_c^2 \quad (6.32)$$

En la figura 6.4 se muestra el espectro discreto de amplitud, de una señal modulada en frecuencia, normalizada con respecto a la amplitud de la portadora, para el caso de una señal moduladora de frecuencia fija y amplitud variable. Como se puede apreciar, la desviación de frecuencia y, por consecuencia, el ancho de banda de la señal modulada, aumenta con la amplitud de la señal moduladora, es decir, con el índice de modulación  $\beta$ .

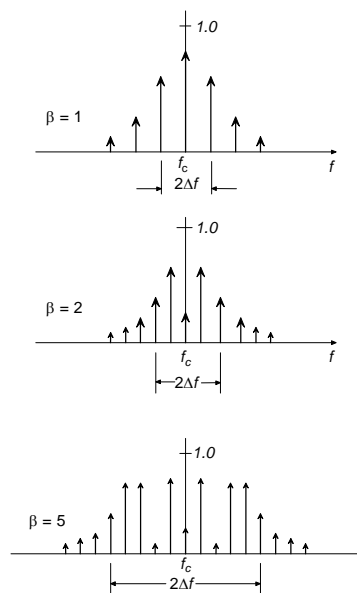


Fig. 6.4. Espectro de una señal de FM, para una señal moduladora de frecuencia constante y amplitud variable.

Análogamente, en la figura 6.5 se muestra el espectro de una señal modulada en frecuencia, en que ahora, la señal moduladora tiene amplitud constante y frecuencia variable. En este caso, la desviación de frecuencia,  $\Delta f$ , es constante y por consecuencia, también el ancho de banda significativo,  $2\Delta f$ .

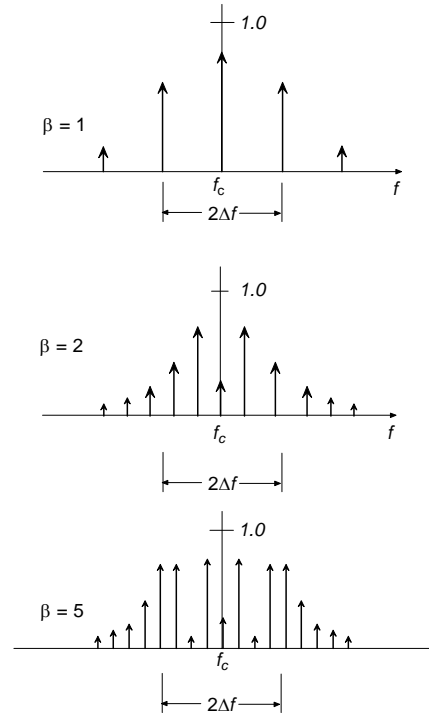


Fig. 6.5. Espectro de una señal modulada en FM, para una señal moduladora de amplitud constante y frecuencia variable.

### 6.7. FM de Banda Estrecha

Cuando el índice de modulación es pequeño, es decir,  $\beta \ll 1$ , la expresión en serie puede aproximarse por:

$$\begin{aligned} \cos[\beta \operatorname{sen}(2\pi f_m t)] &\approx 1 \\ \operatorname{sen}[\beta \operatorname{sen}(2\pi f_m t)] &\approx \beta \operatorname{sen}(2\pi f_m t) \end{aligned} \quad (6.33)$$

que puede reescribirse como:

$$v_c(t) = A \left\{ \cos(2\pi f_c t) - \frac{\beta}{2} \cos[2\pi(f_c - f_m)t] + \frac{\beta}{2} \cos[2\pi(f_c + f_m)t] \right\} \quad (6.34)$$

Que equivale a una señal de AM completa, con un defasamiento de  $180^\circ$  en la banda lateral inferior. El ancho de banda es, en este caso, el mismo que en AM completa, es decir, el doble del ancho de banda de la señal moduladora. Este esquema de modulación se designa como FM de banda estrecha.

Según aumenta el valor del índice de modulación,  $\beta$ , aumenta también el número de bandas laterales, lo que es resultado de que la modulación en frecuencia no es un proceso lineal, es decir, no hay una relación lineal entre el dominio del tiempo y el de frecuencia.

Las amplitudes de la portadora (frecuencia central) y de las bandas laterales, en número infinito, dependen del valor de  $\beta$ , que es la que determina el valor de la función de Bessel, que expresa la amplitud correspondiente. Es importante hacer notar que, para ciertos valores de  $\beta$ , la amplitud de la portadora es cero; es decir, sólo se tienen las bandas laterales. Aunque en FM, el número de bandas laterales, como se mencionó antes, es infinito, en la práctica el espectro de una señal modulada en FM se limita a un ancho de banda en que la energía de la señal es del orden del 99% de la energía de la señal en banda base. Esta es una aproximación válida, ya que la distorsión que se introduce en la señal transmitida no es significativa.

## 6.8 Circuitos moduladores de frecuencia

Para generar una señal modulada en frecuencia debe utilizarse un oscilador *cuya frecuencia varíe según la amplitud de la señal de información*, de modo que es necesario que alguno de los elementos del oscilador debe variar su *reactancia*, según la señal de información. En los principios de la modulación en frecuencia se utilizaron válvulas al vacío configuradas en un circuito que actuaba como una reactancia variable según el voltaje de la señal, constituyendo así un *oscilador de reactancia variable* (VCO<sup>4</sup>). En los circuitos transmisores actuales, se utilizan con frecuencia VCO integrados y bien sea que se trate de circuitos con elementos discretos o integrados, el VCO suele ir seguido de un amplificador que actúa como *buffer*<sup>5</sup> para producir el aislamiento entre el oscilador y la carga y mantener la estabilidad de frecuencia. La señal modulada en frecuencia se amplifica hasta obtener el nivel deseado de potencia a la salida. Los amplificadores de potencia en FM pueden funcionar en clase C y cerca de la saturación para conseguir la máxima eficiencia y, aunque si bien, la potencia en FM es constante al ser constante la envolvente

---

<sup>4</sup> La abreviatura significa *Voltage Controlled Oscillator* u oscilador controlado por voltaje.

<sup>5</sup> En este contexto un *buffer* es un amplificador de alta impedancia de entrada y baja impedancia de salida que actúa como elemento de separación entre el oscilador y la carga, a fin de que las variaciones de ésta no afecten a la frecuencia de oscilación.

de la señal modulada, es necesario algún circuito limitador de picos para mantener constante el nivel de la señal transmitida.

### *Osciladores controlados por voltaje*

Puesto que un VCO requiere de un elemento cuya reactancia varíe de acuerdo a la amplitud instantánea de la señal de entrada, un método simple para controlar su frecuencia es el de utilizar un *varactor* o *varicap*<sup>6</sup> Un varactor (*variable reactor*), designado también como varicap (*variable capacitor*), es un diodo cuyas propiedades fueron observadas inicialmente por Schottky<sup>7</sup> y analizadas también por Schockley<sup>8</sup>, particularmente la presencia de una capacidad, alrededor de la unión, sensible al voltaje inverso aplicado al diodo.

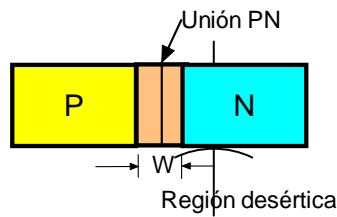


Fig. 6.6. Diodo varactor y símbolo del mismo.

Cuando se aplica a un diodo un voltaje inverso, alrededor de la unión P-N se forma una región desértica<sup>9</sup> sin carga eléctrica significativa respecto a la carga en las regiones N y P fuera de dicha región desértica, de anchura W, como se muestra en la figura 6.6, de modo que esta región actúa como un dieléctrico entre dos regiones cargadas, constituyendo así un condensador que, si es de placas planas tiene una capacidad dada por:

$$C = \frac{A\varepsilon}{W} \quad \text{fd} \quad (6.35)$$

donde A es el área de las placas en m<sup>2</sup>,  $\varepsilon = \varepsilon_0\varepsilon_r$  es la permitividad del dieléctrico y W la distancia entre las placas en m. En esta geometría simple, de placas planas y paralelas, la capacidad es función únicamente de la distancia entre ellas. En el caso del diodo, puesto que la anchura de la región desértica depende del voltaje inverso aplicado, la capacidad depende del voltaje, del nivel de impurificación del semi-

<sup>6</sup> Un *varactor* o *varicap* es un diodo que, en polarización inversa varía el ancho de la región desértica alrededor de la unión, según el voltaje aplicado, actuando así como un elemento de capacidad variable.

<sup>7</sup> Schottky, W. "Simplified and Extended Theory of Boundary Layer Rectifiers", *Z.Physik*, vol 118, pp. 539-592, 1942

<sup>8</sup> Schockley, W. "The Theory of P-N Junctions in Semiconductors and P-N Junction Transistors". *Bell System Technical Journal*, vol 28, pp. 435-489, July 1949.

<sup>9</sup> En inglés se designa como *depletion layer*.

conductor y de la geometría de la unión<sup>10</sup>. Para una unión N-P abrupta, la capacidad de la región desértica entre las regiones del semiconductor, suponiendo nivel de impurezas constante está dada por<sup>10</sup>:

$$C_V(V_R) = \frac{C_{V0}}{\sqrt{1 + \frac{V_R}{V_\phi}}} \quad (6.37)$$

Donde  $C_{V0}$  es la capacidad a  $V_R = 0$ ,  $V_R$ , el voltaje inverso aplicado al diodo y  $V_\phi$  es un pequeño voltaje positivo de contacto, generalmente menor de 1 V. La expresión anterior tiene algunas variantes<sup>9</sup> que, para el propósito aquí, no son muy significativas.

Independientemente del nivel de impurificación en el semiconductor,  $C_V(V_R)$  decrece monótonicamente según aumenta  $V_R$  como se ilustra en la figura 6.7. Esto es de esperar, ya que según aumenta el voltaje inverso,  $W$  también aumenta y la capacidad disminuye.

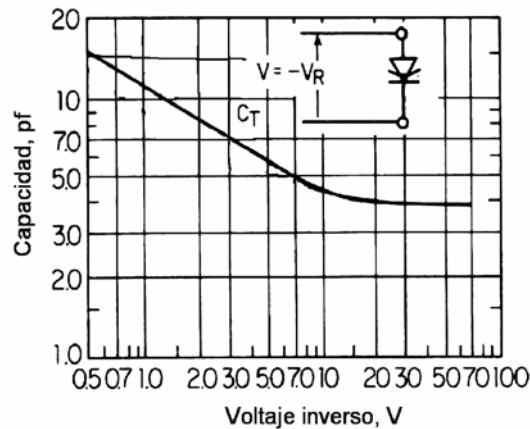


Fig. 6.7. Variación de la capacidad en función del voltaje inverso.

En la figura 6.8, se muestra un circuito modulador de frecuencia, muy sencillo, utilizando dos varactores. En este modulador, el circuito LC constituye el tanque de un oscilador LC. Un método simple de variar la frecuencia de resonancia de ese circuito sintonizado, es emplear varactores, para variar la capacidad total del tanque y, por consecuencia su frecuencia de resonancia según la magnitud del voltaje de señal aplicado a la entrada. La capacidad total del circuito está dada por  $C = C_0 + \Delta C$ , en que  $\Delta C$  es la capacidad total de los dos varactores, proporcional a  $v_m(t)$ , el voltaje de señal.

<sup>10</sup> Giacoletto, L. J. *Solid State Devices*. Sección 10 de *Electronics Designers' Handbook*, 2<sup>nd</sup> Edition. Ed. L. J. Giacoletto. McGraw-Hill Book Company. 1977.

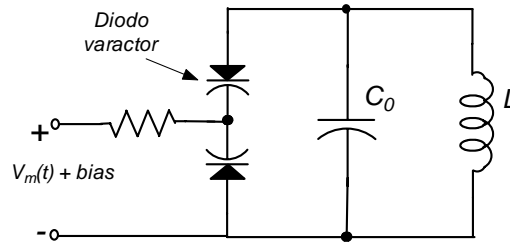


Fig. 6.8. Modulador de frecuencia con dos varactores.

A la entrada del circuito se aplica, además, un voltaje para mantener la polarización inversa de los varactores. La frecuencia angular de resonancia del circuito en estas condiciones está dada por:

$$\omega_{FM} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{LC_0}} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\Delta C}{C_0}}} \quad (6.38)$$

Si el cambio en la capacidad es pequeño, es decir,  $\Delta C \ll C_0$ , la expansión binomial  $[1 + \Delta C / C_0]^{-1/2}$ , puede aproximarse como  $(1 - \Delta C / 2C_0)$ , con lo que:

$$\omega_{FM} = \frac{1}{\sqrt{LC_0}} \left( 1 - \frac{\Delta C}{2C_0} \right) \quad (6.39)$$

La variación de capacidad de los varactores depende del voltaje de señal de modo que  $\Delta C = K v_m(t)$ , por lo que la frecuencia instantánea de la señal modulada en frecuencia puede expresarse ahora como:

$$\omega_{FM} = \omega_0 \left[ 1 - \frac{K v_m(t)}{2C_0} \right] \quad (6.40)$$

o bien:

$$f_{FM} = f_0 [1 - K_C v_m(t)] \quad (6.41)$$

Con lo que la frecuencia de oscilación del circuito resonante queda directamente relacionada con la amplitud de la señal moduladora. En estas condiciones el circuito resonante se puede utilizar como la red determinante de la frecuencia en un oscilador retroalimentado, produciendo, en forma directa, una señal modulada en frecuencia. Este tipo de modulador sólo puede usarse para generar FM de banda estrecha, ya que  $\Delta C \ll C_0$ , lo que requiere de multiplicación de frecuencia subsecuente para generar FM de banda ancha. El valor máximo del índice de modulación,  $\beta$ , que se puede conseguir con este tipo de modulador LC, es del orden de 0.2, de

modo que para producir FM de banda ancha se requieren varias etapas multiplicadoras. Al multiplicar la frecuencia mediante un dispositivo no lineal, también se multiplica el índice de modulación por el mismo factor.

## 6.9 Demodulación de Frecuencia

La función principal de un demodulador o detector de frecuencia es generar una señal cuya amplitud sea proporcional a la frecuencia instantánea  $f_i$  de la señal modulada en frecuencia. La expresión para una señal modulada en frecuencia es:

$$v_{FM}(t) = A \cos\left(\omega_0 t + K \int_0^t v_m(t) dt\right) \quad (6.42)$$

Si se deriva la expresión anterior, se tiene:

$$\frac{dv_{FM}(t)}{dt} = -A[\omega_0 + K v_m(t)] \text{sen}\left(\omega_0 t + K \int_0^t v_m(t) dt\right) \quad (6.43)$$

Que es la expresión de una señal modulada en frecuencia, pero cuya envolvente tiene una magnitud proporcional a la amplitud de la señal moduladora  $v_m(t)$ , que puede recuperarse mediante un detector de envolvente que, ignorará las variaciones de frecuencia de la portadora. Tradicionalmente los demoduladores o detectores de FM aplicaron las propiedades de los circuitos sintonizados para conseguir la derivación deseada, lo que se ilustra en la figura 6.9, en que la frecuencia de resonancia del circuito sintonizado,  $f_r$ , se elige, no a la frecuencia central,  $f_0$  de la señal modulada en frecuencia, sino ligeramente desviada, de modo que  $f_0$  caiga sobre la parte lineal de la respuesta del circuito.

La linealidad de un circuito resonante simple como el de la figura está limitada a un rango de frecuencias reducido, que puede extenderse introduciendo un segundo circuito resonante a una frecuencia ligeramente diferente del primero, de modo que entre ambos tengan una respuesta como se ilustra en la figura 6.10.

Cada uno de los circuitos sintonizados se alimenta con fases opuestas, produciendo una característica de transferencia como la mostrada. En este principio se basan algunos de los *discriminadores de frecuencia*, como el que se ilustra en la figura 6.11 y que se designan como *discriminadores balanceados*.

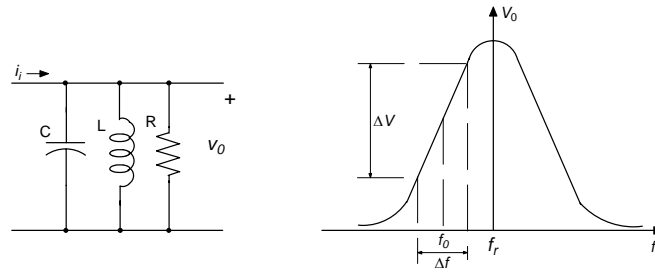


Fig. 6.9. Principio de la demodulación en frecuencia.

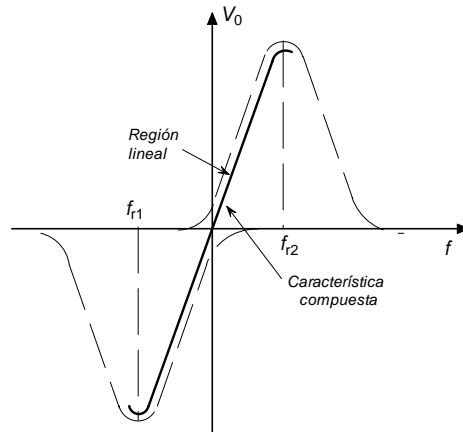


Fig.6.11. Discriminación de frecuencia mediante dos circuitos sintonizados.

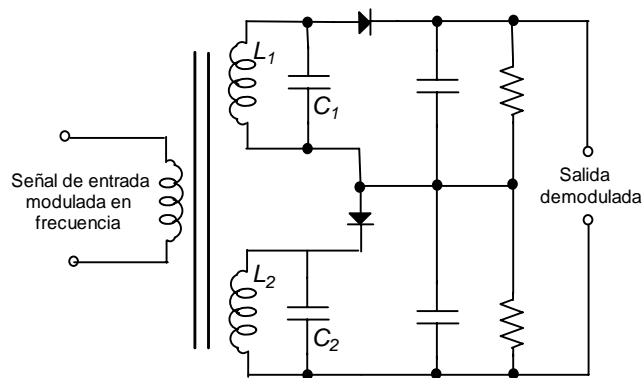


Fig. 6.11. Discriminador balanceado.

La respuesta amplitud-frecuencia de un discriminador balanceado como el de la figura anterior es similar a la de la figura y, en ella, la frecuencia central, es decir la correspondiente a la portadora sin modulación, se sitúa en el centro de los ejes coordenados. Las frecuencias de resonancia de los circuitos sintonizados están desviadas de ésta hacia arriba y hacia abajo, como también se aprecia en la figura 6.11.

Un problema con este tipo de circuitos discriminadores, es que también son sensibles a variaciones de amplitud, por lo que para evitar estas variaciones, previamente la señal modulada en frecuencia pasa por un *limitador*, cuyo efecto se ilustra en las figuras 6.12 y 6.13

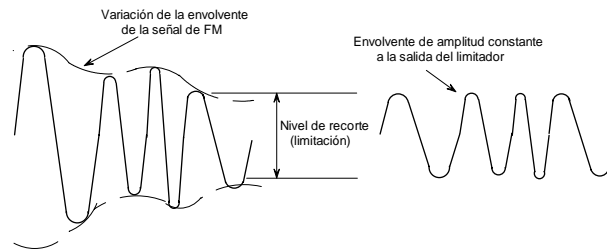


Fig. 6.12. Variaciones de amplitud en una señal modulada en frecuencia.

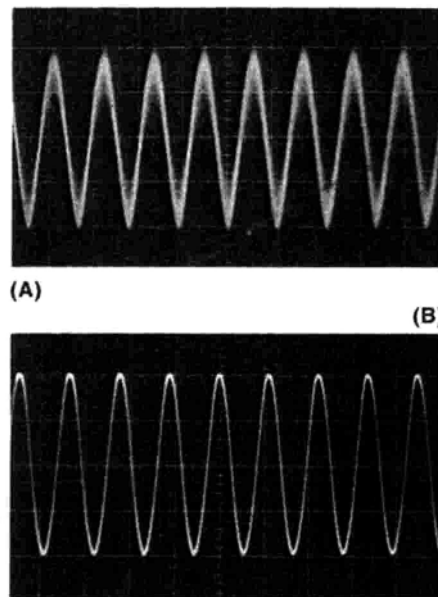


Fig. 6.13. Formas de onda antes (a) y después (b) del limitador.

En la figura 6.14 se ilustra un limitador típico con circuito integrado. La entrada al limitador es la señal de salida del amplificador de frecuencia intermedia en un receptor, con variaciones de amplitud como las mencionadas antes. Su salida, de amplitud constante, es la señal de entrada al discriminador o detector de frecuencia.

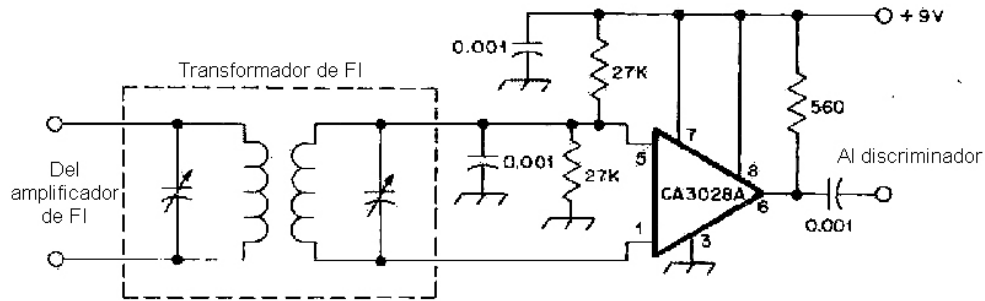


Fig. 6.14. Limitador con circuito integrado.

Las técnicas actuales de demodulación o detección de señales moduladas en frecuencia se basan en el empleo de la tecnología de circuitos integrados, en que por lo general, no se emplean inductancias. El efecto de la limitación de la señal de FM, como se aprecia de la figura anterior, produce de hecho, una señal de pulsos de amplitud constante y frecuencia variable, en la que la frecuencia instantánea se preserva en los *cruces por cero* de la señal pulsante. En la figura 6.15 se ilustra un circuito, completamente digital, basado en la detección de los cruces por cero.

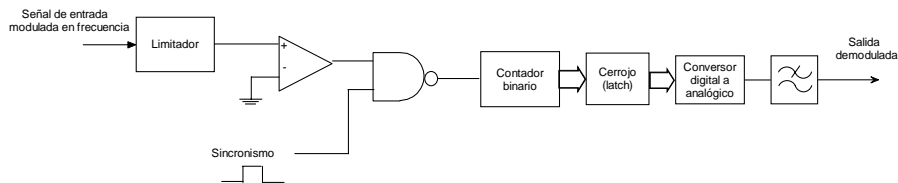


Fig. 6.15. Demodulador digital de FM.

El número de cruces por cero en un intervalo determinado se aplican a la entrada de un contador binario, cuyas salidas se aplican a un convertidor digital-analógico (DAC), cuyo voltaje de salida, ya en el dominio analógico, es proporcional al número de cruces por cero y, por consecuencia, proporcional a la amplitud de la señal moduladora original.

### 6.10 Ruido en sistemas de FM

La recepción de señales de FM ofrece algunas ventajas respecto a la de AM. Por una parte, el empleo del limitador ayuda a reducir el ruido impulsivo, que se traduce en variaciones de amplitud. Por otra parte, el ruido a la entrada del receptor no puede modular directamente en frecuencia a la portadora incidente, ya que su frecuencia está fijada en un transmisor distante, sin embargo la fase del ruido modula a la portadora en el receptor y esto da lugar a una reducción en la señal de salida comparada con AM. Una ventaja importante en FM es que puede conseguirse mejorar la relación señal a ruido ( $S/N$ ) en la recepción aumentando la desviación de frecuencia de la señal transmitida, si bien esto conlleva un aumento en el ancho de banda necesario.

En FM el nivel de la portadora o más propiamente, de la componente espectral a la frecuencia central, depende del índice de modulación según  $J_0(\beta)$  como puede verse de la expresión (6.23) y hay valores de  $\beta$ , el índice de modulación, para los cuales la amplitud de la portadora es muy pequeña o nula. Cuando esta se reduce a un nivel menor al de *umbral*, la relación  $S/N$  se reduce rápidamente. En sistemas de FM es común hablar de la relación portadora a ruido ( $C/N$ ), para la señal a la salida de la etapa de FI o a la entrada del detector y de la relación  $S/N$  para la señal a la salida de éste. La relación entre ambas es como se muestra en la figura 6.17, para un índice de modulación  $\beta = 5$ .

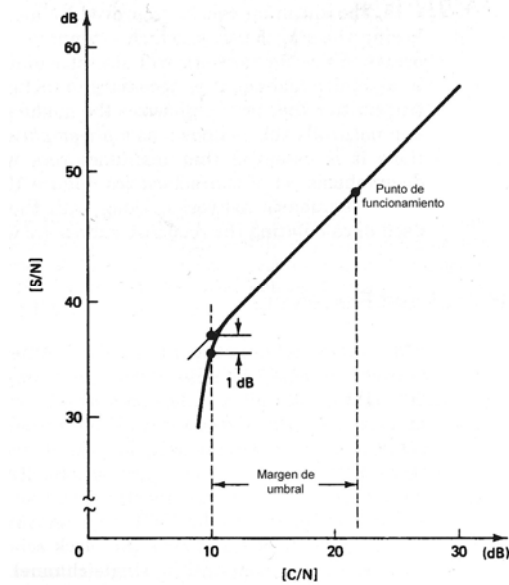


Fig. 6.17. Umbral en FM.

Este umbral es relativamente insensible al índice de modulación y ocurre aproximadamente a  $C/N \approx 10$  dB.

### 6.11 Preénfasis y deénfasis<sup>11</sup>

En FM la densidad espectral de ruido aumenta en función del cuadrado de la distancia, esto es, a razón de 20 dB/octava, a diferencia de AM en que la densidad espectral es constante. En el espectro de la señal modulada en FM, la mayor parte de la energía está en las componentes de baja frecuencia alrededor de la frecuencia central, de modo que las componentes de alta frecuencia de la señal, de menor amplitud, se ven más afectadas por el ruido.

Para corregir esto, la señal de banda base se *predistorsiona*, aumentando la amplitud de las componentes de alta frecuencia o lo que es equivalente, atenuando las componentes de baja frecuencia, mediante circuitos de *preénfasis* en el transmisor, que acentúan las altas frecuencias y de *deénfasis* que las restauran a su forma espectral original en el receptor. La respuesta de estos circuitos se ilustra en la figura 6.17.

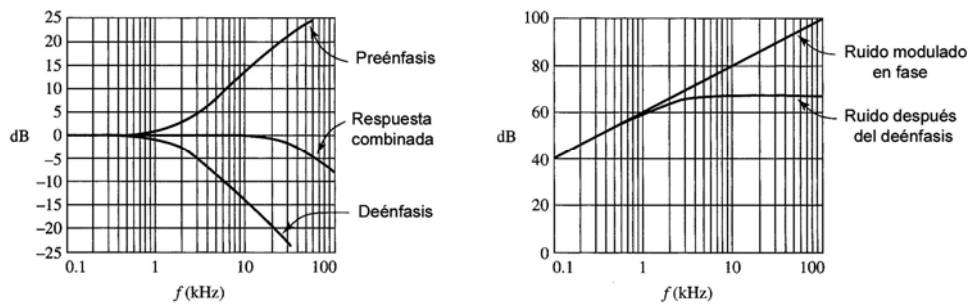


Fig. 6.17. Respuesta de los circuitos de preénfasis y deénfasis.

Como se aprecia en la figura de la izquierda, la respuesta del preénfasis corresponde a la de un filtro de paso alto, en tanto que la del de deénfasis a la de uno de paso bajo, como se muestra en la figura 6.18.

<sup>11</sup> También se designan como *preacentuación* y *desacentuación*.

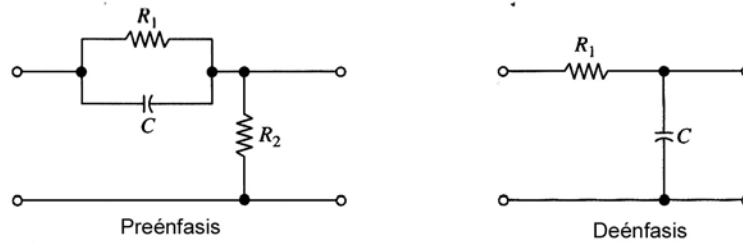


Fig. 6.18. Circuitos simples de preénfasis y deénfasis.

La entrada del circuito de preénfasis es la señal en banda base, antes del modulador. La entrada al circuito de deénfasis es la salida del discriminador y su salida es la señal en banda base con el espectro original antes de la modulación.

### Problemas

6.1. Un sistema de FM de banda estrecha transmite una señal senoidal de frecuencia  $f_m$  que produce una desviación de frecuencia de la portadora de  $0.1f_m$ . Estime el ancho de banda necesario y las amplitudes relativas de la portadora y de las bandas laterales significativas.

6.2. Calcular el ancho de banda requerido para la transmisión de 24 señales telefónicas. Cada señal está limitada en banda entre 300 y 3400 Hz, con bandas de guarda efectivas de 0.9 KHz entre canales adyacentes. Se utiliza modulación en banda lateral única y multiplexado por división de frecuencia.

6.3. Una señal de forma  $A\cos(\omega_c t)$  sufre interferencia aditiva con una señal  $N\cos(\omega_c + \omega_N)t$ . Determinar la amplitud resultante y la desviación de frecuencia de las señales combinadas, suponiendo que  $A \gg N$ . Calcular, además, la potencia de salida normalizada cuando las señal combinada deseada y las de interferencia se procesan mediante:

- Un receptor de AM de sensibilidad tal que, cuando recibe una señal modulada con una profundidad de modulación de  $m=1$ , su demodulador da 1 V<sub>pi-co</sub> de salida.
- Un receptor de FM tal que, cuando la desviación de frecuencia de la señal de entrada es  $f_D$ , su demodulador entrega una salida de 1 V.
- De lo anterior, demuestre que para la señal interferente en este caso, el receptor de FM es superior al de AM si  $f_D/f_m > 1$ , donde  $f_m$  es la frecuencia máxima de la señal en banda base que pasa por las etapas posteriores a la detección.

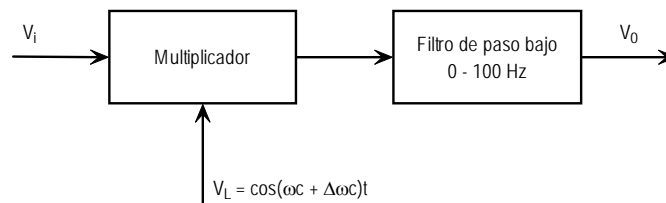
6.4. Una portadora de forma  $\cos\omega_c t$  está modulada por una señal de forma  $v(t) = m[\cos\omega t + \cos(2\omega t)]$ . Obtenga las expresiones correspondientes a la portadora modulada para los casos siguientes:

- AM completa.
- FM, asumiendo que una señal con amplitud de 1 V produce una desviación de frecuencia de K Hz.
- Modulación de fase, suponiendo que una señal con amplitud de 1V produce una desviación de fase de M radianes.

6.5. En la figura siguiente se muestran los elementos básicos de un demodulador para un sistema de radiotelegrafía. Determinar y dibujar la forma de onda del voltaje de salida  $v_0$  para:

- Cuando la portadora local reinsertada es  $\omega_c$ ; es decir  $\Delta\omega_c = 0$ .
- Cuando  $\Delta f_c = +20$  Hz.

La señal de entrada es de forma:  $v_i(t) = [\cos(\omega_1 t - 0.25\cos(3\omega_1 t))]\cos(\omega_c t)$ , y  $f_1 = 25$  Hz.



6.6. Una portadora de 15 w se modula en frecuencia con una señal senoidal, tal que la desviación pico es de 6 kHz. La frecuencia de la señal moduladora es 1 kHz. Calcular la potencia de salida sumando las potencias de todas las bandas laterales.

6.7. Calcular el ancho de banda necesario para un sistema de radiodifusión de FM en que la máxima desviación permitida es  $\pm 75$  KHz y la máxima frecuencia de la señal moduladora no puede exceder los 15 kHz.



## Capítulo 7

### Modulación de Pulsos

#### Introducción

Las modulaciones de amplitud, frecuencia y fase tratadas en los capítulos anteriores se designan genéricamente como *modulaciones de onda continua*, en que se varían los parámetros de una portadora senoidal continua de acuerdo a una señal moduladora de información. En la modulación de pulsos, lo que se varía es alguno de los parámetros de un tren de pulsos uniformes, bien sea su amplitud, duración o posición. En este tipo de modulación se distinguen dos clases: *modulación analógica de pulsos*, en que la información se transmite básicamente en forma analógica, pero la transmisión tiene lugar a intervalos discretos de tiempo y *modulación digital de pulsos* en que la señal de información es discreta, tanto en amplitud como en tiempo, permitiendo la transmisión digital como una secuencia de pulsos codificados, todos de la misma amplitud. Este tipo de transmisión no tiene contraparte en los sistemas de onda continua. En la modulación digital, la señal de información es un flujo binario compuesto por señales *binarias*, es decir cuyos niveles de voltaje sólo son dos y corresponden a ceros y unos. En la modulación analógica de pulsos, la señal no necesariamente es de dos niveles, sino que el nivel de la señal puede tener cualquier valor real, si bien la señal es *discreta*, en el sentido de que se presenta a intervalos definidos de tiempo, con amplitudes, frecuencias, o anchos de pulso variables. Los esquemas de modulación de pulsos son varios, los más importantes:

- Modulación por amplitud de pulsos (PAM).
- Modulación por duración o anchura de pulsos (PWM o PDM).
- Modulación por posición de pulsos (PPM).
- Modulación por codificación de pulsos (PCM)

#### 7.1 Muestreo

El proceso de *muestreo* es común a todos los sistemas de modulación de pulsos y por lo general, su descripción se hace en el dominio del tiempo. Mediante el muestreo, una señal analógica continua en el tiempo, se convierte en una secuencia de muestras discretas de la señal, a intervalos regulares. El teorema de muestreo esta-

blece que: *Una señal continua, de energía finita y limitada en banda, sin componentes espectrales por encima de una frecuencia  $f_{max}$ , queda descrita completamente especificando los valores de la señal a intervalos de  $1/2f_{max}$  segundos.* La señal así muestreada puede recuperarse mediante un filtro de paso bajo. La frecuencia  $2f_{max}$  se designa como frecuencia de Nyquist.

Si una señal  $x(t)$ , limitada en banda, es decir, que no tiene componentes espectrales por encima de una cierta frecuencia  $f_{max}$  se multiplica por un tren de impulsos con intervalo constante  $T$ , dado por:

$$\delta_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) \quad (7.1)$$

La señal muestreada resultante estará dada por:

$$x_M(n) = x(t)\delta_T(t) = x(t - nT) \quad (7.2)$$

En que  $n$  representa ahora intervalos discretos de tiempo cada  $T$  segundos. La señal  $x(t - nT)$  es, por tanto, una señal discreta como se muestra en la figura 7.1 y cuya amplitud corresponde a la de la señal original en los puntos de muestreo. Se dice también que la señal resultante está modulada por amplitud de pulsos (PAM).

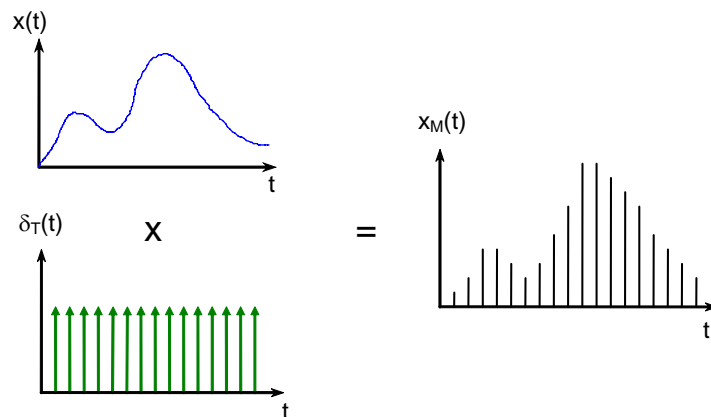


Fig. 7.1. Muestreo ideal.

En el dominio de frecuencia, la operación anterior equivale a la convolución del espectro de la señal con el del tren de impulsos, es decir:

$$\begin{aligned} X_M(\omega) &= X(\omega) * \delta_T(\omega) \\ &= X(\omega) * \left[ \frac{2\pi}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta\left(\omega - \frac{2\pi k}{T}\right) \right] \end{aligned} \quad (7.3)$$

Donde  $X(\omega)$  es la transformada de Fourier de  $x(t)$  y el símbolo \* representa la operación de convolución. La transformada de Fourier del tren de impulsos en el dominio del tiempo es otro tren de impulsos en el dominio de frecuencia. De la expresión (5.3) se infiere que el espectro de la señal original se reproduce periódicamente en la forma mostrada en la figura 7.2.

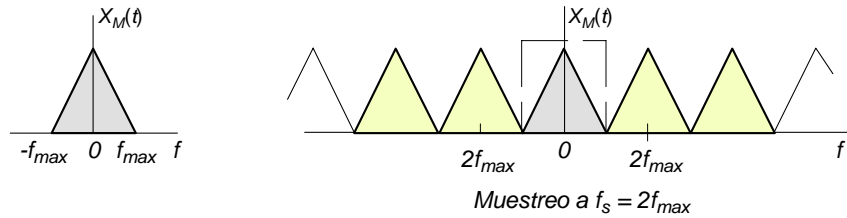


Fig. 7.2. Espectro de la señal muestreada.

Si el período de los impulsos es  $T = \pi/\omega_{max} = 1/2 f_{max}$ , los espectros no se traslapan. Cuando la frecuencia de muestreo  $f_0 = \omega_0/2\pi$  es menor que la máxima frecuencia de la señal, el intervalo de muestreo  $T$  aumenta y los espectros se traslapan. Al recuperar la señal en banda base mediante un filtro de paso bajo, cuya respuesta se indica por la línea de puntos en la primera figura, se produce, con señales analógicas, distorsión en altas frecuencias y, con señales digitales, interferencia entre símbolos. Si por otra parte, la frecuencia de muestreo es mayor que  $2f_{max}$ , los espectros quedan separados por una *banda de guarda* que será mayor cuanto mayor sea la frecuencia de muestreo y que garantiza la posibilidad de recuperar el espectro de la señal original sin distorsión apreciable como se ilustra en la figura 7.3.

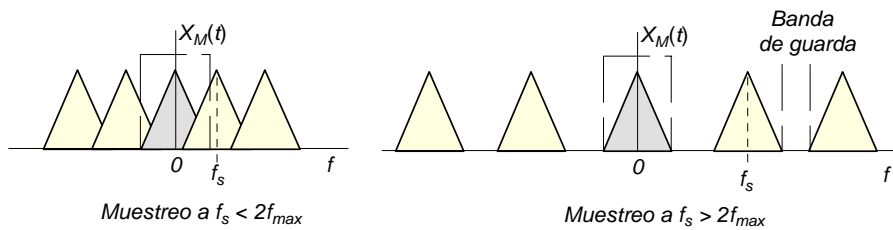


Fig. 7.3. Muestreo a  $f_s < f_{max}$  y  $f_s > f_{max}$ .

Si la frecuencia de muestreo es inferior a la frecuencia de Nyquist ( $2f_{max}$ ) se produce solapamiento de las bandas adyacentes, lo que produce un tipo de distorsión designado como *aliasing*. Para evitarlo, antes del muestreo se inserta un filtro de paso bajo (filtro antialiasing) con atenuación grande a frecuencias superiores a  $f_{max}$  y el muestreo se realiza a una frecuencia ligeramente mayor que la de Nyquist, lo

que produce una *banda de guarda* entre los espectros vecinos, facilitando el filtrado en la recuperación de la señal original.

El tratamiento anterior corresponde al caso de muestreo ideal, en que la señal de interés se muestrea con un tren de impulsos  $\delta_T(t)$ . En la práctica el muestreo no se realiza con impulsos ideales, sino con pulsos de corta duración,  $T_1$ , como se muestra en la figura 7.4 y cuya transformada de Fourier es:

$$P(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{2 \operatorname{sen}(k\omega_0 T_1)}{k} \delta(\omega - k\omega_0) \quad (7.4)$$

donde  $\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi/T_0$  es la frecuencia angular de muestreo y  $T_0$  el período de repetición de los pulsos.

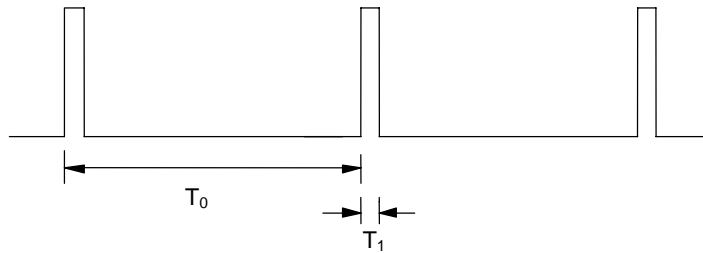


Fig. 7.4. Pulsos de muestreo.

Como puede verse de (7.4), el espectro del tren de pulsos que constituye ahora la señal de muestreo, ya no es un tren de impulsos de la misma amplitud en el dominio de la frecuencia, sino una secuencia de pulsos cuya envolvente en el dominio de frecuencia es una función de tipo  $\operatorname{sinc}(x)$  o  $\operatorname{sen}(x)/x$ . La convolución entre esta señal de muestreo con la señal original  $x(t)$ , dará lugar al espectro de la señal muestreada, en que las amplitudes de las diferentes componentes frecuenciales están distorsionadas como consecuencia de la envolvente variable del espectro de la señal de muestreo en la forma que se indica en la figura 7.5. Para corregir esta distorsión espectral es necesario, para la correcta recuperación de la señal, utilizar un ecualizador cuya respuesta sea la inversa de  $\operatorname{sinc}(x)$  en la forma mostrada en la figura 7.6.

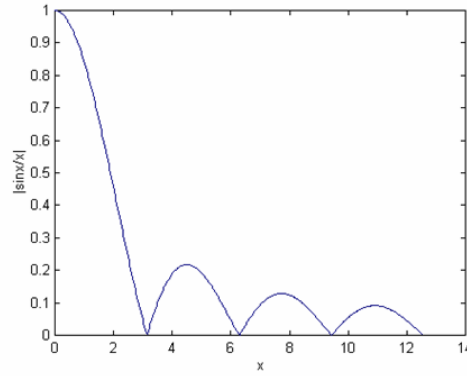


Fig. 7.5. Envoltura del espectro resultante del muestreo con pulsos cuadrados.

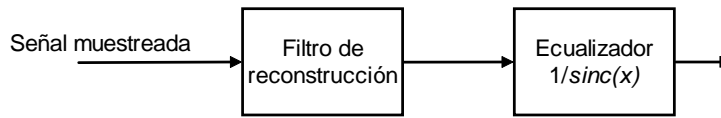


Fig. 7.6. Ecuación de la señal muestreada.

### 7.2 Modulación por amplitud de pulsos

Este tipo de modulación es la consecuencia inmediata del muestreo de una señal analógica. Si una señal analógica, por ejemplo de voz, se muestrea a intervalos regulares, en lugar de tener una serie de valores continuos, se tendrán valores discretos a intervalos específicos, determinados por la, que debe ser como mínimo del doble de la frecuencia máxima de la señal muestreada. Esto se ilustra esquemáticamente en la figura 7.7

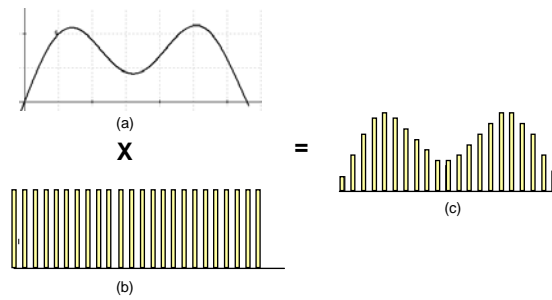


Fig. 7.7. Muestreo de una señal analógica.

En la figura anterior, una señal analógica (a), se multiplica, por ejemplo mediante un mezclador, por un tren de pulsos (b), de amplitud constante y se tiene como resultado un tren de pulsos (c) modulado en amplitud. La envolvente de este tren de pulsos modulados se corresponde con la señal analógica. Para recuperar ésta, basta con filtrar a paso bajo el tren de pulsos (c), como se ilustra en la figura 7.8.

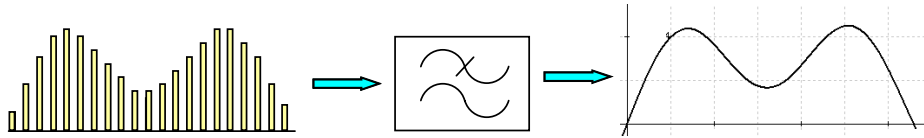


Fig. 7.8. Recuperación de una señal PAM mediante filtrado a paso bajo.

La transmisión de las señales moduladas por amplitud de pulsos impone condiciones severas respecto a las respuestas en magnitud y fase del sistema, a causa de la corta duración de los pulsos. Por otra parte, el comportamiento de un sistema PAM respecto al ruido nunca puede ser superior al de transmisión en banda base. Sin embargo, la modulación por amplitud de pulsos es el primer paso indispensable en la conversión de señales analógicas a digitales, entendiéndose aquí por señal digital aquella que solamente tiene dos niveles. La señal PAM es una señal *discreta*, no necesariamente digital.

### 7.3 Tipos de modulaciones analógicas de pulsos

Además de la modulación por amplitud de pulsos, pueden variarse otros parámetros del tren de pulsos sin modulación: la duración de los pulsos y su posición relativa, como se ilustra en la figura 7.9.

**Modulación por duración o anchura de pulsos** (PWM<sup>1</sup> o PDM<sup>2</sup>). En este caso, las muestras de la señal se emplean para variar la anchura o duración de los pulsos. Aunque no es muy utilizado, en la actualidad se emplea en transmisores modulados en amplitud, en que la modulación se realiza primero en esta forma. Esta técnica permite aumentar la eficiencia del transmisor.

**Modulación por posición de pulsos.** En este caso, la señal moduladora produce un desplazamiento de los pulsos respecto a la posición de éstos en ausencia de modulación.

<sup>1</sup> PWM = *Pulse Width Modulation*.

<sup>2</sup> PDM = *Pulse Duration Modulation*.

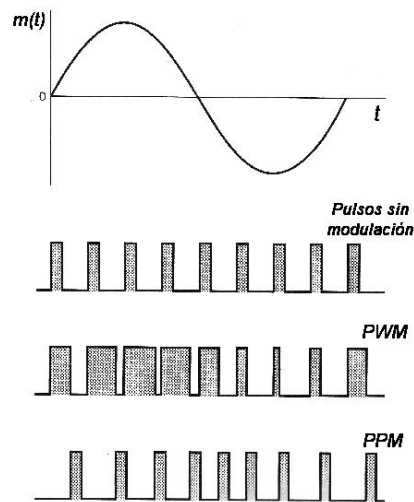


Fig. 7.9. Modulaciones por duración y posición de pulsos.

#### 7.4 Modulación por codificación de pulsos (PCM<sup>3</sup>)

Este tipo de modulación, sin duda la más utilizada de todas las modulaciones de pulsos es, básicamente, el método de conversión de señales analógicas a digitales (CAD). PCM siempre conlleva modulación previa de amplitud de pulsos. Una señal analógica se caracteriza por el hecho de que su amplitud puede tomar cualquier valor entre un mínimo y un máximo, de forma continua. Una señal PAM también puede tener cualquier valor, pero en intervalos discretos. Esto significa que el posible número de valores de amplitud es infinito. Por otra parte, la amplitud de una señal digital sólo puede tener un número finito de valores, por lo general dos (cero y uno). Una señal analógica puede convertirse a digital mediante un proceso de *muestreo* y *cuantificación*. El muestreo la convierte en una señal PAM, la cuantificación redondea el valor de la amplitud al número permisible más cercano, generalmente en el intervalo  $(0, 2^n)$  y lo codifica en un cierto número de bits. En realidad, no es estrictamente necesario transmitir con toda exactitud las amplitudes de las muestras. En el caso de señales de voz o de imagen, el receptor último es el oído o el ojo, que detectan sólo diferencias finitas, de modo que la señal original,

<sup>3</sup> PCM = *Pulse-Code Modulation*. En España es frecuente emplear la abreviatura "MIC" de *Modulación por impulsos codificados*. Aunque es de uso común, el término es incorrecto. por una parte, pulso e impulso son dos cosas diferentes. Por otra, tampoco es lo mismo hablar de codificación de pulsos, que de pulsos codificados, también son cosas diferentes.

continua, puede aproximarse por una señal formada por un conjunto de amplitudes discretas seleccionadas de forma tal que el error sea mínimo. Si las muestras de amplitudes distintas están muy cercanas entre sí, la señal aproximada prácticamente no se distinguirá de la señal continua original.

Desde un punto de vista práctico, es deseable una señal binaria, que puede tomar sólo dos valores, por su simplicidad. Para ello, la señal cuantificada a niveles discretos entre 0 y  $2^n$  valores, puede codificarse mediante un símbolo de  $n$  bits, por lo que generalmente la cuantificación va seguida de un proceso de *codificación*.

## 7.5 Cuantificación y codificación

Este proceso se resume en el diagrama de bloques de la figura 7.10.

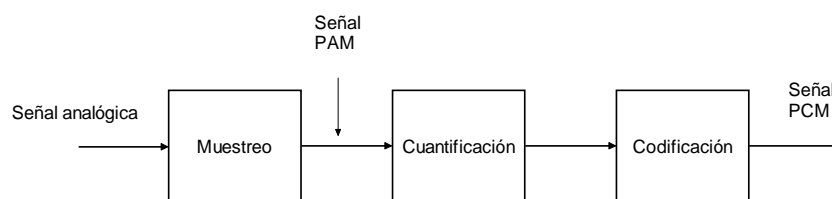


Fig. 7.10. Diagrama de bloques del sistema PCM.

Para efectuar esta conversión, la señal muestreada (PAM) se aplica, a través de una cadena de divisores de voltaje, a una serie de comparadores, cuyo número es igual al de niveles de cuantificación, como se ilustra en la figura 7.11. La otra entrada a los comparadores procede de un voltaje de referencia preciso, aplicado a un divisor de voltaje similar al anterior, con tantas resistencias como niveles de cuantificación haya. Así por ejemplo, para codificación a 8 bits se requieren  $2^8 = 256$  niveles de cuantificación y, por tanto 256 comparadores. Debido a la acción de los divisores de voltaje, tanto para la señal como para el voltaje de referencia, los voltajes serán coincidentes a la entrada de uno solo de los comparadores de la cadena, el cual producirá una salida “1”, en tanto que todos los restantes tendrán salida “0”. Es decir, en cada punto de muestreo, solamente uno de los comparadores entregará una señal diferente a los demás, que corresponderá al nivel de cuantificación de la señal de entrada.

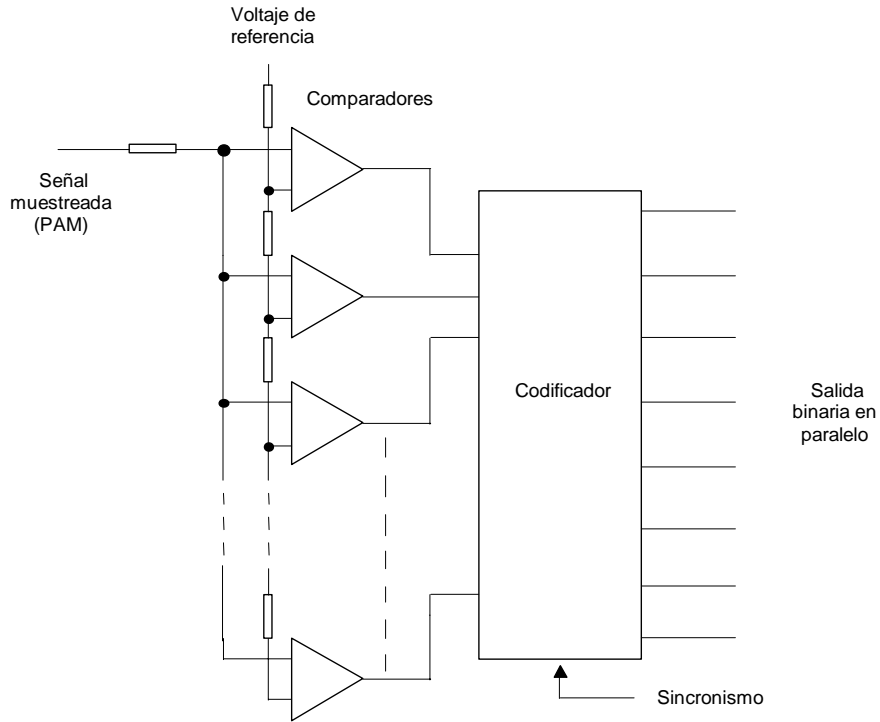


Figura 7.11. Cuantificación y codificación.

Las salidas de los comparadores se aplican a un convertidor de código con 256 entradas y 8 salidas, de modo que a la salida del codificador se tendrá una palabra o símbolo de 8 bits *en paralelo*, correspondiente al nivel de cuantificación en el punto de muestreo de la señal de entrada. Mediante un registro de desplazamiento de entrada en paralelo y salida en serie, es posible convertir la salida en paralelo del codificador en una secuencia de bits en serie.

Todo el proceso anterior requiere de sincronismo preciso que debe ser proporcionado por un oscilador o reloj maestro, de modo que la señal de salida del codificador sea perfectamente identificable en el tiempo.

La señal de salida del convertidor analógico-digital es una señal binaria, ya sea en serie o en paralelo y, en tales condiciones, ha perdido completamente las características de la señal analógica y ya no puede identificarse como tal, excepto por la relación que guarda cada símbolo con la amplitud de aquélla. Sin embargo, la correspondencia entre la amplitud de las muestras de la señal analógica y su representación binaria no es exacta, ya que en el proceso de cuantificación sólo se identifican

niveles discretos y las amplitudes de las muestras no corresponden con exactitud a los valores de amplitud asignados a los niveles de cuantificación. Así, a cada muestra se le asignará el nivel más cercano, introduciendo con ello un error en el proceso de cuantificación, al que se designa como *ruido de cuantificación*, que puede ser más o menos apreciable en la reproducción de la señal. Si la señal analógica tiene, por ejemplo, una amplitud de 1 V, cada nivel de cuantificación representará aproximadamente 4 mV y el error de cuantificación que se introduce será, como máximo, de  $\pm 2$  mV. Este nivel es sumamente pequeño y en general, no apreciable en la recuperación de la señal. Sin embargo si se realizan varios procesos de codificación y decodificación en cascada, el ruido de cuantificación se acumula y se producen degradaciones importantes en la señal recuperada.

### 7.6 Cuantificación uniforme y no uniforme

La cuantificación es uniforme cuando los niveles de cuantificación están espaciados uniformemente, o dicho de otra manera, cuando los escalones en la figura 7.12 tienen la misma altura.

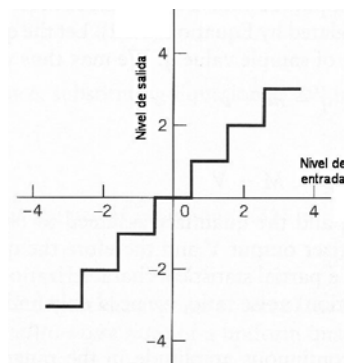


Fig. 7.12. Cuantificación uniforme

En algunas aplicaciones de telefonía y procesamiento de imágenes, es conveniente cuantificar los valores pequeños de señal con niveles menores, es decir de manera más fina que los valores altos. Esto se ilustra en la figura 7.13.

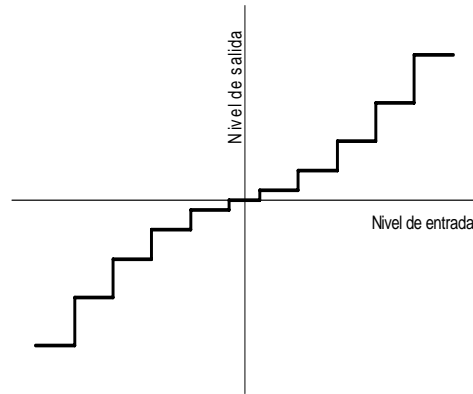


Fig. 7.13. Cuantificación no uniforme.

El empleo de un cuantificador uniforme equivale a pasar la señal en banda base por un *compresor* y luego aplicar la señal comprimida a un cuantificador uniforme. Hay dos métodos de cuantificación no uniforme, uno designado como *ley  $\mu$*  y otro como *ley A*. La cuantificación de acuerdo a la ley  $\mu$  sigue la regla siguiente:

$$|v| = \frac{\log(1 + \mu|m|)}{\log(1 + \mu)} \quad (7.5)$$

Donde  $m$  y  $v$  son los voltajes normalizados de entrada y salida y  $\mu$  es una constante positiva. Si  $\mu = 0$ , la cuantificación es uniforme. La cuantificación de acuerdo a la ley  $\mu$  es aproximadamente lineal para niveles pequeños de la señal de entrada, que corresponden a  $\mu|m| \ll 1$  y, aproximadamente logarítmica para niveles grandes de la señal de entrada cuando  $\mu|m| \gg 1$ .

Por otra parte, la ley A está definida como:

$$v = \begin{cases} \frac{A|m|}{1 + \log A} & 0 \leq m \leq \frac{1}{A} \\ \frac{1 + \log(A|m|)}{1 + \log A} & \frac{1}{A} \leq m \leq 1 \end{cases} \quad (7.6)$$

En este caso la cuantificación uniforme se tiene cuando  $A = 1$ .

Con el empleo de compresión no uniforme se consigue mejorar la relación señal a ruido a niveles bajos de señal, a expensas de la relación señal a ruido para señales grandes.

## 7.7 Ruido de cuantificación

La cuantificación de una señal introduce un *error de cuantificación*, definido como la diferencia entre el valor real de la señal y el valor de la señal cuantificada, es decir, la diferencia entre la magnitud de la señal de entrada y la de salida. Supóngase que los niveles de cuantificación corresponden a valores de 0, 1, 2,... volts y que la señal de entrada es de 1.2 V. La señal cuantificada de salida es, por ejemplo 1 V, con lo que el error de cuantificación es de 0.2 V. Si la entrada es de 1.7 V y la salida se cuantifica a 2 V, el error es de 0.3 V. El cuantificador redondea el valor de la señal de entrada al valor más cercano de los posibles niveles de cuantificación. El nivel de decisión para el redondeo hacia arriba o hacia abajo, suele tomarse a la mitad del intervalo de cuantificación. El tipo de redondeo para un nivel de entrada igual al nivel de decisión se define en el diseño. En la figura 7.14 se ilustra la forma de una señal cuantificada y, en la parte inferior, el error de cuantificación. El error de cuantificación representa, de hecho, ruido adicional que depende del número de niveles de cuantificación. Cuanto menor sea éste, mayor será el ruido. En la siguiente tabla se ilustra la relación señal a ruido para diferentes niveles de cuantificación.

Número de niveles	Bits/muestra	S/N dB
32	5	31.8
64	6	37.8
128	7	43.8
256	8	49.8

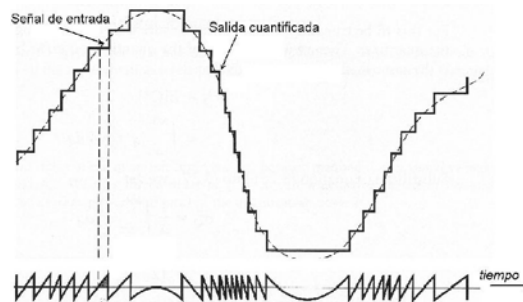


Fig. 7.14. Señal cuantificada y error de cuantificación.

### 7.8 Cualidades e inconvenientes de PCM

La modulación por codificación de pulsos está presente, bien sea en la forma tratada antes, o en alguna de sus variantes, en la mayoría de las aplicaciones para transmitir o procesar información analógica en forma digital. Sus ventajas se resumen en el hecho de emplear codificación de pulsos para la representación digital de señales analógicas, característica que lo distingue de todos los demás métodos de modulación analógica. Algunas de sus ventajas más importantes son:

- ♦ Robustez ante el ruido e interferencia en el canal de comunicaciones.
- ♦ Regeneración eficiente de la señal codificada a lo largo de la trayectoria de transmisión.
- ♦ Formato uniforme de transmisión para diferentes clases de señales en banda base, lo que permite integrarlas con otras formas de datos digitales en un canal común mediante el multiplexado en tiempo.
- ♦ Facilidad de encriptar la información para su transmisión segura.

El precio a pagar por las ventajas anteriores es el mayor costo y complejidad del sistema, así como el mayor ancho de banda necesario. Respecto a la complejidad, la tecnología actual de circuitos integrados en gran escala (VLSI) ha permitido la implementación de sistemas a, relativamente bajo costo y facilitado el crecimiento de este método o de sus variantes.

### 7.9 Ancho de banda en PCM

El efecto del empleo de PCM sobre el ancho de banda de una señal así modulada se puede inferir intuitivamente mediante el siguiente ejemplo. Supóngase una señal de audio con un ancho de banda de 5 KHz, muestreada a una frecuencia de 10 KHz, igual a la frecuencia de Nyquist y cuantificada a 8 bits/muestra (256 niveles), de modo que por cada muestra de la señal de entrada se producen ocho pulsos. Si pensamos en transmisión de estos pulsos en serie, la frecuencia de muestreo se ha multiplicado por 8 y, por consecuencia, también el ancho de banda. Así, una señal analógica que ocuparía un ancho de banda de 10 KHz, modulada en AM completa o 5 KHz en banda lateral única, requiere de un ancho de banda de 80 KHz modulada en PCM. Las cifras anteriores son únicamente ilustrativas, pero dan una idea bastante aproximada de la situación.

Este hecho que, en el pasado fue motivo de preocupación, casi no lo es en la actualidad. Primero, por la disponibilidad de canales de comunicación de banda ancha tanto de satélite como de fibra óptica y, segundo, por la evolución de los métodos de *compresión* de información que hacen posible la eliminación de información redundante. Estos métodos se emplean extensamente en telefonía y televisión digital y permiten reducir considerablemente el caudal de información sin deterioro apreciable de la calidad de la señal.

### 7.10 Variantes de PCM

Según se mencionó en la sección anterior, la modulación por codificación de pulsos requiere de un ancho de banda considerablemente mayor que el de la señal en banda base. Algunos métodos de modulación, basados en PCM permiten reducir en cierta medida el ancho de banda aprovechando algunas de las características de la señal; entre ellos puede mencionarse la *modulación por codificación diferencial de pulsos* (DPCM<sup>4</sup>), la *modulación delta* (DM) y la *modulación sigma-delta* (D- $\Sigma$ M). Su tratamiento detallado escapa al propósito de estas notas, por lo que nos limitaremos a mencionar únicamente algunas de sus principales características.

### 7.11 PCM Diferencial

Cuando se muestrea una señal a una frecuencia ligeramente superior a la frecuencia de Nyquist, como ocurre en casi todos los casos prácticos, la señal muestreada presenta una elevada correlación entre muestras adyacentes, es decir que, en promedio, la señal no cambia substancialmente entre muestras sucesivas. Como resultado de esto la varianza de la diferencia entre muestras adyacentes es menor que la de la señal en sí. Por consecuencia, la señal codificada en PCM contiene información redundante que no es indispensable para su adecuada recuperación en el receptor, de modo que si se elimina esta redundancia antes de la codificación, se tendrá una señal codificada más eficiente. Este es el principio subyacente en la modulación por codificación diferencial de pulsos.

Sin entrar en profundidad, diremos que si se conoce el comportamiento de una señal en el pasado, es posible predecir su comportamiento en el futuro inmediato, evidentemente con un cierto error que puede ser muy pequeño. DPCM hace uso de

---

<sup>4</sup> DPCM = *Differential Pulse Code Modulation*.

esta idea de predicción en la forma ilustrada en el diagrama de bloques de la figura 7.15.

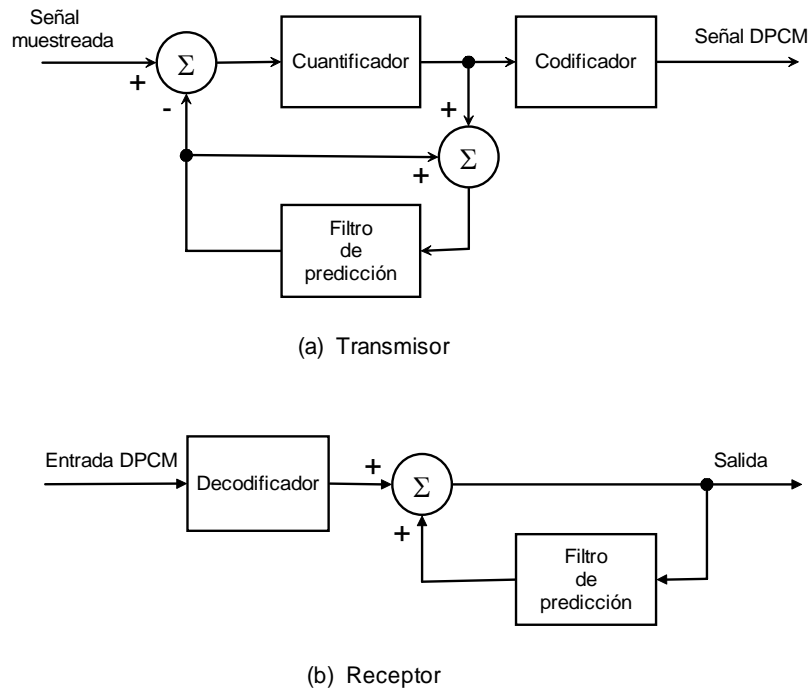


Fig. 7.15. Predicción en DPCM.

Es importante hacer notar que los bloques en los diagramas anteriores representan funciones implementadas tanto en hardware como en software.

En el transmisor, la señal de entrada al cuantificador es el error de predicción, dado por la diferencia entre la señal muestreada de entrada y su predicción. La señal predicha se obtiene mediante un filtro predictivo lineal cuya entrada es la versión cuantificada de la señal. La salida del cuantificador, es la señal cuantificada de error, que se codifica para producir la señal de salida DPCM. El receptor consiste de un decodificador, para reconstruir la señal cuantificada de error. La versión cuantificada de la señal original de entrada se reconstruye a partir de la salida del decodificador usando un filtro de predicción igual al del transmisor.

Para una señal muestreada, por ejemplo a 8 KHz, DPCM proporciona una reducción de 8 a 16 Kb/s (1 a 2 bits por muestra) respecto a PCM. Puede decirse enton-

ces que DPCM comprime ligeramente la señal PCM, reduciendo el flujo binario y, por consecuencia, el ancho de banda.

### 7.12 Modulación Delta

En la modulación delta, la señal de entrada se sobremuestra a una frecuencia mucho mayor que la de Nyquist para aumentar deliberadamente la correlación entre muestras adyacentes de la señal. Esto se hace para permitir una estrategia simple de cuantificación en la reconstrucción de la señal.

En su forma básica, la modulación delta proporciona una aproximación en escalera de la versión sobremuestreada de la señal. La diferencia entre la entrada y la aproximación se cuantifica únicamente a dos niveles,  $\pm\Delta$ , correspondientes a diferencias positivas o negativas, como se ilustra en la figura 7.16.

El modulador delta incluye, básicamente, un comparador, un cuantificador y un acumulador, interconectados en forma similar a la mostrada en la figura 7.15. La diferencia en este caso, es que el cuantificador es sólo de un bit, uno si la señal es de pendiente positiva y cero si es negativa, como se ve en la figura 7.16. Además, el bloque designado como filtro de predicción en DPCM, en el caso de modulación delta es un circuito de retardo unitario, es decir, un retardo de duración igual a un período de muestreo  $T_s$ .

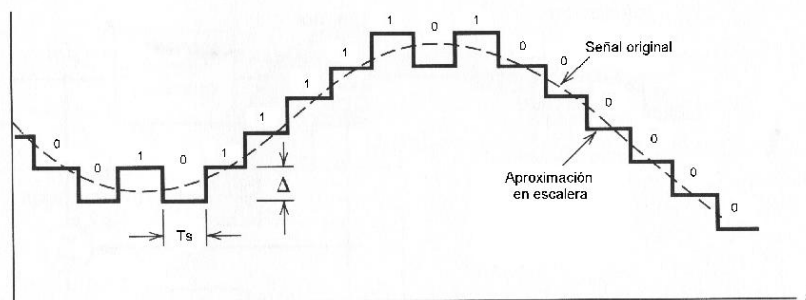


Fig. 7.16. Modulación delta

El comparador calcula la diferencia entre sus dos señales de entrada y el cuantificador es un limitador *duro*, con una relación de entrada-salida que es una versión escalada de la función signum ( $\pm$ ). La salida del cuantificador se aplica a un acumulador que entrega una señal de salida en forma de escalera.

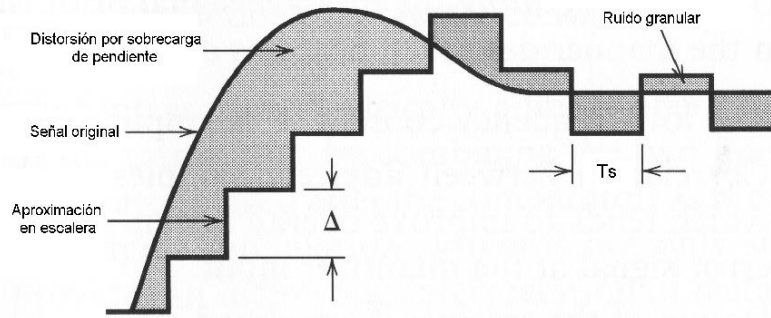


Fig. 7.17. Errores de cuantificación en modulación delta.

En la modulación delta ocurren dos tipos de errores de cuantificación: distorsión por sobrecarga de pendiente y ruido granular. El primero ocurre cuando los niveles de la aproximación en escalera no pueden seguir las variaciones rápidas de la señal de entrada cuando la pendiente de ésta es grande. Por otra parte, el ruido granular cuando el tamaño del escalón,  $\Delta$ , es muy grande en tanto que la pendiente de la señal es pequeña, es decir que la señal de entrada varía poco. De acuerdo a esto es necesario tener, por una parte, escalones grandes, para acomodar un rango dinámico grande de la señal de entrada y, por otra, escalones pequeños para una representación precisa de las señales de, relativamente bajo nivel. Esto hace necesario un modulador *adaptativo*, en el sentido de que el tamaño del escalón pueda hacerse variar de acuerdo al nivel de la señal de entrada.

### 7.13 Modulación sigma-delta

La entrada al cuantificador de un modulador delta convencional puede verse como una aproximación de la *derivada* de la señal de entrada, lo que da lugar a los errores mencionados en la sección anterior. Esto puede evitarse *integrando* la señal original antes de la modulación delta. Este proceso tiene los siguientes efectos:

- ♦ Refuerzo o preacentuación de los componentes de baja frecuencia de la señal de entrada.
- ♦ Aumento de la correlación entre muestras adyacentes, con lo que se reduce la varianza de la señal de error a la salida del cuantificador.
- ♦ Mayor simplicidad en el receptor.



## Capítulo 8

### Ruido

#### Introducción

En principio, puede definirse como *ruido* a cualquier señal indeseable en un sistema de telecomunicaciones. Sin embargo, tal definición resultaría ambigua, ya que permite interpretar como ruido a fenómenos tales como intermodulación, interferencias, etc. que, en gran medida son controlables mediante un diseño adecuado del sistema y los circuitos que lo conforman.

El ruido es un fenómeno natural, inevitable y generalmente incontrolable. En otras palabras, el ruido siempre estará presente en cualquier sistema de comunicaciones y contribuirá, en mayor o menor medida, al deterioro de la señal a la salida del receptor, además de constituir el principal factor limitante en su detección. De acuerdo con lo anterior, el ruido es efectivamente una “señal” indeseable, aunque el uso del término señal es discutible, ya que el ruido no representa información excepto en casos muy aislados. El ruido, la distorsión y la interferencia juegan un papel muy importante en los sistemas de comunicación, ya que limitan la calidad de la señal de información, si bien su naturaleza es completamente diferente. El ruido es, esencialmente aleatorio tanto en amplitud como en fase, en tanto que la distorsión y la interferencia siguen, por lo general, patrones determinados, con frecuencia difíciles de identificar. Según su origen, el ruido puede clasificarse como *natural* o *artificial*.

#### 8.1 Ruido artificial

El ruido artificial es debido a la actividad humana y se origina principalmente en máquinas eléctricas en las que se producen chispas, tales como motores o generadores electromecánicos, motores de combustión interna que utilizan bujías, interruptores y conmutadores eléctricos, líneas de alta tensión, descargas en gases, por ejemplo en las lámparas fluorescentes, etc. Algunos de sus efectos se perciben fácilmente en el receptor de radio de un automóvil en que, a veces, la energía radiada por las chispas producidas por las bujías se escucha como chasquidos en el altavoz o cuando en la pantalla de un televisor aparecen líneas o destellos brillantes como consecuencia del paso de un vehículo o la entrada en funcionamiento de un aparato electrodoméstico. Este tipo de ruido puede reducirse ya sea en la fuente que lo pro-

duce, o en el receptor, mediante la inclusión de filtros adecuados y su estudio no forma parte del curso, excepto desde el punto de vista del nivel indeseable que puede introducir en un sistema. No puede estimarse con facilidad y, en el cálculo de sistemas de comunicaciones se incluye su efecto recurriendo a curvas elaboradas con base en numerosas mediciones en diferentes entornos: urbano, suburbano y despejado. El ruido humano generado en zonas urbanas es el mayor y su nivel disminuye con la frecuencia, según se muestra en la figura 8.1.

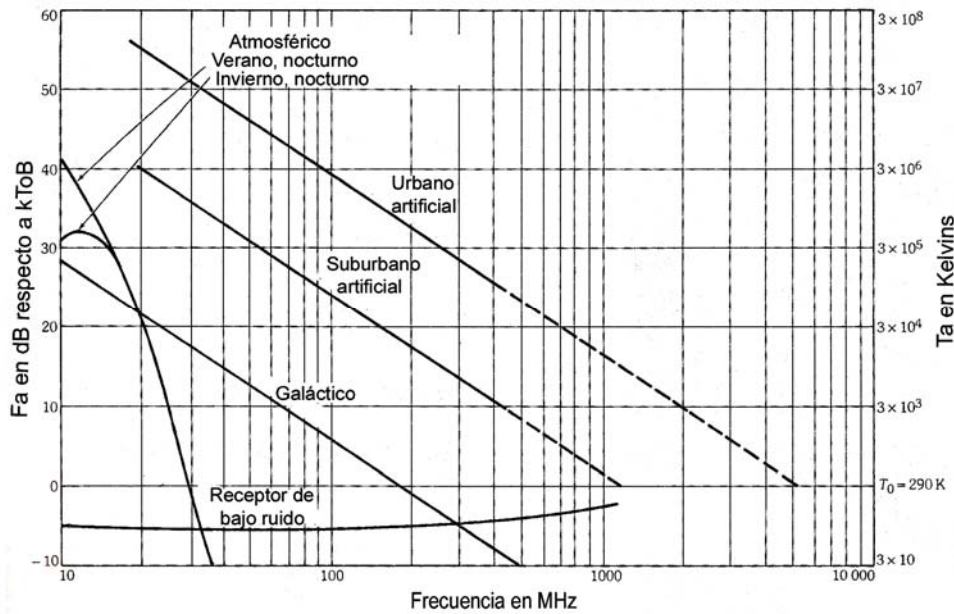


Fig. 8.1. Potencia promedio de ruido en función de la frecuencia, utilizando una antena omnidireccional.

El ruido artificial puede clasificarse en tres clases principales:

**Interferencia.** Incluye la interferencia de un canal radioeléctrico sobre otro, como resultado del diseño inadecuado del receptor o de la antena, variaciones en la frecuencia de la portadora en el transmisor, efectos debidos a dispersión troposférica o reflexión ionosférica en transmisiones de larga distancia, modulación cruzada entre canales en radioenlaces e interferencia causada por propagación multicamino. Estos tipos de ruidos pueden reducirse o eliminarse con un buen diseño del sistema.

**Zumbido.** Es un ruido periódico originado por las líneas de suministro eléctrico que transportan corriente alterna. Generalmente es predecible y puede eliminarse con filtrado y blindaje adecuados.

**Ruido impulsivo.** Este término se emplea para designar una variedad de fenómenos, no todos de origen humano y puede modelarse como la superposición de un número reducido de impulsos de gran amplitud que pueden ocurrir con cierta periodicidad, como el ruido de ignición en los motores de gasolina y el ruido por efecto corona en líneas de alta tensión, o bien producirse de forma aleatoria como el ruido producido por los equipos de conmutación telefónica o el ruido generado por las descargas atmosféricas, este último, de origen natural. El ruido impulsivo tiende a tener una distribución no gaussiana y suele ser no estacionario, por lo que resulta difícil su análisis matemático. Los sistemas sometidos a este tipo de ruido suelen ir precedidos de limitadores o “eliminadores” de ruido que cortan la transmisión si se excede cierto nivel de ruido.

## 8.2 Principales tipos de ruido natural

El ruido natural puede clasificarse en dos grandes grupos: el producido por los propios componentes electrónicos de un circuito o sistema y el producido por fuentes externas a él. En el primer caso pueden citarse el ruido térmico, el de granalla, el de partición y el ruido por defecto. En el segundo caso, el ruido atmosférico y el ruido cósmico.

## 8.3 Ruido inherente a los componentes de un circuito o sistema

**Ruido térmico.** Es la causa de ruido más importante en los circuitos eléctricos y, por consecuencia, está presente en todos los componentes de los sistemas de comunicaciones que incluyen circuitos eléctricos o electrónicos, particularmente en los receptores en que los niveles de señal pueden ser comparables a los de ruido térmico generado en los circuitos del propio receptor. Su origen es el movimiento aleatorio de los electrones libres en los conductores y semiconductores. Este movimiento es causado por la temperatura y puede interpretarse como que, en un instante dado, el número de electrones que se mueven en una dirección es mayor que el de los que se mueven en dirección opuesta, sin que en un período largo de tiempo predomine el movimiento en ninguna de las dos direcciones, es decir, su valor medio es cero. En otras palabras el ruido térmico se considera como una *variable aleatoria* de valor medio cero, pero *su valor instantáneo no es cero*. En ausencia de un voltaje externo, el movimiento aleatorio de los electrones da lugar a una corriente que cambia de magnitud y dirección continuamente que, en los extremos del conductor o del elemento de circuito particular, produce un voltaje fluctuante: el voltaje de ruido. La magnitud instantánea de este voltaje de ruido es muy pequeña y no puede

medirse con instrumentos convencionales, sin embargo en receptores, en que los niveles de señal procedentes de la antena son muy pequeños, el voltaje de ruido puede ser comparable y aún superior al de señal, con lo que ésta quedaría literalmente “enterrada” en el ruido y no sería posible detectarla, ya que el nivel de ruido, es igual o superior al de la señal y serían amplificadas por igual en los circuitos amplificadores del receptor.

La densidad espectral del ruido térmico es uniforme en el espectro de frecuencias, es decir que sus componentes espectrales abarcan desde 0 Hz (c.c.), hasta frecuencias del orden de  $10^{13}$  Hz, en la región del ultravioleta con la misma amplitud, de aquí que a este tipo de ruido se le designa como *ruido blanco* por analogía con la luz blanca cuyo espectro es uniforme en el rango de frecuencias visibles, o en otras palabras, contiene por igual componentes de todos los colores del espectro visible.

La densidad espectral de ruido depende de la temperatura y está dada por:

$$N_0 = kT \quad \text{watt/Hz} \quad (8.1)$$

Donde:

$T$  = Temperatura en kelvins = Temperatura ambiente en °C + 273.

$k$  = Constante de Boltzmann =  $1.38 \times 10^{-23}$  watt/°K-Hz.

Por consecuencia, en un ancho de banda  $B$ , la potencia de ruido es:

$$N = N_0 B = kTB \quad \text{watt} \quad (8.2)$$

El voltaje de ruido sigue una distribución gaussiana con valor medio cero, sin embargo su valor instantáneo no es cero. Si se tiene una resistencia de valor  $R$ , cuya impedancia está acoplada a la de la fuente generadora de ruido, puede hablarse de un voltaje efectivo o raíz cuadrático medio (rcm o rms), dado por<sup>1</sup>:

$$\langle E_n \rangle = \sqrt{kTBR} \quad \text{Volts} \quad (8.3)$$

Sin embargo, cuando las impedancias no están acopladas y la resistencia se considera por sí sola, es decir, como un generador equivalente de ruido en circuito abierto, el voltaje disponible de ruido debería ser, teóricamente:

$$\begin{aligned} \langle E_n \rangle &= 2\sqrt{kTBR} \\ &= \sqrt{4kTBR} \end{aligned} \quad (8.4)$$

---

<sup>1</sup> La notación  $\langle E_n \rangle$  expresa el valor efectivo o raíz cuadrático medio.

En general, el ruido térmico no se ve afectado por la componente de corriente continua que pueda circular por la resistencia, si bien algunos tipos de resistencias, como las de carbón generan ruido adicional, dependiente de la corriente, que las hace inadecuadas para algunas aplicaciones. El efecto del ruido térmico fue investigado teóricamente por Nyquist<sup>2</sup> y experimentalmente por Johnson<sup>3</sup> y se designa a veces también como Ruido de Johnson o de Nyquist.

Como el ruido térmico es aleatorio, no se puede especificar el voltaje instantáneo en función del tiempo, por lo que es necesario asumir que el ruido sigue una distribución estadística conocida. Las observaciones confirman que el ruido se comporta como una variable aleatoria con distribución gaussiana de valor medio cero. Es decir, puede describirse mediante una función de distribución de probabilidad gaussiana. Así, si se muestrea el ruido en un instante arbitrario  $t_1$ , la probabilidad de que la muestra observada,  $n(t_1)$  tenga valores en el intervalo  $(n, n+dn)$  está dado por  $f(n)$ , donde:

$$f(n) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{n^2}{2\sigma^2}\right) \quad (8.5)$$

y se asume que la varianza  $\sigma^2$  es conocida, como de hecho ocurre, ya que puede medirse con un medidor de potencia verdadera que tenga una constante de tiempo grande.

Es importante tener en cuenta que todas las fórmulas que se refieren al ruido aleatorio se aplican únicamente a los valores efectivos o raíz cuadrático medios y no a los valores instantáneos, de modo que, en lo que respecta a los valores máximos o de pico que puede alcanzar el ruido, todo lo que se puede decir es que es poco probable que excedan de 10 veces el valor rcm.

**Ruido de granalla.** La agitación térmica no es la única fuente de ruido en los circuitos electrónicos. El ruido de granalla (*shot noise*) juega un papel de similar importancia al ruido térmico y es causado por las variaciones aleatorias en los tiempos de llegada de los portadores de carga (electrones o huecos) a los electrodos de salida en todos los dispositivos activos, tales como válvulas, transistores, etc. y aparece como una corriente variable de ruido, superpuesta a la corriente de señal de salida. El efecto que produce sobre una señal de audio es semejante al ruido que causa la granalla al caer sobre una chapa metálica, de ahí su nombre.

El ruido de granalla está presente en cualquier dispositivo electrónico en que los electrones se mueven aleatoriamente a través de una barrera de potencial. Sus efec-

<sup>2</sup> Nyquist, H. *Thermal agitation of electric charge in conductors*. Phys. Rev. vol. 32, pag 110. 1928

<sup>3</sup> Johnson, J.B. *Thermal agitation of electricity in conductors*. Phys. Rev. Vol 32, pag 97. 1928

tos, aunados a los de otros tipos de ruido, pueden cuantificarse globalmente si se conoce el ruido a la entrada y a la salida del dispositivo. En algunos casos, los fabricantes de dispositivos especifican el nivel de ruido de granalla producido en condiciones de funcionamiento determinadas.

**Ruido de partición.** Ocurre cuando los electrones de un haz pueden incidir sobre dos o más electrodos, de modo que hay fluctuaciones aleatorias en el número de electrones que llegan a cada electrodo. Este tipo de ruido es predominante en válvulas al vacío con electrodos múltiples, por ejemplo tetrodos y pentodos.

**Ruido por defecto.** Este término se emplea para describir una extensa variedad de fenómenos que se manifiestan como voltajes de ruido en los terminales de diversos dispositivos cuando pasan corrientes continuas a través de ellos. A tal tipo de ruido se les designa a veces como ruido de corriente, ruido en exceso, ruido de parpadeo (flicker), ruido de contacto o ruido  $1/f$ . Su densidad espectral de potencia está dada por:

$$\varphi_x(\omega) = \frac{kI^\alpha}{\omega^\beta} \quad (8.6)$$

Donde  $I$  es la corriente continua que circula por el dispositivo,  $\omega$  la frecuencia angular y  $k$ ,  $\alpha$  y  $\beta$ , son constantes. Generalmente, el valor de  $\alpha$  es cercano a 2 y el de  $\beta$  cercano a 1. Este ruido puede predominar en bajas frecuencias debido a su dependencia respecto a  $1/\omega$ .

#### 8.4 Ruido debido a fuentes naturales externas al sistema

**Ruido atmosférico.** La atmósfera afecta al ruido externo a un receptor de dos formas: atenúa el ruido procedente del cosmos y, por otra parte, genera ruido propio. Las descargas eléctricas atmosféricas durante las tormentas producen ráfagas de ruido impulsivo, cuyas componentes en las bandas de frecuencias medias y altas se propagan a grandes distancias gracias a los mecanismos de propagación ionosférica. De manera semejante a las ondas en esas bandas, este ruido depende del clima, hora del día, estación del año y ubicación del receptor con relación a las zonas de ocurrencia de tormentas.

Por lo general, el ruido atmosférico decrece al aumentar la latitud y aumenta en las zonas ecuatoriales. Es particularmente activo en las épocas lluviosas en las regiones del Caribe, Indias Orientales, Africa Ecuatorial, Norte de la India y Extremo Oriente. El informe 332 del CCIR ofrece un resumen, a escala mundial de los niveles de potencia de ruido atmosférico durante el verano y en horas diurnas. Estos

niveles de potencia de ruido se pueden relacionar con la intensidad de campo de ruido mediante la siguiente expresión<sup>4</sup>:

$$\langle E_n \rangle = F_a + 20 \log_{10} f_{MHz} - 65.5 \quad (8.7)$$

Donde:

$E_n$  = Intensidad de campo rms, en un ancho de banda de 1 KHz, en dB $\mu$ V/m.

$F_a$  = Nivel de potencia de ruido en dB respecto a kTB.

$f_{MHz}$  = frecuencia en MHz.

El nivel de potencia de ruido atmosférico en un punto dado, decrece con la frecuencia.

**Ruido cósmico.** El ruido cósmico es generado en el espacio exterior, fuera de la atmósfera terrestre. Las principales fuentes son el Sol, la Vía Láctea y otras fuentes cósmicas discretas, designadas como radioestrellas, entre las que se incluye una fuente particularmente intensa en la constelación de Casiopea<sup>5</sup>. Las investigaciones en el campo de la Radioastronomía han permitido identificar un número considerable de fuentes de ruido cósmico. Como el ruido procedente de fuentes cósmicas debe penetrar la atmósfera terrestre para alcanzar la antena de un receptor, sufre los efectos de reflexión y absorción ionosféricas, en este caso desde el exterior, por lo que su efecto es reducido a frecuencias inferiores a unos 20 MHz, en tanto que los procesos de absorción molecular que ocurren en la atmósfera, limitan la recepción del ruido cósmico a frecuencias superiores a los 10 GHz. Estos aspectos son de importancia en las comunicaciones por satélite, ya que los vehículos espaciales por encima de unos 1000 Km sobre la superficie terrestre no tienen estas limitaciones y, por tanto son susceptibles de recibir mayores niveles de ruido que los receptores terrestres. En estos sistemas el ruido cósmico constituye un factor limitante y debe considerarse en su diseño. Son de interés los siguientes casos:

**Ruido en el plano galáctico.** Es el ruido procedente del plano galáctico en dirección del centro de la galaxia (Vía Láctea) y es el de mayor nivel. El ruido procedente de otras zonas de la galaxia puede llegar ser de 12 a 15 dB inferior al del plano galáctico.

---

<sup>4</sup> E. C. Jordan, ed. *Reference Data for Radio Engineers: Radio, Electronics, Computer and Communications*. 7th. Edition. Howard W. Sams & Co. Indianapolis. 1986.

<sup>5</sup> Para información más amplia relativa al ruido galáctico consúltese, por ejemplo, E. C. Jordan. *Reference Data for Engineers: Radio, Electronics, Computer, and Communications*. 7th. Ed. Howard W. Sams & Co. Indianapolis, IN. 1986. Capítulo 34.

Además de las fuentes de ruido cósmico mencionadas, el cosmos está permeado de radiación electromagnética que proviene de todas direcciones, designada como *radiación de fondo* y que actúa como una fuente de ruido a una temperatura equivalente de alrededor de 4 K.

**Ruido solar.** En los sistemas de comunicación vía satélite, el sol constituye una fuente de ruido blanco muy importante, que puede causar severos problemas de interferencia, y aún, bloqueo total de las comunicaciones cuando hay alineamiento entre éste y la estación receptora terrestre. En el caso de satélites geosíncronos, este alineamiento ocurre dos veces al año, en la proximidad de los equinoccios y durante éstos, por breves períodos al día. La señal radioeléctrica producida por el sol es de nivel tal, que prácticamente puede llegar a saturar el receptor de la estación terrestre, bloqueando la recepción de cualquier otra señal. Se distinguen dos condiciones para el ruido solar:

*Sol quieto.* Es el ruido solar en condiciones de poca o nula actividad solar, especialmente la causada por las manchas solares.

*Sol perturbado.* Es el ruido solar en condiciones de actividad solar significativa (manchas solares, protuberancias solares, destellos solares, playas, etc.).

### 8.5 Relación señal/ruido

Se define como relación señal a ruido, S/N o SNR<sup>6</sup> al cociente de la potencia de la señal entre la potencia de ruido en un punto dado de un sistema, es decir:

$$S/N = \frac{\text{Potencia de señal}}{\text{Potencia de ruido}} \quad (8.8)$$

O, expresada en dB,

$$(S/N)_{dB} = 10 \log_{10}(S/N) \quad (8.9)$$

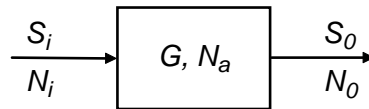
La relación S/N proporciona una medida de la calidad de una señal en un sistema determinado y depende, tanto del nivel de señal recibida como del ruido total, es decir, la suma del ruido procedente de fuentes externas y el ruido inherente al sistema. En el diseño de sistemas, se desea que la relación señal a ruido tenga un valor tan elevado como sea posible. Sin embargo, el significado de “tan elevado como

<sup>6</sup> SNR corresponde a la abreviatura, en inglés de relación señal a ruido (*signal to noise ratio*)

sea posible”, debe entenderse en el contexto de cada aplicación particular, ya que por lo general, el obtener altos valores de S/N conlleva un aumento, a veces considerable, en el costo de implementación del sistema. Un valor adecuado de esta relación es aquél en el que la señal recibida puede considerarse sin defectos o con un mínimo de ellos. Por ejemplo en el caso de transmisión de voz, se desea que la señal recibida sea una reproducción fiel de la transmitida, pero puede tolerarse un cierto nivel de ruido y distorsión que depende de aspectos subjetivos relacionados con la percepción auditiva humana. Lo mismo ocurre en el caso de transmisión de imágenes. En los sistemas digitales de comunicaciones suele utilizarse el concepto de tasa de errores (BER<sup>7</sup>), equivalente, en cierta medida a la relación señal a ruido, más empleado en los sistemas analógicos.

### 8.6 Factor de ruido

Supóngase un amplificador de ganancia  $G_a$ , que genera una potencia de ruido interno  $N_a$  como se indica en la figura,



donde:

- $S_i$  = potencia de la señal de entrada.
- $N_i$  = potencia de ruido a la entrada.
- $S_o$  = potencia de la señal de salida.
- $N_o$  = potencia de ruido a la salida.
- $N_a$  = ruido generado por el propio amplificador.
- $G$  = ganancia del amplificador.

Se define el *factor de ruido* como la relación entre la relación señal a ruido a la entrada y la relación señal a ruido a la salida:

$$F = \frac{\frac{S_i}{N_i}}{\frac{S_o}{N_o}} = \frac{N_o}{kTBG} \quad (8.10)$$

donde,

$$S_o = GS_i \quad (8.11)$$

<sup>7</sup> BER corresponde a la abreviatura, en inglés, de *bit error rate*.

y, además,

$$N_0 = GN_i + N_a \quad (8.12)$$

Substituyendo (8.11) y (8.12) en (8.10):

$$F = \frac{GN_i + N_a}{GN_i} = 1 + \frac{N_a}{GN_i} \quad (8.13)$$

Si el ruido de entrada,  $N_i$  es únicamente ruido térmico,

$$N_i = kTB \quad (8.14)$$

De la ecuación (8.14) se puede obtener la potencia de ruido generada por el sistema:

$$N_a = (F - 1)kTB \quad (8.15)$$

Ahora bien, de lo anterior se ve que:

$$F = \frac{N_0}{GN_i} \quad (8.16)$$

es decir:

$$FN_i = \frac{N_0}{G} \quad (8.17)$$

y, substituyendo (17):

$$FN_i = kTBF \quad (8.18)$$

$FN_i$  es la potencia total de ruido, debida al ruido externo y al del propio amplificador, referida a la entrada ( $N_0/G$ ). Representa también el *umbral* de ruido a la entrada al que se designa también como *señal mínima discernible (SMD)*. Cuando el nivel de potencia de la señal de entrada es igual a la señal mínima discernible,  $kTBF$ , la relación S/N es igual a 1. Esta es la condición ideal en que el amplificador no genera ningún ruido adicional.

El factor de ruido suele expresarse en dB, en cuyo caso suele designarse como *cifra o figura de ruido*<sup>8</sup> ( $NF$ ), dada por:

---

<sup>8</sup> En la literatura es frecuente utilizar indistintamente los términos *factor de ruido* y *cifra o figura de ruido*. Aquí se utilizará este último para designar el valor en dB ( $NF$ ) y el primero para la magnitud de  $F$ .

$$NF = 10 \log F \quad (8.19)$$

**Figura de ruido de un atenuador.** La figura de ruido de un atenuador es igual a su atenuación  $L$  en dB.

### 8.7 Temperatura equivalente de ruido

En la mayor parte de los circuitos convencionales, el concepto del factor o de la figura de ruido es adecuado para describir su comportamiento. Sin embargo, con el desarrollo de amplificadores y circuitos de *bajo* ruido, en que el factor de ruido es ligeramente mayor que 1, es más conveniente utilizar el concepto de *temperatura de ruido*. Esta se define como la temperatura  $T_r$  de una resistencia ficticia a la entrada del circuito ideal, libre de ruido, que generaría la misma potencia de ruido que el circuito real, conectado a una carga libre de ruido.

Si se toma la temperatura de referencia como  $T_0 = 290$  K ( $17^\circ\text{C}$ ) y se asume que el ruido a la entrada es únicamente ruido térmico a esa temperatura, entonces:

$$N_i = kT_0B \quad (8.20)$$

Y la ecuación (8.15) puede ahora escribirse como:

$$N_a = (F - 1)kT_0B \quad (8.21)$$

Que puede expresarse de la manera siguiente:

$$N_a = kT_aB \quad (8.22)$$

Donde:

$$T_a = (F - 1)T_0 \quad (8.23)$$

$T_a$  representa la temperatura ficticia de una fuente de ruido térmico, constituida en este caso, por el amplificador. Es decir, se puede considerar al amplificador como una fuente de ruido térmico a una temperatura equivalente o efectiva de ruido igual a  $T_a$ .

De (8.22), se tiene que, si  $T_0 = 290$  K:

$$F = 1 + \frac{T_a}{T_0} = 1 + \frac{T_a}{290} \quad (8.24)$$

Las ecuaciones (8.22) y (8.23) proporcionan las relaciones entre el factor de ruido y la temperatura equivalente de ruido.

En la mayoría de los sistemas de comunicaciones, la temperatura de ruido en las terminales de entrada puede ser diferente de la temperatura de ruido del sistema,  $T_a$ . Si se designa por  $T_i$  la temperatura de ruido en las terminales de entrada, y, si  $N_a$  es el ruido interno generado por el sistema, el ruido a la salida es:

$$\begin{aligned} N_0 &= kT_iBG + N_a \\ &= kT_iBG + kT_rBG \\ &= kB G(T_i + T_r) \\ &= kB G[T_i + (F - 1)T_0] \end{aligned} \quad (8.25)$$

Que se reduce a  $N_0 = kT_iBGF$  cuando  $T_i = T_0$  y, de acuerdo a lo anterior, la potencia total de ruido a la salida del sistema puede relacionarse con una temperatura equivalente de ruido:

$$T_e = T_i + T_r \quad (8.26)$$

En que  $T_i$  caracteriza a la potencia de ruido generada fuera del sistema y presente en las terminales de entrada de éste y  $T_r$  es la temperatura equivalente de ruido del sistema, referida a las terminales de entrada, que representa a la potencia de ruido generada por el propio sistema. De esta forma, las dos fuentes de ruido se combinan en una sola y se describen mediante una temperatura equivalente de ruido. Esta temperatura equivalente de ruido se puede emplear como un estándar de comparación entre dos o más sistemas, ya que combina a las dos fuentes de ruido. Así, dos sistemas pueden tener la misma temperatura de ruido aún cuando los circuitos que utilicen tengan diferentes figuras de ruido.

### 8.8 Factor equivalente de ruido de circuitos en cascada

El factor de ruido de varios circuitos conectados en cascada puede obtenerse a partir de (8.10) y (8.13). Consideremos por simplicidad, dos circuitos en cascada, cada uno con el mismo ancho de banda de ruido  $B$ , pero con diferentes ganancias y factores de ruido:  $F_1, G_1$  y  $F_2, G_2$ . La conexión en cascada tendrá un factor de ruido equivalente  $F_{eq}$ . De la definición del factor de ruido, el ruido a la salida de los dos circuitos en cascada será:

$$N_0 = F_{eq} G_1 G_2 k T_0 B \quad (8.27)$$

Que es la potencia de ruido debido al primer circuito o etapa a la salida de la segunda etapa, más el ruido  $N_{a2}$  introducido por ésta.

$$N_0 = kT_0BF_1G_1G_2 + N_{a2} = kT_0BF_1G_1G_2 + (F_2 - 1)kT_0BG_2 \quad (8.28)$$

Con lo que el factor equivalente de ruido de las dos etapas resulta:

$$F_{eq} = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} \quad (8.29)$$

Siguiendo un razonamiento similar, se demuestra que, el factor de ruido equivalente para  $n$  etapas en cascada es:

$$F_{eq} = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} + \frac{F_3 - 1}{G_1G_2} + \dots + \frac{F_n - 1}{G_1G_2 \dots G_{n-1}} \quad (8.30)$$

De la expresión anterior se observa que si la ganancia de la primera etapa,  $G_1$  es elevada, el factor equivalente de ruido es prácticamente igual al factor de ruido de la primera etapa. Por el contrario, si la primera etapa es un atenuador ( $G_1 < 1$ ), el factor de ruido de la segunda etapa contribuye considerablemente al factor de ruido equivalente. En el caso de receptores que emplean como circuito frontal (primera etapa) un mezclador pasivo, el factor de ruido puede expresarse como:

$$F_{eq} = F_M + \frac{F_{FI} - 1}{G_M} \quad (8.31)$$

Donde:

$F_M$  = Factor de ruido del mezclador.

$F_{FI}$  = Factor de ruido del amplificador de frecuencia intermedia.

$G_M$  = Ganancia de conversión del mezclador.

Como la ganancia de conversión de un mezclador pasivo es siempre menor que 1, es evidente que el factor de ruido de la etapa que sigue al mezclador, el amplificador de FI, contribuye de forma muy importante al factor de ruido equivalente.

La figura equivalente de ruido es igual al factor de ruido expresado en dB:

$$NF_{eq} = 10 \log F_{eq} \quad (8.32)$$

En el caso de receptores, es necesario tener en cuenta el efecto de la línea de transmisión entre la antena y la entrada del receptor, ya que la línea actúa como un atenuador cuyo factor de ruido está dado por:

$$F_{\text{linea}} = 10^{-\frac{L}{10}} \quad (8.33)$$

Donde  $L$  es la atenuación en dB de la línea (recuérdese que la atenuación en dB se expresa con un número positivo).

De forma similar al factor equivalente de ruido de circuitos en cascada, puede hablarse también de una temperatura equivalente o efectiva de ruido. De las ecuaciones (8.23) y (8.29) se ve que:

$$T_{eq} = T_{e1} + \frac{T_{e2}}{G_1} + \frac{T_{e3}}{G_1 G_2} + \dots + \frac{T_{en}}{G_1 G_2 \dots G_{n-1}} \quad (8.34)$$

En que  $T_{e1}, T_{e2} \dots T_{en}$  son las temperaturas equivalentes de cada uno de los circuitos en cascada.

### **Ejemplo**

Se tiene un atenuador de 6 dB y un amplificador con una ganancia de 15 dB y una figura de ruido de 9 dB. Calcular la figura equivalente de ruido: (a) Si el atenuador se conecta antes del amplificador y (b) Si el atenuador se conecta después del amplificador.

### ***Solución:***

Se convierten primero las magnitudes logarítmicas a lineales:

	G (dB)	NF(dB)	G	F
Atenuador	-6	6	0.25	4
Amplificadorr	15	9	31.6	8

(a) Atenuador seguido del amplificador.

$$F_{eq} = F_{aten} + \frac{F_{amp} - 1}{G_{aten}} = 4 + \frac{8 - 1}{0.25} = 32$$

$$NF_{eq} = 10 \log(F_{eq}) = 15.05 \text{ dB}$$

(b) Amplificador seguido del atenuador.

$$F_{eq} = F_{amp} + \frac{F_{aten} - 1}{G_{amp}} = 8 + \frac{4 - 1}{31.6} = 8.09$$

$$NF_{eq} = 10 \log(F_{eq}) = 9.08 \approx 9 \text{ dB}$$

En el ejemplo anterior se ve el efecto adverso que produce la conexión de un atenuador a la entrada de un receptor.

### 8.9 Temperatura de ruido de la antena

Una antena recibe ruido de las direcciones comprendidas en su patrón o diagrama de radiación, que pasa al receptor junto con la señal deseada. El ruido externo, tanto de fuentes naturales como artificiales, captado por la antena, se caracteriza generalmente por la *temperatura de ruido de la antena*, definido como:

$$T_a = \frac{P_a}{kB} \quad (8.35)$$

Donde  $P_a$  es la potencia de ruido captada por la antena en el ancho de banda  $B$ . Esta temperatura es la que “ve” la antena y no su temperatura física. Una antena puede estar en un ambiente helado y su temperatura física puede ser, por ejemplo de 253K (-20°C) en tanto que su temperatura de ruido puede ser de varios miles de kelvins. Por el contrario, la antena puede estar físicamente a temperatura ambiente (290K) y su temperatura de ruido puede ser de 20K o menos. La temperatura de ruido de una antena depende de la dirección a que está apuntada y de las características de su patrón de radiación. En este aspecto, juegan un papel importante los lóbulos secundarios del patrón de radiación, ya que una antena puede estar apuntada al cielo, con una temperatura de ruido, por ejemplo, de 30K, pero si algún lóbulo secundario apunta hacia la tierra o hacia el sol, la temperatura de ruido será entonces considerablemente mayor. Por esta razón, en los sistemas de bajo ruido es muy importante suprimir los lóbulos secundarios o laterales del patrón de radiación.

### 8.10 Temperatura de ruido del sistema

Este concepto se aplica principalmente a los sistemas receptores y es de gran utilidad en los cálculos relacionados con el ruido. La potencia total de ruido en un sistema receptor puede representarse mediante una temperatura de ruido  $T_s$  correspondiente a esa potencia, referida a las terminales de entrada del receptor y dada por:

$$N_i = kT_s B \quad (8.36)$$

En que  $B$  es el ancho de banda del sistema. La temperatura efectiva de ruido total de un sistema receptor puede considerarse, arbitrariamente, formada por tres componentes: (a) La temperatura de ruido externo captada por la antena,  $T_a$ . (b) La temperatura de ruido de los componentes que conectan la antena al receptor, tales como línea de transmisión, conectores, acopladores, transiciones, etc.,  $T_t$  y (c) la temperatura de ruido generada en el propio sistema,  $T_r$ , caracterizada generalmente por su figura de ruido.

La potencia de ruido de la antena que llega a la entrada del receptor es atenuada por la línea de transmisión, conectores, etc. por un factor  $L$ , la atenuación de la línea y demás componentes entre la antena y el receptor, de modo que la contribución efectiva de la temperatura de la antena a la temperatura del sistema es  $T_a/L$ . Por otra parte, la contribución efectiva del ruido generado a la salida de la línea de transmisión es  $T_t(1 - 1/L)$ . La temperatura de ruido del sistema *referida a las terminales de entrada del receptor* por consecuencia, está dada por:

$$\begin{aligned} T_s &= \frac{T_a}{L} + T_t \left(1 - \frac{1}{L}\right) + T_r \\ &= \frac{T_a}{L} + T_t \left(1 - \frac{1}{L}\right) + (F_r - 1)T_0 \end{aligned} \quad (8.37)$$

Donde  $F_r$  es el factor de ruido del receptor. Nótese que la temperatura de ruido del sistema, *referido a la entrada de la línea de transmisión* es:

$$T_s' = T_a + (L - 1)T_t + LT_r \quad (8.38)$$

De acuerdo a lo anterior, la temperatura de ruido, referido a las terminales de la antena es  $L$  veces mayor que la referida a la entrada del receptor.

### 8.11 Ruido en sistemas modulados en amplitud

La inmensa mayoría de los sistemas de comunicaciones emplean modulaciones, bien sea de una portadora senoidal continua o de pulsos, cuyo comportamiento ante el ruido es diferente, dando lugar a distintos valores de la relación señal a ruido. El comportamiento de cualquier sistema puede juzgarse en términos de dicha relación que debe ser tan grande como sea posible para un sistema dado. En esta sección resumiremos las principales relaciones señal a ruido para las modulaciones de amplitud, frecuencia y pulsos.

**Relación S/N en AM completa.** En este caso, la potencia de la señal de información a la entrada del receptor, contenida en las bandas laterales está dada por:

$$S_i = \frac{m^2 P_c}{2} \quad (8.39)$$

Donde  $m$  es el índice de modulación y  $P_c$  la potencia de la portadora. Por otra parte, la potencia de ruido a la entrada del receptor está dada por:

$$N_i = 2 p_0 B \quad (8.40)$$

En que  $p_0$  es la densidad espectral de ruido ( $p_0 = kT$ ) y  $B$  es el ancho de banda de la señal en banda base. En estas condiciones, la relación señal a ruido a la entrada del receptor es:

$$S_i / N_i = \frac{m^2 P_c}{2 N_i} \quad (8.41)$$

En el detector, toda la potencia de la señal, contenida en las dos bandas laterales, queda concentrada en la banda base ( $B$ ), de modo que la relación señal a ruido a la salida del detector, asumiendo que éste no introduce ruido adicional, es ahora:

$$S_0 / N_0 = \frac{m^2 P_c}{N_i} \quad (8.42)$$

La relación señal a ruido a la salida del detector es el doble de la de entrada, es decir, el detector introduce una mejora de 3 dB en la relación señal a ruido en AM completa.

#### **Relación S/N en AM con doble banda lateral y portadora suprimida (DSBSC<sup>9</sup>)**

La diferencia entre este caso y el de AM completa es la portadora, por lo que *para igual potencia en las bandas laterales*, la relación  $S_0/N_0$  en ambos sistemas debe ser igual, lo que da lugar a las relaciones siguientes<sup>10</sup>:

$$\begin{aligned} (S_0 / N_0)_{DSBSC} &= (S_0 / N_0)_{AM} \\ (S_0 / N_0)_{DSBSC} &= 4(S_i / N_i)_{DSBSC} \end{aligned} \quad (8.43)$$

<sup>9</sup> Double Sideband Suppressed Carrier

<sup>10</sup> Connor, F.R. *Ruido*. Vol. VI de la serie "Temas de Telecomunicación". Editorial Labor, S.A. Barcelona, 1976.

Lo que equivale a una mejora de 6 dB en la relación señal a ruido en DSBDC respecto a AM completa.

### **Relación S/N en Banda lateral única (BLU o SSB)**

Siguiendo un razonamiento similar se puede demostrar que:

$$(S_0 / N_0)_{BLU} = 8(S_0 / N_0)_{AM} \quad (8.44)$$

La mejora en este caso es de 9 dB respecto a AM completa.

## **8.12 Ruido en sistemas modulados en frecuencia**

La expresión para una señal modulada en frecuencia a la entrada del discriminador del receptor es:

$$\begin{aligned} v_i(t) &= V_c \text{sen} \left[ \omega_c t - \frac{\Delta f}{f_m} \cos \omega_m t \right] \\ &= V_c \text{sen}(\omega_c t + \phi) \end{aligned} \quad (8.45)$$

Donde  $\phi = -\beta \cos \omega_m t$ , en que  $\beta = \Delta f / f_m$ .  $\Delta f$  es la desviación de frecuencia y  $f_m = \omega_m / 2\pi$  es la frecuencia de la señal moduladora. La señal  $v_0$  a la salida del discriminador es proporcional a la desviación de fase  $\phi$ , que corresponde a una desviación de frecuencia  $(1/2\pi)d\phi/dt$ :

$$\begin{aligned} v_0(t) &= K \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt} = \frac{K\omega_m}{2\pi} \beta \text{sen} \omega_m t \\ &= K\Delta f \text{sen} \omega_m t \end{aligned} \quad (8.46)$$

En que  $K$  es una constante de proporcionalidad.

La potencia promedio de la señal anterior es:

$$S_0 = \frac{(K\Delta f)^2}{2} \quad \text{watts} \quad (8.47)$$

Para calcular el efecto del ruido, hay que notar que cada componente de ruido, de frecuencia  $f_n$  se mezclará con la portadora, dando lugar a modulación tanto de amplitud como angular, como se ilustra en la figura 8.2.

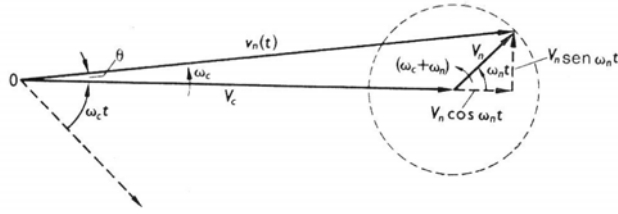


Fig. 8.2. Efecto del ruido en FM.

Si  $V_n$  es la amplitud máxima de la componente de ruido y teniendo en cuenta que  $V_c \gg V_n$  se tiene:

$$\begin{aligned} v_n(t) &= (V_c + V_n \cos \omega_n t) + j \frac{V_n}{V_c} \text{sen } \omega_n t \\ &= V_c \left[ 1 + \frac{V_n}{V_c} (\cos \omega_n t + j \text{sen } \omega_n t) \right] \\ &\cong V_c \text{sen}(\omega_c t + \theta) \end{aligned} \quad (8.48)$$

Donde:

$$\theta = \arctan \frac{\frac{V_n}{V_c} \text{sen } \omega_n t}{1 + \frac{V_n}{V_c} \cos \omega_n t} \cong \frac{V_n}{V_c} \text{sen } \omega_n t \quad (8.48)$$

A la salida del discriminador, el voltaje de ruido, designado ahora como  $v_d(t)$ , será proporcional a la modulación de frecuencia que produce la señal de ruido  $v_n(t)$ , a su vez relacionada con la modulación de fase producida por el ruido:

$$v_d(t) = K \frac{1}{2\pi} \frac{d\theta}{dt} = K \frac{V_n}{V_c} f_n \cos \omega_n t \quad (8.49)$$

La potencia promedio de ruido por unidad de ancho de banda a la salida es:

$$\delta N_0 = \frac{1}{2} \left( \frac{KV_n f_n}{V_c} \right)^2 \quad (8.50)$$

Ahora bien, la potencia de ruido en un ancho de banda  $\Delta f$  es:

$$p_0 \Delta f = \frac{V_n^2}{2} \quad (8.51)$$

y la potencia de la portadora es  $P_c = V_c^2/2$ , con lo que la potencia de ruido es ahora:

$$\delta N_0 = \frac{K^2 f_n^2 p_0 \Delta f}{2P_c} \quad (8.52)$$

La potencia total de ruido en el ancho de banda  $\pm B$  se calcula como:

$$\begin{aligned} N_0 &= \int_{-B}^B \frac{K^2 f_n^2 p_0}{2P_c} df = \frac{K^2 p_0}{2P_c} \int_{-B}^B f_n^2 df \\ &= \frac{K^2 p_0 B^3}{3P_c} \\ &= \frac{K^2 kTB^3}{3P_c} \end{aligned} \quad (8.53)$$

puesto que  $p_0 = kT$  y, de acuerdo a lo anterior, la relación señal a ruido de salida en FM es:

$$\begin{aligned} (S_0/N_0)_{FM} &= \frac{K^2 \Delta f^2}{\frac{2}{K^2 kTB^3}} \\ &= 3 \left( \frac{\Delta f}{B} \right)^2 \frac{P_c}{2kTB} \\ &= 3\beta^2 \frac{P_c}{2kTB} \end{aligned} \quad (8.54)$$

Donde  $\beta$  es el índice de modulación en FM. Si se compara la relación señal a ruido en FM con la relación AM se puede demostrar que:

$$\frac{(S_0/N_0)_{FM}}{(S_0/N_0)_{AM}} = 3\beta^2 \quad (8.55)$$

De (8.41) y (8.53) se observa que, en tanto que en AM el nivel de ruido no depende de la frecuencia, en FM, en FM el ruido aumenta proporcionalmente a  $B^3$ , como se ilustra en la figura 8.3.

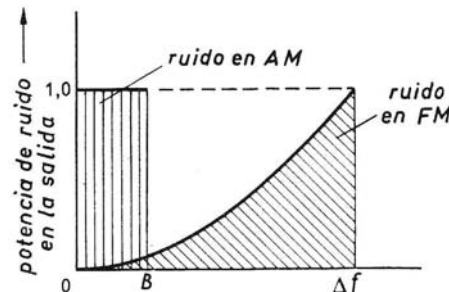


Fig. 8.3. Ruido en FM.

### 8.12 Ruido en los sistemas PCM

En los sistemas PCM en que la relación señal a ruido a la entrada es del orden de 10 dB o mayor, la contribución más importante al ruido es el debido al error de cuantificación.

Considérese una señal de amplitud  $V$  volts, cuantificada uniformemente en  $q$  niveles y con una separación entre niveles de  $\Delta V$  volts, como se ilustra en la figura 8.4.

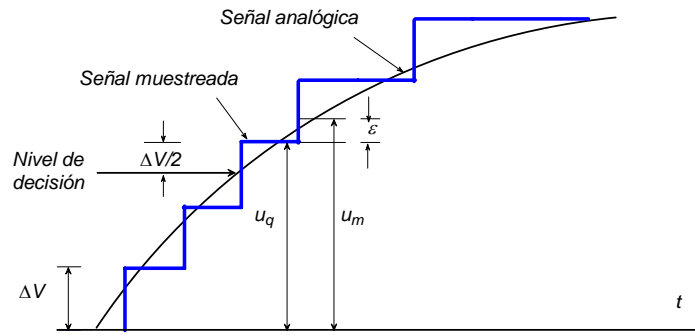


Fig. 8.4. Ruido de cuantificación.

La amplitud de las muestras cuantificadas,  $u_q$ , diferirá de la amplitud de las muestras originales,  $u_m$ , por un error  $\varepsilon$ , cuyo valor máximo será  $\Delta V/2$ , en que  $\Delta V$  es la amplitud del escalón de cuantificación. El error puede tener cualquier valor en el intervalo  $\pm \Delta V/2$  y puede considerarse como *ruido* que se suma con la señal  $u_m$ . Para calcular el valor raíz cuadrático medio de este ruido de cuantificación se supone que, en un intervalo suficientemente largo, todos los niveles tienen la misma probabilidad de ocurrir, de modo que:

$$\langle \varepsilon^2 \rangle = \int_{-\Delta V/2}^{\Delta V/2} \varepsilon^2 d\varepsilon = \frac{\Delta V^2}{12} \quad (8.56)$$

Sobre una carga de  $1\Omega$ , la potencia de este ruido de cuantificación será:

$$N_0 = \frac{\Delta V^2}{12} \quad (8.57)$$

Para calcular ahora la potencia de una señal cuantificada a  $q$  niveles discretos, separados  $\Delta V$  volts, se tiene que:

$$V = (q-1)\Delta V \quad (8.58)$$

Y admitiendo que se utilicen pulsos bipolares, las amplitudes de los pulsos serán  $\pm \Delta V/2, \pm 3\Delta V/2, \dots, \pm (q-1)\Delta V/2$ , con lo que para igual probabilidad de ocurrencia de todos los niveles, la potencia promedio de la señal está dada por:

$$\begin{aligned} S_0 &= \frac{1}{\left(\frac{q}{2}\right)} \left[ \left(\frac{\Delta V}{2}\right)^2 + \left(\frac{3\Delta V}{2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{(q-1)\Delta V}{2}\right)^2 \right] \\ &= \frac{\Delta V^2}{2q} [1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (q-1)^2] \end{aligned} \quad (8.59)$$

Que puede escribirse como:

$$S_0 = \frac{\Delta V^2}{2q} \left\{ [1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots]^2 - 2^2 \left[ 1^2 + 2^2 + 2^2 + \dots + \left(\frac{q-2}{2}\right)^2 \right] \right\} \quad (8.60)$$

Ahora bien,

$$\sum_{n=1}^{n=m} n^2 = \frac{m(m+1)(2m+1)}{6} \quad (8.61)$$

Con lo que se tiene:

$$\begin{aligned} 1^2 + 2^2 + \dots + (q-1)^2 &= \frac{q(q-1)(2q-1)}{6} \\ 1^2 + 2^2 + \dots + \left(\frac{q-2}{2}\right)^2 &= \frac{q(q-1)(q-2)}{4 \times 6} \end{aligned} \quad (8.62)$$

De modo que:

$$S_0 = \frac{\Delta V^2}{12q} [q(q-1)(2q-1) - q(q-1)(q-2)] \quad (8.63)$$

Y con un poco de manipulación algebraica se tiene finalmente que la potencia de señal en PCM es:

$$S_0 = \frac{\Delta V^2}{12q} (q^2 - 1) \cong \frac{\Delta V^2}{12q} q^2 \quad (8.64)$$

La aproximación anterior es válida si  $q \gg 1$ . Por último, la relación señal a ruido, debida al ruido de cuantificación resulta:

$$(S_0 / N_0)_{PCM} = \frac{\frac{\Delta V^2}{12q} (q^2 - 1)}{\frac{\Delta V^2}{12q}} = (q^2 - 1) \cong q^2 \quad (8.65)$$

Así por ejemplo, para cuantificación a 8 bits (256 niveles), la relación señal a ruido en PCM será de  $10\log(256^2) = 48$  dB.

### Problemas

8.1 Calcular el nivel necesario de potencia de una señal, para una S/N de 40 dB a la entrada de un amplificador cuya figura de ruido es de 8 dB, si el ancho de banda de ruido es de 200 KHz.

8.2 Un receptor de HF situado en zona urbana tiene una figura de ruido de 13 dB y está conectado a una antena mediante una línea de transmisión cuya atenuación es de 0.8 dB. la frecuencia de funcionamiento es de 27 MHz y el ancho de banda, de 10 KHz. Determinar el nivel de señal necesario en las terminales de la antena para una relación mínima señal a ruido de 30 dB.

8.3 Si en un receptor de telefonía móvil digital, el nivel mínimo de señal de entrada necesario para una relación C/N de 20 dB es de -95 dBm, determinar la figura equivalente de ruido del receptor si el ancho de banda de ruido es de 10 KHz.

8.4 Un amplificador de bajo ruido (LNA) para recepción de televisión analógica tiene una temperatura equivalente de ruido de 70K y se halla en la zona en que la potencia radiada por el satélite es de 53 dBw. La frecuencia central de la portadora es de 11.2 GHz, y está modulada en frecuencia con un ancho de banda de 36 MHz. La antena tiene una ganancia de 34.7 dBi y las pérdidas de acoplamiento entre la antena y el LNA son de 0.6 dB. Calcular la relación C/N a la entrada del LNA si la distancia al satélite se supone de 38000 Km y se asumen condiciones de propagación en el espacio libre.

8.5 Un sistema de recepción está formado por una antena parabólica, un amplificador de bajo ruido conectado mediante una guía de onda y un receptor con las siguientes características:

Temperatura de ruido de la antena:	60K
Atenuación en la guía de onda:	1 dB
Temperatura equivalente del LNA:	77K
Ganancia del LNA:	20 dB
Figura de ruido del receptor:	10 dB

Calcular la temperatura y la figura de ruido equivalentes de todo el sistema.

8.6 Demostrar que la relación señal a ruido en un sistema PCM crece exponencialmente con el ancho de banda.

8.7 Un sistema de recepción está formado por un preamplificador, conectado a un receptor principal a través de un cable cuya atenuación es de 8 dB. Las figuras de ruido son 6 dB para el preamplificador, y 13 dB el receptor. Calcular la ganancia mínima que debe tener el preamplificador si la figura de ruido total del sistema no debe ser mayor de 9 dB.

# Capítulo 9

## Líneas de Transmisión

### Introducción

Las líneas de transmisión confinan la energía electromagnética a una región del espacio limitada por el medio físico que constituye la propia línea, a diferencia de las ondas que se propagan en el aire, sin otra barrera que los obstáculos que encuentran en su camino. La línea está formada por conductores eléctricos con una disposición geométrica determinada que condiciona las características de las ondas electromagnéticas en ella.

En los sistemas de comunicaciones, las líneas de transmisión encuentran numerosas aplicaciones no sólo en el transporte de señales entre una fuente y una carga, sino también como circuitos resonantes, filtros y acopladores de impedancia. Algunas de las aplicaciones más comunes incluyen el transporte de señales telefónicas, datos y televisión, así como la conexión entre transmisores y antenas y entre éstas y receptores.

El análisis de las líneas de transmisión requiere de la solución de las ecuaciones del campo electromagnético, sujetas a las condiciones de frontera impuestas por la geometría de la línea y, en general, no puede aplicarse la teoría clásica de circuitos, ya que ésta se ocupa de circuitos con parámetros concentrados, en tanto que en una línea los parámetros son distribuidos. Dichos parámetros son: resistencia, inductancia, capacidad y conductancia y, en los circuitos eléctricos convencionales, están concentrados en un solo elemento o componente bien localizado físicamente. Se considera que, en un circuito, los parámetros son concentrados cuando las dimensiones físicas de sus componentes, incluyendo los hilos de conexión, son mucho menores que la longitud de onda de la energía manejada por el circuito. Si las dimensiones del circuito y sus componentes son comparables a la longitud de onda o menores que ésta, el circuito debe considerarse como de parámetros distribuidos y su tratamiento requiere de la teoría de líneas de transmisión, derivada de la teoría del campo electromagnético. Así en una línea de transmisión, la resistencia, inductancia, capacidad o conductancia no pueden considerarse concentradas en un punto determinado de la línea, sino distribuidos uniformemente a lo largo de ella.

Una de las líneas más simples es la constituida por un par de hilos conductores paralelos<sup>1</sup> y se le designa como *línea de pares* o *línea abierta*. Este tipo de línea, con diversas variantes se utiliza extensamente en telefonía y transmisión de datos, así como para la conexión de transmisores y antenas en las bandas de MF y HF. Otro tipo de línea de uso muy frecuente en sistemas de banda ancha como la telefonía multicanal, televisión y RF hasta frecuencias del orden de 1 GHz, es la línea coaxial. A frecuencias superiores se emplean *guías de onda*, constituidas por tubos huecos de material conductor de sección rectangular, circular o elíptica.

### 9.1 Parámetros primarios de la línea

Se designan como *parámetros primarios* de la línea los siguientes:

- *Resistencia en serie por unidad de longitud, R*, expresada en  $\Omega/m$ .
- *Inductancia en serie por unidad de longitud* en  $Hy/m$ .
- *Capacidad en paralelo por unidad de longitud, C*, en  $fd/m$ .
- *Conductancia en paralelo por unidad de longitud, G*, en  $S/m$ .

La resistencia depende la resistividad de los conductores y de la frecuencia. En altas frecuencias, la resistencia aumenta con la frecuencia debido al efecto pelicular (*skin*), ya que la corriente penetra sólo una pequeña capa cercana a la superficie del conductor. La inductancia es consecuencia del hecho de que todo conductor por el que circula una corriente variable tiene asociada una inductancia. Como la línea está formada por dos o más conductores separados por un dieléctrico, constituye, por tanto, un condensador cuya capacidad depende del área de los conductores, su separación y la constante dieléctrica del material que los separa. Finalmente, la conductancia es consecuencia de que el dieléctrico no es perfecto y tiene resistividad finita, por lo que una parte de la corriente se “fuga” entre los conductores y, junto con la resistencia en serie contribuye a las pérdidas o atenuación en la línea.

### 9.2 Ecuaciones de la línea de transmisión

Supóngase un elemento infinitesimal de una línea abierta de dos conductores paralelos, con parámetros primarios  $R$ ,  $L$ ,  $C$  y  $G$ , que puede suponerse tan pequeño

---

<sup>1</sup> Estrictamente hablando, la línea más simple es la constituida por un solo alambre conductor, utilizando la tierra como circuito de retorno de la corriente. Este tipo de línea se designa como *no balanceada*.

como se quiera de modo que los parámetros del circuito puedan considerarse concentrados en la forma que se muestra en la figura 9.1.

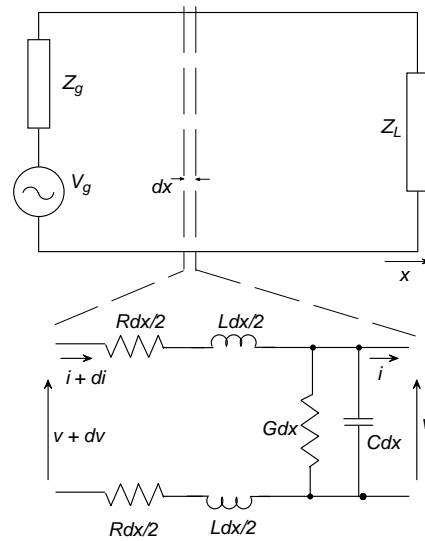


Fig. 9.1. Elemento infinitesimal de una línea de transmisión.

El valor total de la resistencia en este elemento infinitesimal es  $Rdx$  ya que la resistencia por unidad de longitud  $R$  está distribuida uniformemente a lo largo de las dos ramas del elemento infinitesimal de longitud total  $dx$ . El hecho de considerarla dividida en dos ramas o concentrarla en una sola es arbitrario y lo mismo ocurre con la inductancia. La capacidad y la conductancia en paralelo están, respectivamente, concentradas en un solo elemento. El voltaje y la corriente a la entrada del elemento infinitesimal son  $v + dv$  e  $i + di$ , respectivamente y a la salida,  $v$  e  $i$ . La caída de voltaje a lo largo de  $dx$  es  $dv$  y la corriente  $di$  circula a través de la conductancia y la capacidad.

Suponiendo variaciones senoidales para el voltaje y la corriente y empleando notación fasorial, pueden aplicarse las leyes de Kirchoff al circuito anterior, ahora de parámetros concentrados, con lo que se tiene:

$$dv = i(R + j\omega L)dx \quad (9.1)$$

$$di = v(G + j\omega C)dx \quad (9.2)$$

$$\frac{dv}{dx} = (R + j\omega L)i = zi \quad (9.3)$$

$$\frac{di}{dx} = (G + j\omega C)v = yv \quad (9.4)$$

Donde  $z = R + j\omega L$ , es la impedancia en serie por unidad de longitud e  $y = G + j\omega C$ , la admitancia en paralelo, también por unidad de longitud.

Tomando la segunda derivada de las ecuaciones anteriores se tiene:

$$\frac{d^2v}{dx^2} = zyv \quad (9.5)$$

$$\frac{d^2i}{dx^2} = zyi \quad (9.6)$$

Y, la solución general de las ecuaciones (9.5) y (9.6) puede expresarse como:

$$V(x) = V^+ e^{-\gamma x} + V^- e^{\gamma x} \quad (9.7)$$

$$I(x) = I^+ e^{-\gamma x} + I^- e^{\gamma x} \quad (9.8)$$

Donde:

$$\gamma = \sqrt{zy} = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \quad (9.9)$$

Se define como *constante de propagación* de la línea que, como se ve de (9.9), es compleja y puede escribirse como:

$$\gamma = \alpha + j\beta \quad (9.10)$$

Donde  $\alpha$  es la *constante de atenuación*, expresada en nepers/m y  $\beta$  la *constante de fase* en rad/m.

Las ecuaciones (9.7) y (9.8) son las soluciones de la *ecuación de onda* para el voltaje y la corriente en la línea y conviene analizar su significado, utilizando para ello la ecuación (9.7), siendo la argumentación igualmente válida para la (9.8).

La ecuación (9.7) representa una onda de voltaje *vista desde el extremo del generador* que, con ayuda de (9.10) puede escribirse como:

$$V(x) = V^+ e^{-\alpha x} e^{-j\beta x} + V^- e^{\alpha x} e^{j\beta x} \quad (9.11)$$

Y, en función del tiempo en forma compleja:

$$V(x) = V^+ e^{-\alpha x} e^{-j(\omega t - \beta x)} + V^- e^{\alpha x} e^{j(\omega t + \beta x)} \quad (9.12)$$

Un análisis similar puede hacerse para la corriente, obteniéndose una ecuación de onda para la corriente, formalmente igual a (9.12). El primer término de la derecha representa un voltaje de amplitud  $V^+$  en el extremo del generador, que decrece exponencialmente a lo largo de la línea según  $e^{-\alpha x}$  como se muestra en la figura 9.2. Esta componente de la onda, que viaja del generador hacia la carga se designa como *onda incidente*.

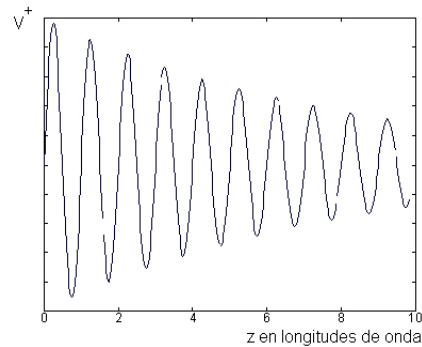


Fig. 9.2. Onda incidente vista desde el generador.

El segundo término de la derecha representa una onda de voltaje que viaja en dirección opuesta a la onda incidente, cuya amplitud en el extremo del generador es  $V^-$ . Vista desde el generador, la amplitud de la onda es creciente al aumentar  $x$ , como se muestra en la figura 9.3. Se trata de una *onda reflejada* por la carga.

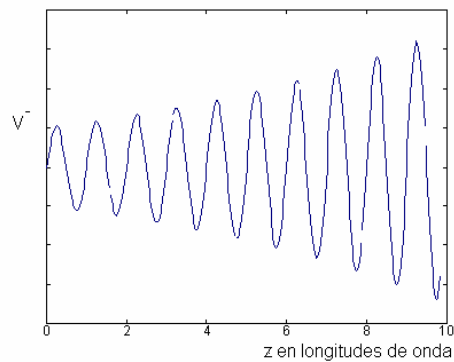


Fig. 9.3. Onda reflejada por la carga, vista desde el generador.

Es importante notar que las gráficas anteriores *no están trazadas respecto al tiempo*, sino a la distancia desde el generador, designada aquí como  $x$ , representan la distribución del voltaje a lo largo de la línea, para la onda incidente en el primer caso, y para la reflejada en el segundo. De hecho, la distribución del voltaje en la línea está dada por la suma de las ondas incidente y reflejada como indica la ecuación (9.7), lo que da lugar a una *onda estacionaria* a lo largo de la línea.

Este proceso es análogo al que ocurre cuando una onda electromagnética no confinada, que viaja en un medio de impedancia característica  $Z_1$ , incide sobre la frontera de un segundo medio de impedancia diferente,  $Z_2$ . Una parte de la energía de la onda incidente se transmite hacia el segundo medio y otra se refleja hacia el primero. En el caso de la línea de transmisión, el primer medio sería la propia línea y el segundo la impedancia de carga. Si la impedancia de carga es igual al complejo conjugado de la impedancia característica de la línea, toda la energía es absorbida en la carga, en caso contrario, una parte de la energía incidente vuelve al generador.

### 9.3 Impedancia característica

En las ecuaciones (9.7) y (9.8),  $V^+$ ,  $V^-$ ,  $I^+$  e  $I^-$  son las constantes de integración cuyos valores resultan de aplicar las condiciones de frontera a la solución de las ecuaciones de la línea. Tales condiciones de frontera están representadas aquí por la impedancia de carga y el voltaje aplicado a la línea. De estas cuatro constantes, solamente dos son independientes, ya que:

$$I^+ = \frac{V^+}{\sqrt{\frac{z}{y}}} = \frac{V^+}{Z_0} \quad (9.13)$$

$$I^- = -\frac{V^-}{Z_0} \quad (9.14)$$

Donde:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{z}{y}} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \quad (9.15)$$

Se define como *impedancia característica* de la línea que, junto con la constante de propagación, se designan como *parámetros secundarios de la línea* y son indepen-

dientes de la longitud de ésta. La impedancia característica de una línea depende de la permitividad, permeabilidad, frecuencia y geometría de la línea. Como se ve de (9.15), la impedancia característica es, en general, compleja, es decir:

$$Z_0 = R_0 + jX_0 \quad (9.16)$$

Si la frecuencia es suficientemente alta como para que se cumpla que  $R \ll \omega L$  y  $G \ll \omega C$ , (9.15) puede aproximarse como:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (9.17)$$

Y, en tales condiciones, la impedancia característica es real, es decir, puramente resistiva y no depende de la frecuencia, únicamente de la inductancia y capacidad distribuidas y, esta última, a su vez, de la permitividad del dieléctrico.

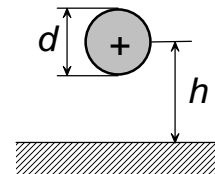
Como se mencionó antes, la impedancia característica de una línea es, entre otras cosas, una propiedad geométrica de la línea, de modo que *dicha impedancia característica es la misma, independientemente de la longitud de la línea.*

#### 9.4 Impedancia característica de algunas líneas de uso frecuente<sup>2</sup>

En todas las fórmulas:  $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ , donde  $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ , es la permitividad del espacio libre y  $\varepsilon_r$  es la permitividad relativa o *constante dieléctrica*.

*Un solo hilo conductor cerca de tierra*

$$Z_0 = \frac{138}{\sqrt{\varepsilon}} \log\left(\frac{4h}{d}\right) \quad \text{para } d \ll h$$



*Línea bifilar abierta en el aire*

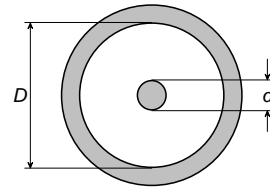
$$Z_0 = 120 \cosh^{-1}\left(\frac{D}{d}\right) \\ \approx 276 \log\left(\frac{2D}{d}\right)$$



<sup>2</sup> Reference Data for Radio Engineers. 5th. Edition. Hoard W. Sams & Co., Inc. Indianapolis, 1973.

Línea coaxial.

$$Z_0 = \frac{138}{\sqrt{\epsilon}} \log\left(\frac{D}{d}\right)$$

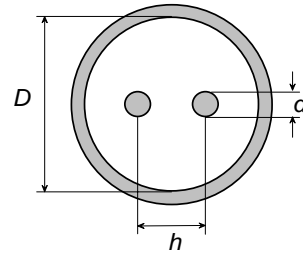


Línea balanceada con blindaje.

Para  $D \gg d$ ;  $h \gg d$

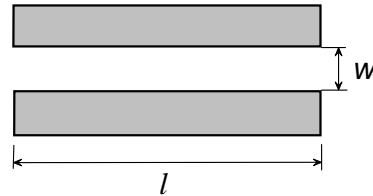
$$Z_0 = \frac{276}{\sqrt{\epsilon}} \log\left[2v \frac{1 - \sigma^2}{1 + \sigma^2}\right]$$

$$v = h/d \quad \sigma = h/D$$



Línea de cintas paralelas

$$Z_0 \approx \frac{377w}{l} \quad \text{Para } w/l < 0.1$$



### 9.5 Corriente y voltaje en la línea de transmisión. Coeficiente de reflexión

Las expresiones (9.7) y (9.8) representan el voltaje y la corriente a lo largo de la línea de transmisión, con dos componentes, una onda directa que viaja del generador hacia la carga y otra que viaja de la carga hacia el generador. De acuerdo con esto, la onda reflejada en la línea de transmisión puede describirse como un voltaje, acompañado de una corriente que circula de la carga hacia el generador y que decrece exponencialmente según se aleja de la carga. Así, el voltaje reflejado puede expresarse en términos desde la *distancia medida desde la carga*,  $z$ , como:

$$V(z) = V_L e^{-\gamma z}$$

$$I(z) = -\frac{V(z)}{Z_0} = -\frac{V_L}{Z_0} e^{-\gamma z} \quad (9.18)$$

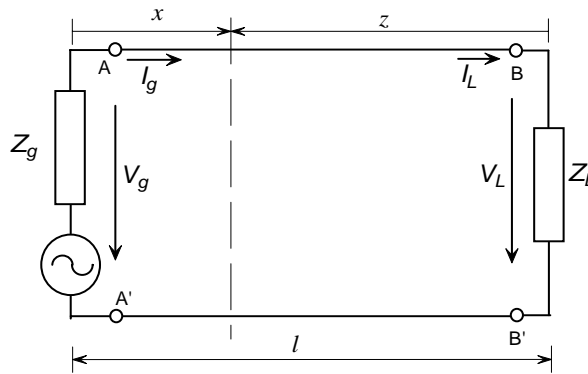


Fig. 9.4. Voltaje y corriente en la línea de transmisión.

En la figura 9.4 se indican los voltajes y corrientes en la línea de transmisión:

- $Z_g$  = Impedancia interna del generador.
- $V_g$  = Voltaje en las terminales del generador.
- $I_g$  = Corriente en el extremo del generador.
- $Z_L$  = Impedancia de carga.
- $V_L$  = Voltaje en las terminales de la carga.
- $I_L$  = Corriente en el extremo de la carga.
- $z$  = Distancia medida desde el extremo de la carga.

Ahora bien, el voltaje en las terminales de la carga es la suma de dos voltajes: uno *incidente*, debido al generador,  $V_i$ , y otro *reflejado* por la carga,  $V_r$ . La relación entre el voltaje reflejado y el incidente se designa como *coeficiente de reflexión*,  $\Gamma$ :

$$\Gamma = \frac{V_r}{V_i} = \frac{Z_L/Z_0 - 1}{Z_L/Z_0 + 1} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \tag{9.19}$$

El coeficiente de reflexión es, en general, complejo y, aunque se expresa en términos de la situación en la carga, puede expresarse en cualquier punto a distancia  $z$  de ésta como:

$$\Gamma(z) = |\Gamma_L| e^{-2\alpha z} \tag{9.20}$$

Donde  $\Gamma_L$  es el valor del coeficiente de reflexión en la carga, dado por la magnitud de (9.19). Cuando la atenuación en la línea es cero ( $\alpha = 0$ ), el coeficiente de re-

flexión tiene la misma magnitud en toda la línea, pero si  $\alpha \neq 0$ , la magnitud de la onda reflejada se reduce según aumenta la distancia a la carga como indica (9.20).

La relación entre el voltaje y la corriente en la carga y los voltajes de las ondas incidente y reflejada puede deducirse de las ecuaciones anteriores y está dado por:

$$\begin{aligned} V_i &= \frac{V_L}{1 + \Gamma} = \frac{V_L + I_L Z_0}{2} \\ V_r &= \Gamma V_i = \frac{\rho V_L}{1 + \Gamma} = \frac{V_L - I_L Z_0}{2} \end{aligned} \quad (9.21)$$

El voltaje y la corriente en un punto dado de la línea de transmisión son la suma de los voltajes y corrientes de la onda incidente y reflejada, respectivamente, según se definen en (8.21). Estos resultados pueden escribirse también en términos de funciones hiperbólicas:

$$\begin{aligned} V(z) &= V_L \cosh \gamma z + I_L Z_0 \sinh \gamma z \\ I(z) &= I_L \cosh \gamma z + \frac{V_L}{Z_0} \sinh \gamma z \end{aligned} \quad (9.22)$$

Donde:

$$\begin{aligned} \cosh \gamma z &= \frac{e^z + e^{-\gamma z}}{2} \\ \sinh \gamma z &= \frac{e^z - e^{-\gamma z}}{2} \end{aligned} \quad (9.23)$$

Son el coseno y el seno hiperbólicos, respectivamente.

## 9.6 Impedancia de entrada de una línea de transmisión con cualquier impedancia de carga

Si la línea está terminada en su impedancia característica,  $Z_0$ , la impedancia que se ve desde las terminales AA' del generador, será también  $Z_0$ . Si  $Z_L \neq Z_0$ , la impedancia vista desde el generador será ahora  $Z_i$ , diferente de  $Z_0$ . Puede demostrarse que la impedancia de entrada de la línea en estas condiciones está dada por:

$$Z_i = Z_0 \frac{Z_L \cosh \gamma l + Z_0 \sinh \gamma l}{Z_0 \cosh \gamma l + Z_L \sinh \gamma l} \quad (9.24)$$

En que  $l$  es la longitud total de la línea. Es importante notar que la fórmula anterior es igualmente válida para calcular la impedancia vista desde las terminales de la carga,  $BB'$ , hacia el generador, si la impedancia de éste no es igual a la impedancia característica.

En líneas de bajas pérdidas,  $\alpha \approx 0$ , con lo que  $\cosh \gamma l \approx \cos \beta l$  y  $\sinh \gamma l \approx \sin \beta l$  y la impedancia de entrada se reduce a:

$$Z_i = Z_0 \frac{Z_L \cos \beta l + jZ_0 \sin \beta l}{Z_0 \cos \beta l + jZ_L \sin \beta l} \quad (9.25)$$

**Impedancia de entrada de una línea terminada en cortocircuito.** En este caso  $Z_L = 0$  y  $\Gamma_L = 1 \angle 180^\circ$  y, de (9.25):

$$Z_i = Z_{sc} = jZ_0 \tan \beta l \quad (9.26)$$

**Impedancia de entrada de una línea terminada en circuito abierto.** En estas condiciones,  $Z_L = \infty$  y  $\Gamma_L = 1 \angle 0^\circ$ . La impedancia de entrada es:

$$Z_i = Z_{oc} = -jZ_0 \cot \beta l \quad (9.27)$$

Donde  $Z_{sc}$  y  $Z_{oc}$  denotan las impedancias en cortocircuito (*short circuit*) y en circuito abierto (*open circuit*), respectivamente.

**Impedancia de entrada de una línea terminada en una reactancia pura.** En estas condiciones:

$$\Gamma_L = 1 \angle \left[ \pi \pm \tan^{-1} \left( \frac{|X|}{Z_0} \right) \right] \quad (9.28)$$

La impedancia en un punto a una distancia  $x$  del generador está dada por<sup>3</sup>:

$$Z(x) = Z_0 \frac{\pm jX \cos \beta x + jZ_0 \sin \beta x}{\mp X \sin \beta x + Z_0 \cos \beta x} \quad (9.29)$$

Donde  $Z_L = 0 \pm jX$  y, si ahora se hace  $\pm X/Z_0 = \tan \beta z$ , donde  $z = l - x$ , la distancia medida desde la carga, (9.29) puede escribirse como:

<sup>3</sup> Karakash, J.J. *Transmisión Lines and Filter Networks*. The MacMillan Company. New York, 1950.

$$\begin{aligned}
 Z(x) &= jZ_0 \frac{\tan \beta z + \tan \beta x}{1 - \tan \beta z \tan \beta x} \\
 &= jZ_0 \tan \beta(l + d)
 \end{aligned}
 \tag{9.30}$$

Comparando (9.30) con (9.26) se infiere que una línea terminada en una reactancia pura  $Z_L = jX_L$ , se comporta de manera similar a una línea terminada en cortocircuito, pero de diferente longitud. Si la terminación es inductiva, el cortocircuito aparece a una distancia aparente  $l + z$ , mayor que la longitud  $l$  de la línea, en tanto que si es capacitiva, la distancia aparente es  $l - z$ , menor que la longitud real de la línea.

### 9.7 Constante de propagación

La constante de propagación definida como:

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \alpha + j\beta \tag{9.25}$$

puede desarrollarse elevando al cuadrado ambos miembros de la ecuación, e igualando las partes reales e imaginarias, con lo que se obtienen las siguientes expresiones para las constantes de atenuación y de fase:

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(RG - \omega^2 LC) + \sqrt{(R^2 + \omega^2 L^2)(G^2 + \omega^2 C^2)}} \tag{9.26}$$

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\omega^2 LC - RG) + \sqrt{(R^2 + \omega^2 L^2)(G^2 + \omega^2 C^2)}} \tag{9.27}$$

**Línea de bajas pérdidas.** Se define como *línea de bajas pérdidas* aquella en la que se cumplen las condiciones siguientes:

$$\begin{aligned}
 \omega L &\gg R \\
 \omega C &\gg G
 \end{aligned}
 \tag{9.28}$$

Con lo que las constantes de atenuación y fase se reducen a:

$$\alpha \cong \frac{1}{2} \left( R \sqrt{\frac{C}{L}} + G \sqrt{\frac{L}{C}} \right) \tag{9.29}$$

$$\beta \cong \omega \sqrt{LC} \tag{9.30}$$

De (9.26) se observa que  $\alpha$ , la constante de atenuación, es función de la frecuencia, por lo que la atenuación no es uniforme en toda la banda y la línea introduce distorsión que en algunos casos puede ser severa, alterando considerablemente la señal recibida. A fin de ilustrar esto, en la figura 4 se muestra la variación de la constante de atenuación, entre 300 y 3400 Hz, de una línea telefónica con los siguientes parámetros primarios:  $R = 0.0533 \Omega/\text{m}$ ;  $L = 6.21 \times 10^{-7} \text{ H/m}$ ;  $C = 3.85 \times 10^{-11} \text{ f/m}$ ;  $G = 9.32 \times 10^{-10} \text{ S/m}$ .

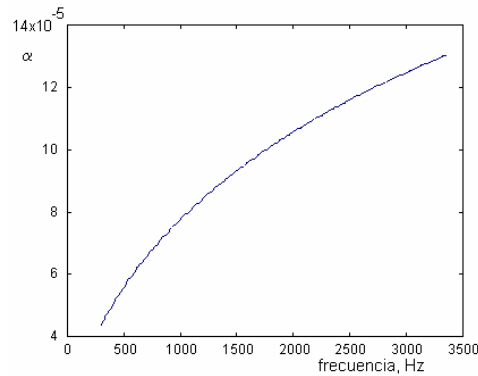


Fig. 9.5. Constante de atenuación de una línea telefónica.

Para esta línea particular, la constante de atenuación varía desde alrededor de  $4 \times 10^{-5}$  neper/m hasta  $13.5 \times 10^{-5}$  neper/m en la parte alta de la banda. Estas cifras resultan más significativas si se supone una línea, por ejemplo, de 25 km y se expresa la atenuación en dB ( $1 \text{ dB} = 8.686 \text{ neper}$ ). La atenuación mínima resulta de 8.69 dB en bajas frecuencias, y la máxima, de 29.32 dB en altas frecuencias. Es decir, los componentes de alta frecuencia de la señal sufren, en esta línea, una atenuación de 20.63 dB respecto a los de baja frecuencia. Para señales de voz, la distorsión resultante tendría como consecuencia la pérdida del timbre de la voz original y, posiblemente, la inentendibilidad del mensaje, lo que obliga emplear técnicas para corregir esta situación y hacer que la atenuación sea la misma a todas las frecuencias de la banda. La técnica más frecuente es la *ecualización* y consiste en predistorsionar la señal de modo que se compense la característica de atenuación del sistema. En el caso anterior, la señal puede predistorsionarse, o *ecualizarse* a la entrada de la línea mediante un filtro cuya característica sea la inversa de la atenuación en la línea, como se muestra en la figura 9.6.

En el campo de la telefonía esta ecualización puede realizarse en los repetidores, que son amplificadores intercalados en la línea para restaurar el nivel de la señal a lo largo de ésta.

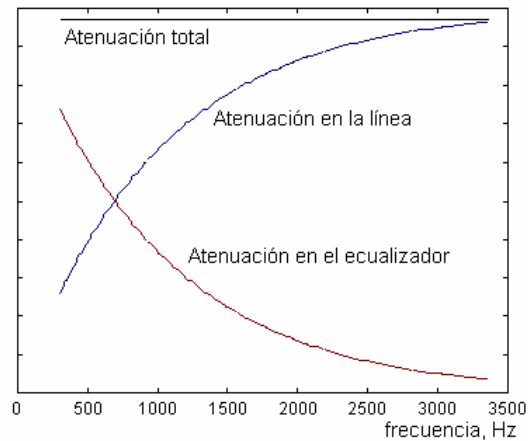


Fig. 9.6. Compensación de la atenuación.

Se emplea también una técnica conocida como *pupinización*<sup>4</sup>, que consiste en intercalar *bobinas de carga* a ciertos intervalos en la línea de transmisión, de modo que se consigue una característica similar a la de la figura 9.6, es decir de atenuación constante. Para ello, la inductancia de las bobinas que se intercalan debe cumplir la condición de que:

$$\frac{R}{L} = \frac{G}{C} \quad (9.31)$$

## 9.8 Línea infinita

En una línea hipotética de longitud infinita, la onda viaja sólo en una dirección y, por consecuencia, no hay onda reflejada, de modo que el voltaje y la corriente en cualquier punto de la línea, a una distancia  $x$  del generador, de acuerdo a (9.7) y (9.8) es:

$$\begin{aligned} V(x) &= V_g e^{-\gamma x} \\ I(x) &= \frac{V_g}{Z_0} e^{-\gamma x} \end{aligned} \quad (9.32)$$

En que  $V_g$  designa al voltaje del generador;  $V^+$  en (8.7). La impedancia  $Z(x)$  en cualquier punto  $x$  de la línea es, por consecuencia:

<sup>4</sup> Esta técnica se debe a Michael Pupin (1838-1935), físico e ingeniero americano, de origen yugoslavo.

$$Z(x) = \frac{V(x)}{I(x)} = Z_0 \quad (9.33)$$

De acuerdo a lo anterior, una línea terminada (cargada) en su impedancia característica,  $Z_0$  se comporta como una línea infinita, en la que no hay reflexión de energía de la carga hacia el generador. Si una línea está terminada en su impedancia característica<sup>5</sup>, toda la potencia se absorbe o disipa en la carga. Como la onda reflejada no es aprovechable en la carga, es deseable que la onda reflejada sea mínima o nula.

### 9.9 Transformador de $\lambda/4$

Una aplicación frecuente de las líneas de transmisión es como transformadores o acopladores de impedancia. Supónganse que es necesario conectar entre sí dos impedancias diferentes  $Z_1$  y  $Z_2$  de modo que no haya reflexión y se tenga la máxima transferencia de potencia. En lugar de utilizar un acoplador convencional con parámetros concentrados, como los tratados en el capítulo 3, el acoplamiento es posible mediante una línea de transmisión de un cuarto de longitud de onda de impedancia  $Z_0$ , como se ilustra en la figura 9.7.

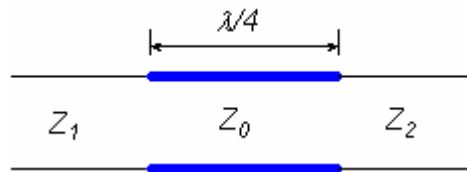


Fig. 9.7. Transformador de  $\lambda/4$ .

En estas condiciones:

$$\beta l = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda}{4} = \frac{\pi}{2} \quad (9.40)$$

Utilizando (9.34) se tiene:

$$Z_1 = Z_0 \frac{Z_2 \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + jZ_0 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right)}{Z_0 \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + jZ_2 \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right)} = \frac{Z_0^2}{Z_2} \quad (9.41)$$

<sup>5</sup> Esto es válido si la impedancia característica de la línea es puramente resistiva. Si es compleja, la terminación debe ser en una carga cuya impedancia sea el conjugado complejo de la impedancia característica.

Con lo que, para cumplir la condición de acoplamiento, la impedancia característica de la línea de  $\lambda/4$  debe ser:

$$Z_0 = \sqrt{Z_1 Z_2} \quad (9.42)$$

### 9.10 Relación de onda estacionaria (ROE)<sup>6</sup>

Cuando una línea no está acoplada, es decir, terminada en su impedancia característica, parte de la energía incidente sobre la carga es reflejada hacia el generador. La relación entre el voltaje de la onda reflejada y el de la incidente es el *coeficiente de reflexión*, ya definido por (9.19). Este hecho da lugar a que a lo largo de la línea se forme una *onda estacionaria*, con máximos y mínimos de voltaje y corriente, a distancias fijas a lo largo de la línea y que tiene la forma mostrada en la figura 9.8.

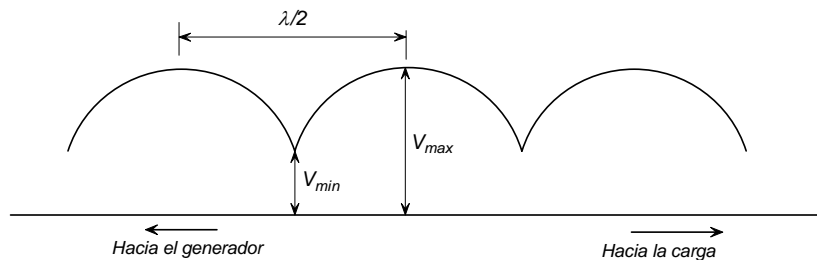


Fig. 9.8. Onda estacionaria.

Se define como *relación de onda estacionaria de voltaje* o simplemente *relación de onda estacionaria (ROE)* a:

$$ROE = \frac{|V_{max}|}{|V_{min}|} \quad (9.43)$$

La ROE es siempre real y positiva, en el rango  $1 \leq ROE \leq \infty$ . Cuando la línea está acoplada,  $Z_L = Z_0$  y no hay onda reflejada. En esas condiciones  $ROE = 1$ . Si la línea está terminada en circuito abierto o en cortocircuito, hay reflexión total y  $ROE = \infty$ . La relación de onda estacionaria es importante, ya que a diferencia del coeficiente de reflexión, es un parámetro fácil de medir y da una indicación de las condiciones de funcionamiento de la línea y del acoplamiento de ésta a la carga y al generador.

<sup>6</sup> En inglés SWR (*Standing Wave Ratio*) o VSWR (*Voltage Standing Wave Ratio*).

El voltaje máximo de la onda estacionaria,  $V_{max}$ , ocurre cuando los voltajes incidente y reflejado están en fase, es decir:

$$|V_{max}| = |V_i| + |V_r| \quad (9.44)$$

En tanto que el mínimo ocurre cuando tienen fases opuestas:

$$|V_{min}| = |V_i| - |V_r| \quad (9.45)$$

**Relación entre el coeficiente de reflexión y ROE.** De la definición del coeficiente de reflexión,  $\Gamma$ , en (9.19), se obtiene que:

$$|\Gamma| = \frac{|V_{max}| - |V_{min}|}{|V_{max}| + |V_{min}|} = \frac{ROE - 1}{ROE + 1} \quad (9.46)$$

La ecuación (9.46) proporciona la magnitud del coeficiente de reflexión, pero no su fase.

La separación entre un máximo y un mínimo es de  $\lambda/4$  y entre dos máximos o dos mínimos, de  $\lambda/2$ , donde  $\lambda$  es la *longitud de onda en la línea* (véase sección 9.14).

### 9.11 Reflexión total

Si la línea está terminada en un cortocircuito la reflexión en la carga es total y la onda estacionaria de voltaje tiene la forma mostrada en la figura 9.9, en que los mínimos están separados entre sí una distancia de  $\lambda/2$ .

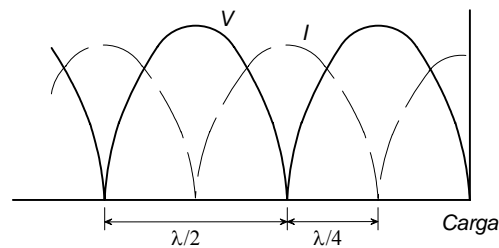


Fig. 9.9. Reflexión total.

El valor de ROE en estas condiciones es  $\infty$ , ya que  $|V_{min}| = 0$ . En una línea terminada en un cortocircuito, el voltaje en la carga es mínimo (cero) y la corriente es máxima. La reflexión en la carga afecta a la distribución tanto de voltaje como de

corriente en la línea. La corriente reflejada hacia el generador no cambia de fase, en tanto que el voltaje sufre una inversión de fase de  $180^\circ$ . En un punto a una distancia de la carga de  $\lambda/4$  de la carga la corriente llega a cero en tanto que el voltaje alcanza un máximo. A media longitud de la carga la situación se invierte y el voltaje es cero y la corriente máxima. Este patrón de la onda estacionaria se mantiene a lo largo de la línea y el valor de ROE es constante en ella si la línea no tiene pérdidas.

La situación es similar si la línea está terminada en un circuito abierto, excepto que ahora en la carga se tiene un mínimo de corriente y un máximo de voltaje. Si la línea está terminada en una carga cualquiera, de impedancia  $Z_L$ , la onda estacionaria tendrá una forma semejante a la de la figura 9.10, en que en la carga no hay un máximo ni un mínimo de voltaje.

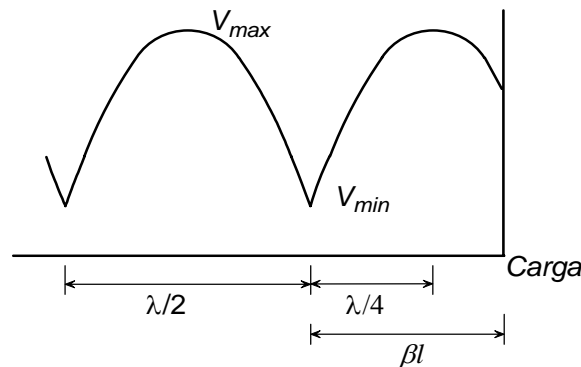


Fig. 9.10. Onda estacionaria con una carga  $Z_L$ .

La distancia de la carga al primer mínimo de voltaje no será ahora  $\lambda/2$  como en el caso de la línea terminada en cortocircuito, ni  $\lambda/4$  como para la terminación en circuito abierto, sino una distancia  $\beta l$ . El voltaje mínimo, en general, tampoco será cero. Conocida esta distancia, es posible determinar el valor de la impedancia de carga. Este cálculo se puede realizar con suma facilidad mediante la Carta de Smith que se tratará más adelante.

### 9.12 Línea ranurada

El voltaje de la onda estacionaria puede medirse fácilmente con una *línea ranurada* que, para el caso de líneas coaxiales es una sección de línea con una ranura por la que se desliza una sonda montada en un carro deslizante sobre una escala calibrada, con un detector cuya salida proporciona el voltaje inducido por la onda en la línea. En la figura 9.11 se ilustra una línea coaxial ranurada típica.

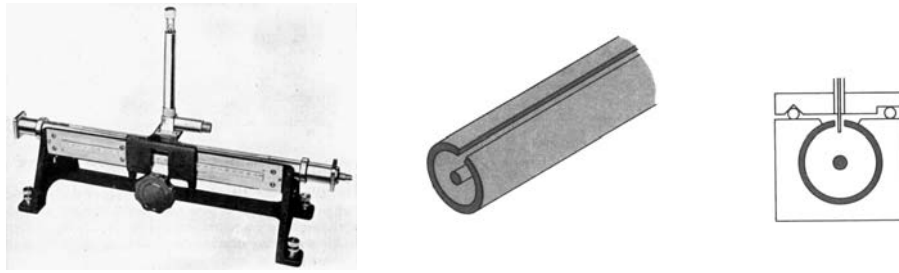


Fig. 9.11. Línea coaxial ranurada.

La línea ranurada se inserta entre la carga y el generador o la línea que lo conecta a la carga y se localizan los máximos o los mínimos de voltaje y la distancia a que ocurren desde la carga. Por lo general se prefiere utilizar los mínimos de voltaje a los máximos, ya que éstos son más pronunciados y proporcionan mayor precisión en la medida. En la región de los mínimos de voltaje la pendiente es más aguda que en los máximos y esto permite reducir el error en la medición.

La misma técnica se aplica en las mediciones en guías de onda, utilizando guías ranuradas como la mostrada en la figura 9.12.

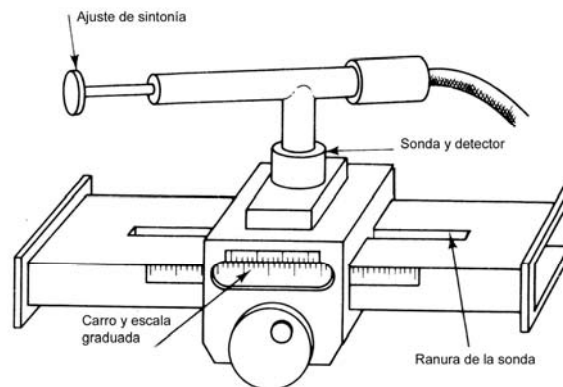


Fig. 9.12. Guía de onda ranurada.

### 9.13 Longitud de onda y velocidad de propagación en la línea

La longitud de onda en la línea se define como la distancia que debe recorrer la onda para que su fase cambie  $2\pi$  radianes o  $360^\circ$ . En (9.12), la fase de la onda la

distancia  $x$  está dada por  $\beta x$ , de modo que habrá un cambio de fase de  $2\pi$  radianes cuando  $\beta x = 2\pi$  y, en esas condiciones  $x = \lambda$ , la longitud de onda en la línea, con lo que:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} \quad (9.47)$$

Esta longitud de onda no es, en general, la misma que la longitud de onda en el espacio libre dada por:

$$\lambda_0 = \frac{c}{f} \quad (9.48)$$

donde  $c$  es la velocidad de propagación de la energía electromagnética en el espacio libre, e igual a la velocidad de la luz ( $3 \times 10^8$  m/s) y  $f$  es la frecuencia en Hz. En un medio cualquiera, de permitividad  $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$  y permeabilidad  $\mu = \mu_0 \mu_r$ , la velocidad de propagación de la energía electromagnética es:

$$v_p = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\mu_r}\sqrt{\epsilon_0\epsilon_r}} \quad (9.49)$$

y como  $\mu_r = 1$  para dieléctricos, y además:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} \quad (9.50)$$

Se tiene que la velocidad de propagación en la línea es:

$$v_p = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad (9.51)$$

la longitud de onda en la línea también puede expresarse como:

$$\lambda = \frac{v_p}{f} \quad (9.52)$$

Con lo que se tiene que la velocidad de propagación (*velocidad de fase*) en la línea es:

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} \quad (9.53)$$

En líneas de RF con dieléctrico de aire, la longitud de onda en la línea es cercana a la del espacio libre, pero en cables con dieléctrico sólido de constante dieléctrica  $\epsilon_r$ , la longitud de onda en la línea es:

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad (9.54)$$

En muchas aplicaciones es necesario cortar tramos de líneas de transmisión a longitudes precisas, por ejemplo  $\lambda/4$ ,  $\lambda/2$ , etc., y para ello, debe utilizarse la longitud de onda en la línea dada por (9.52) y no la longitud de onda en el espacio libre.

La constante de propagación puede expresarse mediante una serie de Taylor para mostrar el comportamiento asintótico de las constantes de atenuación y de fase cuando  $R \ll j\omega L$  y  $G \ll j\omega C$ . Este tratamiento queda fuera del alcance de estas notas<sup>7</sup>

### 9.14 Velocidades de fase y de grupo<sup>8</sup>

En las soluciones de las ecuaciones del campo para medios de propagación guiada como es el caso de las líneas de transmisión y las guías de onda, se presentan dos velocidades: la velocidad de fase y la velocidad de grupo. Intentaremos aquí explicar la diferencia.

La velocidad de fase es la velocidad con que se propagan las superficies de igual fase en un medio guiado. Esta no es, necesariamente, la velocidad con que se propaga la energía y, si se considerara el caso más simple de propagación de una onda electromagnética confinada entre dos planos conductores paralelos en el aire, se encuentra que la velocidad de propagación en esas condiciones es mayor que la velocidad de propagación de las ondas electromagnéticas en el espacio libre. En una guía de planos paralelos, no puede existir una onda cuyas componentes del campo sean transversales a la dirección de propagación, lo que se designa como modo TEM o transversal electromagnético. La velocidad de la onda o velocidad de fase es siempre mayor que la velocidad en el espacio libre. Por otra parte, la velocidad con que se propaga la energía a lo largo de la guía siempre es menor que la velocidad en el espacio libre. La relación entre estas velocidades puede comprenderse mejor si se considera la propagación de ondas en el agua que se aproximan a un rompeolas en la costa, con un ángulo  $\theta$  respecto a éste, como se ilustra en la figura 9.13.

La velocidad de las ondas puede determinarse midiendo la distancia  $\lambda$  entre crestas sucesivas y registrando la frecuencia  $f$  cuando las crestas pasan frente a un punto de observación fijo. La velocidad  $c$  con que viajan las ondas estará dada por:

$$c = \lambda f \quad (9.55)$$

<sup>7</sup> Puede consultarse, por ejemplo, *Transmission Lines and Wave Propagation*. Philip C. Magnusson. Allyn and Bacon, Boston, 1970.

<sup>8</sup> Jordan, E.C. and Balmain, K.G. *Electromagnetic Waves and Radiating Systems*, 2<sup>nd</sup> Ed. Prentice-Hall, Inc. 1968.

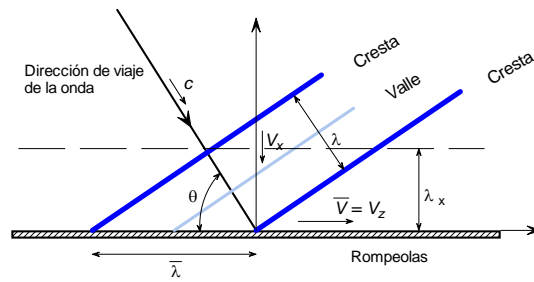


Fig. 9.13. Rompeolas.

Supóngase que no se puede o no se desea hacer la medición en el agua. En tal caso se puede medir el ángulo  $\theta$  y la longitud de onda  $\bar{\lambda}$  entre las crestas a lo largo del rompeolas. La velocidad en la dirección  $z$  estará dada por:

$$\bar{v} = \bar{\lambda} f \quad (9.56)$$

Evidentemente,  $\bar{\lambda}$  y  $\bar{v}$  serán mayores que  $\lambda$  y  $c$  respectivamente y estarán relacionadas con éstas por:

$$\begin{aligned} \bar{\lambda} &= \frac{\lambda}{\cos \theta} \\ \bar{v} &= \frac{c}{\cos \theta} \end{aligned} \quad (9.57)$$

Cuando  $\theta$  es pequeño, la dirección de viaje de la onda es casi paralela al rompeolas y la velocidad  $\bar{v}$  con que viajan las crestas a lo largo de éste es casi igual a  $c$ , la velocidad en el espacio libre. Sin embargo, cuando  $\theta$  alcanza un valor cercano a  $90^\circ$  la velocidad con que viajan las crestas a lo largo del rompeolas tiende a infinito. De acuerdo a lo anterior, la velocidad de fase puede tener valores mayores a la velocidad de la luz. Esto parece estar en contradicción con el principio establecido por la Teoría de la Relatividad en que la velocidad de la luz es la *velocidad última*, o máxima a la que puede viajar la materia o la energía. Sin embargo, no es así, ya que la velocidad de fase no es la velocidad a la que se transporta la energía electromagnética, sino a la que se mueven los puntos de una determinada fase.

En el caso de propagación guiada, la velocidad de transporte de la energía electromagnética es la *velocidad de grupo*, que tiene un significado más general que el descrito antes. Para transportar información, siempre es necesario modular, de una u otra forma, la portadora transmitida. A causa de la modulación se forman grupos

de frecuencias, por lo general centradas alrededor de la portadora, que se propagan en el medio de transmisión. Si la velocidad de fase es función de la frecuencia, las ondas de diferentes frecuencias en el grupo viajarán con velocidades ligeramente diferentes y se combinan para formar una “envolvente de modulación” que se propaga como una onda con velocidad de grupo  $v_g$ , definida como:

$$v_g = \frac{d\omega}{d\beta} \quad (9.58)$$

La relación entre las velocidades de fase y de grupo puede definirse como:

$$v_g v_p = \frac{1}{\mu\epsilon} \quad (9.59)$$

Y en el espacio libre o en el aire en que  $\mu = \mu_0$  y  $\epsilon = \epsilon_0$ ,  $v_g v_p = c^2$ .

### 9.15. Análisis gráfico de las líneas de transmisión: Carta de Smith

El análisis de las líneas de transmisión puede simplificarse utilizando alguno de varios métodos gráficos, de los que el más importante es la *Carta de Smith*<sup>9,10</sup>, mostrada en la figura 9.14 y que es la más utilizada. La carta o diagrama de Smith se basa en dos conjuntos de círculos ortogonales, uno de ellos representa la relación  $R/Z_0$ , en que  $R$  es la componente resistiva de la impedancia característica. El segundo conjunto de círculos, representa la relación  $X/Z_0$ , en que  $X$  es la componente reactiva de la impedancia de la línea. Estas coordenadas se obtienen mediante una transformación conforme correspondientes a una relación de onda estacionaria dada, o lo que es lo mismo a la magnitud del coeficiente de reflexión en la carga, para una línea de transmisión sin pérdidas. La teoría de la Carta de Smith es amplia y no se trata aquí.

En la figura 9.15 se muestran los círculos de resistencia y reactancia constante que componen la la Carta de Smith, así como los círculos de ROE constante, que habitualmente no figuran en la carta y, eventualmente, es necesario trazarlos con compás. Estos círculos de ROE constante, son también de la magnitud del coeficiente de reflexión de acuerdo a (9.46).

<sup>9</sup> Smith, P. H. “Transmission Line Calculator”. *Electronics*, vol. 12. p. 29. Jan. 1939.

<sup>10</sup> Smith, P. H. “An Improved Transmission Line Calculator”, *Electronics*, vol. 17, p. 130. Jan 1944.

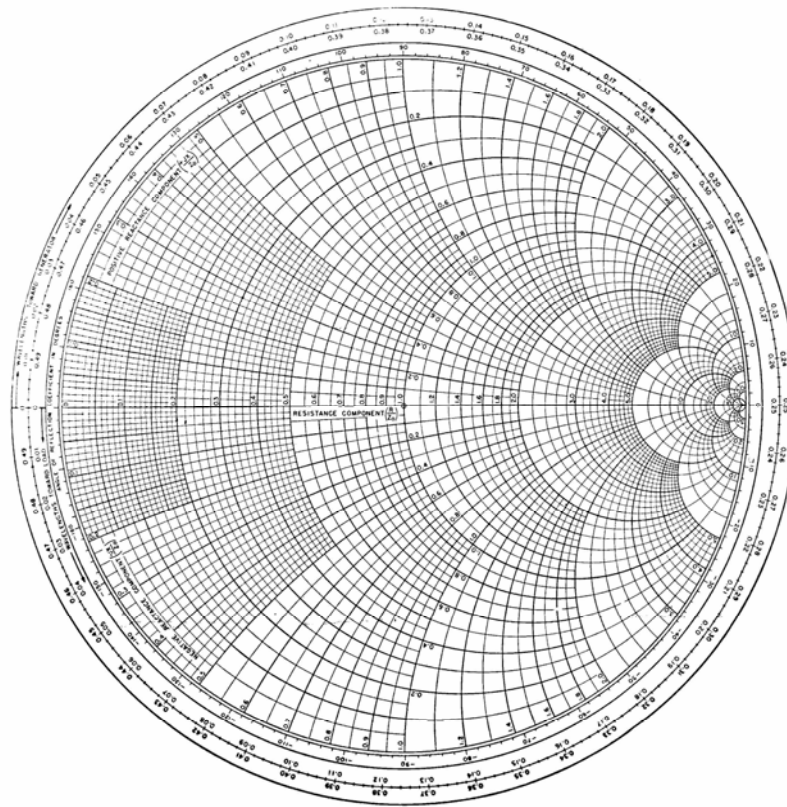


Fig. 9.14. Carta de Smith.

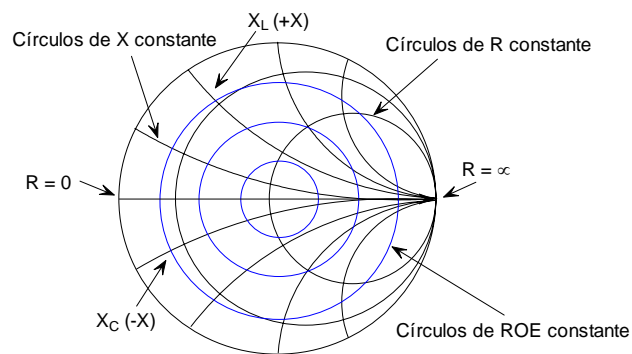


Fig. 9.15. Círculos en la Carta de Smith.

El centro de la gráfica corresponde al valor  $Z = 1 + j0$ . El círculo externo corresponde a valores de reactancias puras ( $R = 0$ ), en tanto que el eje horizontal corresponde a valores de resistencias puras ( $X = 0$ ). Las reactancias en la mitad superior son positivas (inductivas) y negativas (capacitivas) las de la parte inferior. De hecho, en la Carta de Smith puede representarse cualquier valor complejo *normalizado*. El extremo izquierdo de la gráfica corresponde a un cortocircuito, en tanto que el extremo derecho corresponde a un circuito abierto. El recorrido total sobre la gráfica equivale a una longitud en la línea de  $\lambda/2$  ( $180^\circ$  eléctricos). Si la gráfica se recorre en sentido de las manecillas del reloj (dextrógiro), equivale a avanzar en la línea moviéndose de la carga hacia el generador. En sentido levógiro (contrario a las manecillas del reloj), se avanza del generador hacia la carga.

### 9.15.1 Algunas propiedades de la Carta de Smith

Un aspecto importante en que es necesario insistir cuando se utiliza la Carta de Smith, es que una vuelta completa de  $360^\circ$ , equivale a recorrer *media longitud de onda* ( $180^\circ$  eléctricos o  $\pi$  radianes eléctricos) en la línea, bien sea en dirección a la carga o al generador. La Carta de Smith representa todo el plano complejo y ofrece un método gráfico de cálculo con números complejos. Como todo método gráfico, la precisión es inferior a la que se puede obtener por métodos analíticos de cálculo. En la práctica, casi nunca se necesitan precisiones mayores que las que proporciona este método gráfico y, prueba de ello es que a pesar de todas las herramientas de cálculo electrónico de que se dispone en la actualidad, la Carta de Smith sigue usándose desde hace casi setenta años. Aquí mencionaremos sólo algunas de las aplicaciones y ejemplos más sencillos, suficientes para lo que se requiere en el contexto de este trabajo. En la realidad, las aplicaciones son innumerables y algunas de ellas pueden encontrarse en la bibliografía.

#### ***Recíproco de la impedancia (admitancia)***

El recíproco de una impedancia  $Z_1 = R_1 + jX_1$  es:

$$\frac{1}{Z_1} = \frac{1}{R_1 + jX_1} = \frac{R_1}{R_1^2 + X_1^2} - j \frac{X_1}{R_1^2 + X_1^2} = R_2 - jX_2 \quad (9.60)$$

En la Carta de Smith el recíproco de  $Z_1$  se obtiene directamente como sigue:

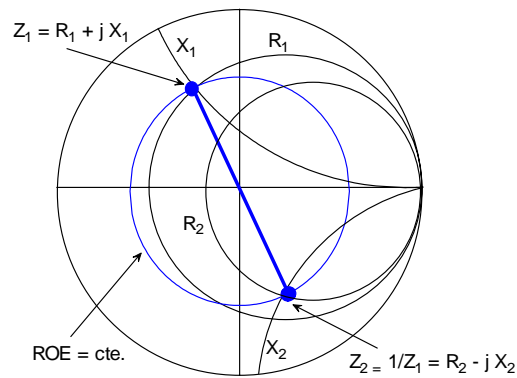


Fig. 9.16. Recíproco de  $Z$ .

- Se localiza en la gráfica el punto correspondiente a  $Z_1$  en la intersección de los círculos correspondientes a  $R_1$  y  $X_1$  como se muestra en la figura 9.16.
- Se traza el círculo de ROE constante que pasa por ese punto.
- Se traza una recta que pase por el centro de la gráfica hasta cortar al círculo de ROE constante diametralmente opuesto.
- En ese nuevo punto se intersectan dos círculos, uno de resistencia y otro de reactancia, cuyos valores corresponden al recíproco de  $Z_1$ .

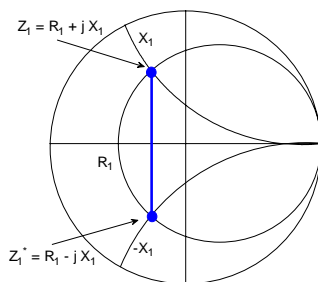


Fig. 9.17.  $Z$  conjugada.

De acuerdo a esto, en la Carta de Smith es posible trabajar tanto con impedancias como con admitancias.

**Complejo conjugado.** El complejo conjugado de  $Z_1 = R_1 + jX_1$  es  $Z_1^* = R_1 - jX_1$ . El procedimiento para obtenerlo en la gráfica es muy simple y se ilustra en la figura 9.17.

### Coefficiente de reflexión.

El módulo del coeficiente de reflexión puede obtenerse a partir de la relación de onda estacionaria, dada por el radio del círculo de ROE constante, mediante (9.43). También es posible determinar directamente en la carta el valor del ángulo de di-

cho coeficiente. En el borde exterior del diagrama circular, suelen presentarse dos escalas, una que da el ángulo del coeficiente de reflexión y otro que da la distancia en longitudes de onda, medida desde la carga hacia el generador.

**9.15.2 Ejemplos de empleo de la Carta de Smith.**

1. Supóngase que se requiere determinar la impedancia de entrada de una línea sin pérdidas, cuya longitud es de  $\lambda/10$  ( $36^\circ$  eléctricos) y que está terminada por una impedancia de carga de  $21 + j24 \Omega$ , si la impedancia característica de la línea es de  $60 \Omega$ .

El primer paso consiste en la normalización de la impedancia de carga respecto a la impedancia característica:

$$z_L = \frac{Z_L}{Z_0} = \frac{21 + j24}{60} = 0.35 + j0.40$$

El valor anterior es el punto *P* de entrada a la carta, en que la coordenada angular, indicada sobre la circunferencia del círculo unitario en la figura 9.18, es aproximadamente  $0.066\lambda$ , que equivale a una longitud eléctrica de  $23.8^\circ$ .

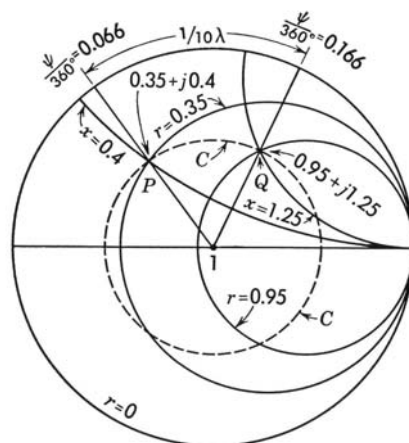


Fig. 9.18.

Como la longitud de la línea es de  $36^\circ$  o  $\lambda/10$ , moviéndose sobre el círculo *C* de ROE constante, hasta el punto en que se intersecta la línea radial trazada a  $0.166\lambda$  ( $0.066\lambda + 0.1\lambda$ ), se obtiene el punto *Q*, que representa la impedancia de entrada normalizada, cuyo valor es aproximadamente  $0.95 + j1.25$ . La impedancia de entrada, vista en las terminales del generador se obtiene multiplicando la impedancia

normalizada por  $Z_0$ , lo que da como resultado un valor de  $57 + j75 \Omega$ . Lo anterior equivale a utilizar la ecuación (9.34), con la que se obtiene un resultado de  $56.5 + j75.03 \Omega$ , prácticamente el mismo, pero algo más laborioso.

2. Hallar la longitud de una línea sin pérdidas en cortocircuito que presenta una reactancia normalizada de (a)  $+2j$  y (b)  $-0.5j$  en las terminales de entrada<sup>11</sup>.

Como la línea está terminada en un corto circuito  $Z_L = 0 + j0$ , que corresponde al punto A en la figura 9.16. El coeficiente de reflexión para es punto es  $\Gamma_L = 1 \angle 180^\circ = -1$ . A cualquier otro valor de la distancia  $z$ , medida desde la carga hacia el generador el coeficiente de reflexión será  $\Gamma(z) = \Gamma_L \exp(2j\beta z)$ . A partir de A se recorre la gráfica sobre el círculo externo, que corresponde a  $ROE = \infty$  o, lo que es lo mismo  $|\Gamma| = 1$ , hasta cortar el círculo correspondiente a  $X = 2$ , marcado como punto B en la figura. Sobre el borde de la carta se lee la longitud requerida de  $0.176\lambda$ .

El mismo proceso se sigue para localizar el punto C, correspondiente a una reactancia de  $-0.5j$ . En este caso se recorre más de medio círculo ( $0.25\lambda$ ), por lo que la distancia a la carga es  $0.25\lambda + 0.176\lambda = 0.426\lambda$ .

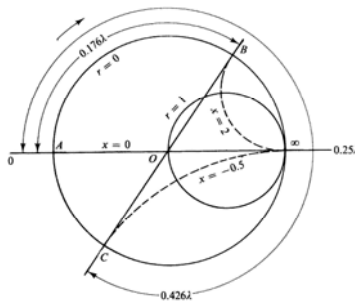
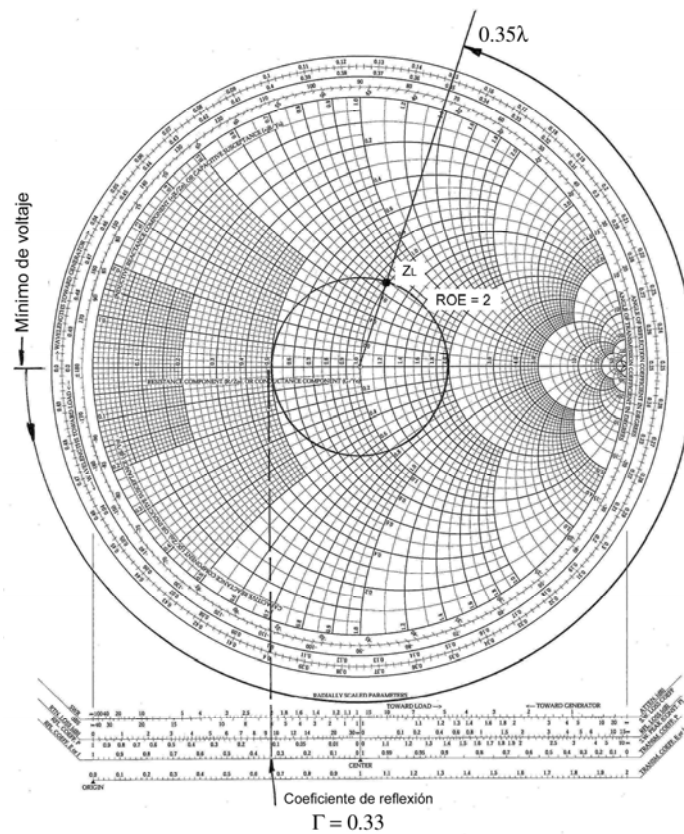


Fig. 9.19.

3. En una línea de transmisión se mide una  $ROE = 2$  y una distancia de la carga al primer mínimo de  $0.35\lambda$ . Determinar la impedancia de carga.

El problema se resuelve gráficamente como se muestra en la figura siguiente.

<sup>11</sup> Sander, K.F. and Reed, G.A. *Transmission and Propagation of Electromagnetic Waves*. Cambridge University Press. Cambridge, UK. 1978.



4. Una línea tiene una impedancia característica de  $50 \Omega$  y está terminada en una impedancia de  $30 + j40 \Omega$ . Determinar el valor de la impedancia de entrada si la línea tiene una longitud de  $60^\circ$  eléctricos.

Se normaliza primero la impedancia de carga respecto a  $Z_0$ :  $z_L = 0.6 + j0.8$  y se localiza este punto sobre la gráfica. Se traza a continuación un círculo, con centro en el centro de la gráfica, que pase por el punto correspondiente a  $z_L$ . En este caso el círculo corresponde a  $ROE = 3$ . Se avanza sobre ese círculo una distancia de  $60^\circ$  eléctricos en dirección al generador, que equivalen a 120 sobre la gráfica, y se localiza un punto a  $z_i = 1.95 - j 1.3$ . Esta es la impedancia de entrada normalizada. La impedancia de entrada se obtiene multiplicando el valor anterior por la impedancia característica de la línea. Así  $Z_i = 97.5 - j65 \Omega$ .

### 9.16. Aspectos prácticos en las líneas de transmisión

**Línea balanceada.** Se designa como *línea balanceada* aquella en que los voltajes de los conductores son simétricos respecto a tierra., por ejemplo las líneas de pares, de dos a cuatro conductores. Entre estas se encuentran las antiguas líneas telefónicas y telegráficas soportadas por postes, las líneas de pares utilizadas en cables telefónicos y otros tipos de líneas como se muestran en la figura 9.20, utilizadas en aplicaciones de audio, televisión y otros sistemas electrónicos y de comunicaciones.

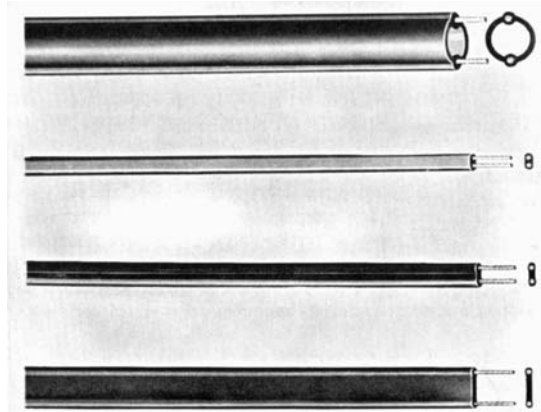


Fig. 9.20. Varios tipos de líneas abiertas o de pares.

Las líneas balanceadas, de dos conductores paralelos se emplean en sistemas de comunicaciones para conectar antenas en que se requieren características balanceadas, por ejemplo dipolos abiertos o doblados, antenas rómbicas, etc. Estas líneas pueden tener dieléctrico de aire, como en el caso de líneas telefónicas montadas en postes o emplear dieléctricos sólidos, generalmente de plástico como las mostradas en la figura 9.20. Algunas de las líneas de microcinta, construidas en circuitos impresos, pueden ser también del tipo no balanceado.



**Líneas no balanceadas.** En este tipo de líneas, uno de los conductores suele estar conectado a tierra y el ejemplo más abundante es la línea o cable coaxial, utilizada extensamente en los sistemas de comunicaciones y que se ilustra en la figura 9.21.

Fig. 9.21. Cable coaxial.

**Radiación en líneas de transmisión.** Cualquier sistema de conductores eléctricos por los que circula corriente, tiende a radiar energía electromagnética cuando la separación entre ellos se acerca a media longitud de onda de la frecuencia de funcionamiento. La radiación ocurre más fácilmente en una línea abierta que en una coaxial, cuyo conductor exterior actúa como pantalla o blindaje del conductor interior. Por esta razón las líneas abiertas raras veces se emplean a frecuencias mayores de unas decenas de MHz, en tanto que las líneas coaxiales pueden utilizarse a frecuencias hasta de 18 GHz o más.

En las líneas de transmisión cualquier radiación es de importancia, ya que por una parte añade pérdidas al sistema y por otro, además de constituir una fuente de interferencia para otros sistemas de comunicaciones, puede modificar el patrón de radiación de las antenas que alimenten.

Para una línea bifilar abierta, no resonante, la potencia radiada está dada aproximadamente por la siguiente fórmula<sup>12,13</sup>:

$$P_{RAD} = 160I^2 \left( \frac{\pi D}{\lambda} \right)^2 \text{ watts} \quad (9.61)$$

Si la longitud es al menos 20 veces mayor que la separación entre conductores y ésta, menor que  $\lambda$ . En la fórmula anterior,  $D/\lambda$  es la separación entre conductores en longitudes de onda e  $I$ , la corriente rcm (rms) en la línea. Esta potencia es el doble de la que radia un dipolo alimentado con la misma corriente que la línea y con una longitud igual a la separación entre los conductores de ésta.

**Tipos de líneas.** En el mercado se encuentra una sorprendente variedad de líneas de transmisión dictada por las múltiples aplicaciones. Una consulta a cualquier catálogo resulta de lo más ilustrativa<sup>14</sup>, además de proporcionar información de considerable interés y utilidad. Las líneas pueden ser rígidas o flexibles, con dieléctrico de aire o dieléctricos sólidos, de perfil liso o corrugado. Dependiendo de la potencia que deben manejar, se encuentran líneas de diámetros que van desde unos cuantos mm hasta más de 15 cm. Las líneas flexibles o semiflexibles son atractivas en el sentido de que pueden doblarse, dentro de ciertos límites, para adaptarse a la forma de las estructuras de soporte. Por otra parte, las líneas rígidas pueden soportar potencias muy grandes y emplean el aire como dieléctrico, lo que redundaría en pérdidas menores que en las líneas con dieléctrico sólido. En cualquier caso, tanto unas como otras tienen ventajas y desventajas como se verá más adelante.

<sup>12</sup> Sterba, E. J. and Feldman, C. B. "Transmisión Lines for Short Wave Radio Systems". *Proc. I.R.E.* Vol. 20, p. 1163. Jul. 1932.

<sup>13</sup> Terman, F. E. *Radio Engineers' Handbook*. McGraw-Hill Book Company, Inc. New York, 1943.

<sup>14</sup> Véase por ejemplo <http://www.andrew.com>.

Las líneas rígidas con dieléctrico de aire consisten de un conductor interior y otro exterior, concéntrico, con separadores de dieléctrico de baja pérdida, como teflón u otros similares, espaciados uniformemente para mantener rígidamente la separación entre los conductores, como se ilustra en la figura 9.22. El conductor exterior de las líneas rígidas suele estar desnudo, si bien en algunas puede estar recubierto de material plástico para evitar la posibilidad de corrosión.

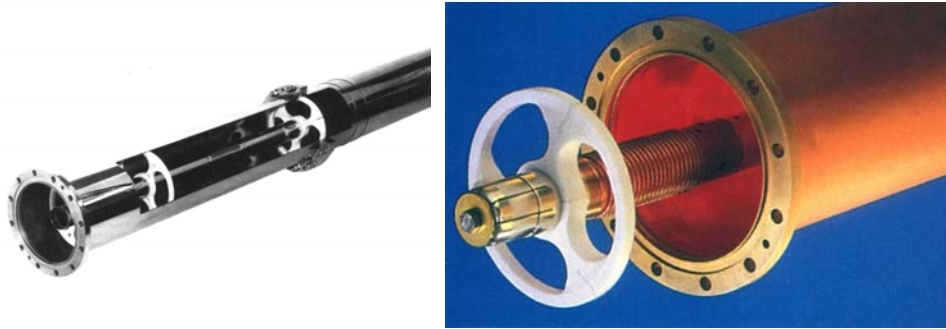


Fig. 9.22. Línea rígida.

**Líneas flexibles.** Las líneas o cables coaxiales flexibles o semiflexibles se utilizan extensamente en todos los sistemas de comunicaciones de potencias medias y altas. Pueden ser de dieléctrico de aire o sólido y tanto el conductor interior como el exterior están corrugados y suelen estar recubiertas de hule o plástico para evitar la corrosión. Tienen la ventaja de poderse transportar en carretes, con más facilidad que las líneas rígidas y su montaje, al ser de una sola pieza, resulta relativamente más fácil que el de éstas. En la figura 9.23 se ilustra este tipo de líneas.



(a) Dieléctrico sólido



(b) Dieléctrico de aire

Fig. 9.23. Líneas semiflexibles.

En la figura 9.24 se muestran algunos aspectos del montaje de una línea semiflexible de 6 ½" (16.5 cm) de diámetro.



Fig. 9.24. Montaje de una línea de transmisión de 6.5".

### 9.17 Atenuación

La atenuación en las líneas de transmisión es causada por la resistividad intrínseca de los conductores, así como por las pérdidas en el dieléctrico y es directamente proporcional a la frecuencia, entre otras cosas, como consecuencia del efecto pelicular en los conductores y del factor de pérdidas en el dieléctrico. En la mayoría de los dieléctricos empleados habitualmente en las líneas, como el teflón, polietileno, aire, etc., el factor de pérdidas es muy pequeño, del orden de  $2 \times 10^{-4}$ , por lo que las pérdidas en el dieléctrico son pequeñas comparadas con las pérdidas en los conductores. La atenuación varía con la raíz cuadrada de la frecuencia y, para conductores de cobre, es válida la siguiente fórmula:

$$\alpha = \frac{0.013}{Z_0} \left( \frac{1}{D} + \frac{1}{d} \right) \sqrt{f} \quad \text{dB/m} \quad (9.62)$$

Donde  $f$  es la frecuencia en MHz y  $Z_0$ , la impedancia característica de la línea coaxial dada por:

$$Z_0 = \frac{138}{\sqrt{\epsilon_r}} \log \left( \frac{D}{d} \right) \quad (9.63)$$

En que  $\epsilon_r$  es la permitividad relativa o constante dieléctrica. De (9.62) puede determinarse que la atenuación es mínima para  $D/d = 3.59$ , lo que resulta en una impedancia de  $77 \Omega$  para el aire.

De lo anterior se ve que hay un compromiso de diseño entre la optimización de la línea para la potencia pico, la potencia promedio o la atenuación. Por lo general, la mayoría de las líneas comerciales tienen impedancias de  $50 \Omega$  o  $75 \Omega$  y, ocasionalmente, de  $60 \Omega$ . La línea de  $50 \Omega$  proporciona un compromiso adecuado entre la impedancia de  $30 \Omega$ , óptima para la potencia pico y la de  $60 \Omega$ , óptima para la potencia promedio. Si la potencia promedio es el factor principal, debe emplearse una línea de  $50 \Omega$  o de  $60 \Omega$ . sin embargo, si la atenuación es lo más importante, la línea más adecuada deberá ser de  $75 \Omega$ . La atenuación en una línea de  $50 \Omega$  será aproximadamente un 8% mayor que la de una de  $75 \Omega$  con diámetros iguales del conductor externo.

### 9.18 Capacidad de potencia.

La capacidad de manejo de potencia de una línea de transmisión está limitada por el voltaje de ruptura del dieléctrico que depende, básicamente, de las características del propio dieléctrico y de la separación entre los conductores. En el cálculo del voltaje máximo de pico en una línea de transmisión es necesario tener en cuenta el tipo de modulación empleada. En FM la potencia promedio y la potencia pico son iguales, en tanto que en AM completa la potencia pico es hasta cuatro veces la potencia de la portadora sin modulación y, en transmisión digital de televisión, la potencia pico puede ser hasta diez veces o más que la potencia efectiva. Este es un factor de máxima importancia en la selección de la línea de transmisión adecuada para una aplicación específica. En la práctica las líneas utilizadas en aplicaciones de potencias altas<sup>15</sup> son invariablemente líneas coaxiales, ya sean rígidas o semi-flexibles. Cuanto mayor sea la potencia<sup>16</sup> que se maneje, mayor deberá ser el diámetro de la línea.

La potencia que puede manejar una línea está determinada por dos factores, uno, la máxima potencia de pico, determinada por la intensidad de campo eléctrico (el voltaje de ruptura) y otro, la potencia promedio, determinada por la temperatura del conductor interior<sup>17</sup>. Para un cable coaxial, la intensidad del campo eléctrico es

<sup>15</sup> El término "potencia alta" es ambiguo. Aquí podemos suponer como tales a las potencias superiores a 1 Kw.

<sup>16</sup> En esta sección hablamos indistintamente de potencia o voltaje, la relación entre una y otro es, simplemente,  $W = V^2/Z_0$

<sup>17</sup> *Engineering Handbook*. 8th Ed. National Association of Broadcasters. Washington D.C. 1992.

máxima cerca de la superficie externa del conductor interior y la intensidad máxima puede calcularse como:

$$E_{\max} = \frac{0.706}{d} \sqrt{\frac{W}{\ln\left(\frac{D}{d}\right)}} \quad \text{volt/cm} \quad (9.64)$$

Donde  $W$  es la potencia en watts,  $D$  el diámetro interno del conductor exterior y  $d$  el diámetro del conductor interior.  $E_{\max}$  es mínima cuando la relación  $D/d$  es igual a 1.65, lo que da como resultado una impedancia de  $30 \Omega$  para una línea con dieléctrico de aire. El cálculo de la limitación de la potencia promedio para una línea coaxial involucra modelos térmicos complejos. Una optimización aproximada indica que la relación  $D/d$  óptima debe ser igual a 2.72, lo que resulta en una impedancia de  $60 \Omega$ .

Al seleccionar una línea de transmisión para una aplicación determinada es necesario aplicar un factor de seguridad para salvaguardar la línea de daños por arcos eléctricos a causa del voltaje de pico o sobrecalentamiento que pueden dañar la línea de forma permanente. Los fabricantes de líneas de transmisión pueden utilizar diferentes factores de seguridad para los valores que especifican. Este es un aspecto importante a considerar cuando se consultan los catálogos.

La causa principal del calentamiento es la potencia promedio y, para los cables semiflexibles su especificación se basa en la temperatura máxima del conductor interno que permite el funcionamiento seguro a largo plazo, para el dieléctrico particular utilizado en la línea. Puesto que la especificación de la potencia promedio está limitada por la temperatura, que a su vez aumenta al aumentar las pérdidas en la línea, la potencia promedio máxima permitida se reduce al aumentar la frecuencia. En la tabla siguiente se dan las fórmulas para el cálculo de la potencia promedio para el caso de sistemas analógicos.

Tipo de modulación	Cálculo de la potencia promedio
AM	$P_{PROM} = P_C \left(1 + \frac{m^2}{2}\right)$
FM	$P_{PROM} = P_C$
TV analógica	$P_{PROM} = 0.8P_{TV}$

En la tabla anterior,  $P_C$  es la potencia de la portadora sin modulación y  $P_{TV}$  es la potencia en el pico de sincronismo. En el caso de televisión la potencia promedio incluye las potencias de vídeo y audio y la fórmula anterior sólo es válida para el

caso analógico. En televisión digital, la potencia pico en el sistema ATSC<sup>18</sup> es del orden de 10 dB superior a la potencia promedio. En el sistema DVB<sup>19</sup> esta relación es de 10 a 11 dB.

### 9.19 Frecuencia de corte.

En las líneas de transmisión, el modo principal de propagación es el electromagnético transversal (TEM), en el que los campos eléctrico y magnético son perpendiculares entre sí y, a su vez, perpendiculares a la dirección de propagación.

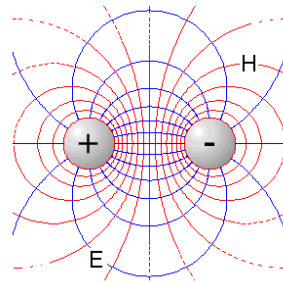


Fig. 9.25. Campo TEM.

Si la frecuencia aumenta, se generan otros modos de propagación, como el TE (transversal eléctrico) o TM (transversal magnético) que, si bien ocurren en guías de onda, son indeseables en las líneas coaxiales. La frecuencia a la cual empiezan a aparecer estos modos indeseables se designa como *frecuencia de corte* y los cables coaxiales no deben utilizarse a frecuencias superiores a la de corte. La frecuencia de corte,  $f_c$  es inversamente proporcional a las dimensiones de los conductores y a la constante dieléctrica y está dada por:

$$f_c (\text{GHz}) = \frac{19.1}{\sqrt{\epsilon_r} (D + d)} \quad (9.65)$$

En que  $D$  y  $d$  están en centímetros.

La consideración de la frecuencia de corte es importante en aplicaciones de transmisión de televisión de alta potencia en la banda de UHF, dado que el diámetro de las líneas puede ser de más de 15.5 cm (6.125 pulgadas). Las especificaciones de

<sup>18</sup> ATSC = American Television Standards Committee. Sistema utilizado en Estados Unidos, Canadá, México y Corea del Sur.

<sup>19</sup> DVB = Digital Video Broadcasting. Sistema utilizado en casi todo el mundo.

los fabricantes suelen dar la máxima frecuencia de funcionamiento, que es algo menor a la frecuencia de corte.

### 9.20 Irregularidades en las líneas de transmisión

Las irregularidades en una línea de transmisión modifican sus parámetros primarios y, por consecuencia, sus características de funcionamiento. Entre ellas se cuentan principalmente las variaciones en sus dimensiones, características del dieléctrico, radiación y conexiones. Las causas típicas son dobleces, uniones defectuosas, inhomogeneidades en el dieléctrico, humedad y condensación, etc.

Un aspecto importante en las líneas semiflexibles es el radio de curvatura al que pueden doblarse sin alterar sus características, que suele especificarse por el fabricante. Si la línea se dobla a radios de curvatura menores, la distancia entre conductores en la zona curvada cambia y, por consecuencia, cambia también la impedancia dando lugar a reflexiones en ese punto. En la figura 9.26 se muestra este aspecto en el montaje de líneas en una torre.



*Fig. 9.26. Curvatura en líneas semiflexibles.*

En las líneas rígidas se emplean codos especiales como los mostrados en la figura 9.27 que garantizan el valor uniforme de la impedancia en toda la línea.

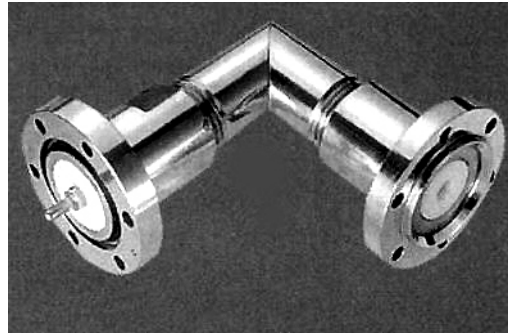


Fig.

9.27. Codos en líneas rígidas.

### Problemas

9.1. Una línea telefónica de par abierto tiene las siguientes constantes distribuidas:  $R = 6.5 \Omega/\text{Km}$ ,  $L = 2.25 \text{ mh}/\text{Km}$ ,  $C = 5.5 \text{ nf}/\text{Km}$  y  $G = 2.125 \mu\text{S}/\text{m}$ . Utilizando un programa de cálculo como MATLAB® u otro similar, (a) hacer una gráfica de la magnitud y fase de la impedancia característica en la banda de voz de 0.3 a 3.4 KHz.

9.2. Una línea de transmisión de 200 Km tiene los siguientes parámetros:  $R = 12.5 \Omega/\text{Km}$ ,  $L = 37.5 \text{ mh}/\text{Km}$ ,  $C = 1.875 \text{ nf}/\text{Km}$  y  $G = 0.625 \mu\text{S}/\text{Km}$ . La línea está terminada en una impedancia de carga de  $4470 + j0 \Omega$  y el voltaje en ésta es de  $4\cos(4000t)$ . Calcular: (a) La corriente en el extremo transmisor. (b) El voltaje en el extremo transmisor y (c) La corriente a 58.5 Km de la carga.

9.3. Las constantes de una línea telefónica son:  $R = 10.33 \Omega/\text{Km}$ ,  $L = 3.67 \text{ h}/\text{Km}$ ,  $C = 8.18 \text{ nf}/\text{Km}$  y  $G = 0.8 \mu\text{S}/\text{Km}$ . Calcular y hacer una gráfica de la velocidad de propagación, como función de la frecuencia en el rango de 10 Hz a 10 KHz.

- a) Calcular y hacer una gráfica de la atenuación en el mismo rango de frecuencias.
- b) Calcular y hacer una gráfica de  $|Z_0|$  en el mismo rango de frecuencias.
- c) Calcular y hacer una gráfica del ángulo de fase de  $Z_0$  en ese rango de frecuencias.

d) Repetir los cálculos a, b y c suponiendo que  $G = 0$ .

9.4. A una frecuencia de 800 Hz, la atenuación y velocidad de propagación en una línea de transmisión son de 0.003 neper/Km y 232.000 Km/s respectivamente. Suponiendo que la longitud de la línea es una longitud de onda y que está terminada en su impedancia característica, calcule  $I(x)/I_g$  en función de la distancia  $x$  medida desde el extremo del generador.

9.5. Demostrar que la impedancia de entrada de una línea de transmisión terminada en una impedancia de carga  $Z_L$  puede expresarse como:

$$Z_i = Z_{CA} \frac{Z_{CC} + Z_L}{Z_{CA} + Z_L}$$

Donde  $Z_{CC}$  y  $Z_{CA}$  son las impedancias en cortocircuito y en circuito abierto respectivamente

9.6. Una línea coaxial de baja pérdida tiene una capacidad y una inductancia distribuidas de 98 pF/m y 246 nH/m respectivamente. Calcular: (a) La capacidad de una línea de 1.5 m de longitud, utilizada como sonda de osciloscopio. (b)  $Z_0$ . (c) La velocidad de propagación y la longitud de onda en la línea. (d) discutir en qué medida afecta la capacidad distribuida a la respuesta en frecuencia, si la sonda se va utilizar en un osciloscopio de 100 MHz.

9.7. Un cable coaxial con pérdidas insignificantes tiene una impedancia característica de  $50\Omega$  y la velocidad de propagación es de  $2 \times 10^8$  m/s. Hallar la inductancia y la capacidad distribuidas.

9.8. Demostrar que si en una línea se cumple que  $R/L \gg G/C$ , en el rango de frecuencias en que  $R \ll \omega L$ , la atenuación es:

$$\alpha \approx \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} \quad \text{neper/m}$$

9.9. Una línea de transmisión con dieléctrico de aire tiene una longitud de 20 m. (a) ¿Cuál es la longitud de la línea en longitudes de onda?. (b) ¿Cuál es el valor de  $\beta$  a 10 MHz y cuál a 100 MHz?. (c) ¿Cuál es la velocidad de propagación a esas frecuencias?.

9.10. Demuestre que dos cargas resistivas,  $R_1$  y  $R_2$ , producen la misma relación de onda estacionaria si  $R_1 R_2 = Z_0^2$ .

9.11. Demuestre que cuando la impedancia de carga de una línea es resistiva, de valor  $R_L$ , entonces  $ROE = R_L/Z_0$  si  $R_L > Z_0$  y  $ROE = Z_0/R_L$  si  $R_L < Z_0$ .

9.12. Una línea de transmisión de 30 m de longitud tiene una carga tal que sólo está presente la onda incidente. La potencia en el extremo de la carga es 1.2 dB menor que en el generador. Calcule  $\alpha$  en dB/m y en neper/m.

9.13. Una línea de transmisión tiene una impedancia característica de  $50 \Omega$  y está terminada en una resistencia pura. Calcule y haga una gráfica de la magnitud y fase del coeficiente de reflexión como función de la resistencia de carga, para valores de ésta entre 0 y  $250 \Omega$ .

9.14. Una línea de transmisión con  $Z_0 = 50 \Omega$  está terminada en una reactancia pura. Calcule y haga una gráfica de la magnitud y fase del coeficiente de reflexión en función de la reactancia de carga, para valores de ésta en el rango de  $-j100 \Omega$  a  $+j100 \Omega$ .

9.15. En una línea de transmisión con dieléctrico de aire, la conductancia es prácticamente despreciable. Demuestre que, en estas condiciones, la constante de atenuación,  $\alpha$ , de una línea de RF es proporcional a la raíz cuadrada de la frecuencia.

9.16. En una línea de transmisión con dieléctrico sólido, las pérdidas en el dieléctrico a frecuencias muy altas son mucho mayores que las pérdidas debidas a la resistencia de la línea. En estas condiciones, ¿Cómo varía la constante de atenuación con la frecuencia?

# Capítulo 10

## Antenas

### Introducción

Las antenas constituyen una parte fundamental de los sistemas radioeléctricos de comunicaciones. Desde la antena constituida por un simple alambre hasta los complejos sistemas radiadores utilizados en las comunicaciones espaciales, las antenas actúan como emisores o receptores de ondas electromagnéticas que transportan información de índole diversa requerida en múltiples aplicaciones de la vida cotidiana. El enfoque que se pretende dar aquí es, en cierta medida práctico, sin sacrificar la teoría necesaria, pero dejando a veces de lado desarrollos algebraicos que no se consideran fundamentales para la comprensión de los fenómenos físicos o que, por su extensión, hacen impráctica su inclusión en el texto.

### 10.1 El papel de la Antena en los Sistemas Radioeléctricos de Comunicaciones

En la época actual, las antenas son elementos omnipresentes en la vida cotidiana, para transmitir y recibir señales de radiodifusión sonora y televisión, bien sea de sistemas radioeléctricos terrestres, de satélite, microondas o cable. En telefonía móvil, sistemas de apertura y cierre de puertas o de identificación en almacenes y carreteras y aún en los “ratones” y teclados inalámbricos de las computadoras. Son, por consecuencia, indispensables en múltiples aplicaciones de nuestra vida diaria.

Las antenas son elementos radiadores o interceptores de energía electromagnética y, por radiación, se entiende aquí el proceso mediante el cual la energía generada en un circuito eléctrico es transferida a una antena y emitida por ésta en forma de ondas electromagnéticas hacia el espacio. El circuito generador suele ser la etapa de amplificación final de un transmisor y el medio de acoplamiento entre éste y la antena, una línea de transmisión o una guía de onda. La antena puede entonces considerarse como un dispositivo que permite la transición de una onda guiada en una línea de transmisión a una onda no guiada o radiada al espacio. La onda guiada por una línea de transmisión es, en general, plana, en tanto que la onda radiada tiene propiedades de onda esférica.

Las antenas son elementos pasivos cuyas características pueden considerarse bidireccionales, es decir, que permiten también la transición de una onda no guiada que

se propaga en el espacio, a una onda guiada en una línea de transmisión conectada a un receptor. Cuando la antena es utilizada para radiar ondas electromagnéticas al espacio, cumple el papel de *antena emisora* o *transmisora* y cuando se emplea para interceptar o capturar ondas que se propagan en el espacio y convertirlas en energía útil, aprovechable por un receptor, cumple la función de *antena receptora*. En ambos casos se trata de un proceso de transferencia de energía entre diversos puntos: de un transmisor al espacio, o de éste a un receptor. La transferencia de energía debe realizarse con la mayor eficiencia posible, de modo que debe buscarse el acoplamiento óptimo entre las impedancias de los diversos elementos del sistema. De no ser así, una parte importante de la energía recibida o transmitida serán reflejadas en la línea de transmisión dando lugar a ondas estacionarias que no contribuyen a la energía útil y que, además, son causa de distorsiones en la señal transportada por la onda electromagnética y de pérdidas por calentamiento en los diversos componentes del sistema línea-antena.

De manera similar al caso de las líneas de transmisión, las antenas pueden considerarse como elementos de circuito con parámetros distribuidos, ya que sus dimensiones en general, son comparables a la longitud de onda de la energía de radiofrecuencia que manejan. Por esta razón, en el análisis de las antenas debe emplearse la Teoría del Campo Electromagnético y sólo, bajo condiciones singulares en un reducido número de situaciones, resulta válido aplicar la Teoría de Circuitos Eléctricos.

En su forma más simple una antena puede estar constituida por un alambre conductor o por una combinación de éstos, que pueden ser alambres, varillas, tubos, placas, etc., de dimensiones adecuadas. La energía radiada por una antena cuando es alimentada por una corriente de alta frecuencia, depende de la geometría del conductor y de la magnitud de la corriente aplicada. Manteniendo constantes las dimensiones de la antena, las intensidades de campo eléctrico y magnético radiados son directamente proporcionales a la magnitud de la corriente aplicada a la antena.

Para que una antena sea eficiente, es decir, para que radie la mayor parte de la energía que se le suministre, o que transmita al receptor la mayor parte de la energía que capture, sus dimensiones deben ser *del orden* de una longitud de onda. Lo habitual en la práctica las dimensiones de las antenas se sitúan entre alrededor de  $1/8\lambda$  y alrededor de una  $\lambda$ . Si sus dimensiones son mucho menores su eficiencia se reduce considerablemente, pero esto en algunas aplicaciones como los controles de cierre y apertura de puertas de casas o vehículos o teclados y ratones de computadoras, no es de mucha importancia porque se manejan potencias muy pequeñas y las distancias entre los transmisores y receptores por lo general son muy pequeñas. En otras aplicaciones, como los sistemas de comunicaciones en las bandas de on-

das kilométricas (30-300 KHz) y miriamétricas (3 a 30 KHz), también se utilizan antenas mucho menores de una longitud de onda. En estos sistemas, la baja eficiencia de la antena se compensa con la muy alta potencia de los transmisores, superior por lo general a 100 Kw.

### 10.2 Antena isotrópica

Se define como *antena isotrópica*<sup>1</sup> a un punto emisor de ondas electromagnéticas que radia uniformemente en todas direcciones, de manera que la energía se distribuye uniformemente en forma esférica en el espacio. La antena isotrópica es un radiador ideal que no existe en la práctica, pero cuyo concepto es de gran utilidad para analizar el comportamiento de antenas reales, cuyas características suelen expresarse en relación a la antena isotrópica como antena patrón. Aquí utilizaremos como antena de referencia o patrón a la antena isotrópica. En la práctica suele utilizarse, además de la antena isotrópica al dipolo de media longitud de onda. No hay que olvidar que la antena isotrópica es, en realidad un concepto y no una antena real, en tanto que un dipolo es una antena real, muy fácil de construir y la más utilizada sobre todo para mediciones. Al consultar las especificaciones de antenas reales es indispensable saber en referencia a qué antena están dadas, si a un dipolo de  $\lambda/2$  o una antena isotrópica. En realidad, la utilización de uno u otro patrón es sólo cuestión de gusto o de hábito y, según se mencionó antes, aquí usaremos la isotrópica como referencia.

### 10.3. Densidad de flujo de potencia

Supóngase una antena isotrópica colocada en el punto O de la figura 10.1, alimentada con una potencia de  $W_0$  watts y radiándola al espacio en todas direcciones, en forma de ondas electromagnéticas.

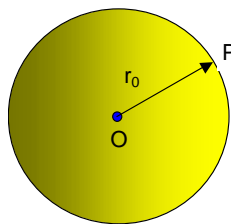


Fig. 10.1. Radiador isotrópico.

<sup>1</sup> Otras designaciones son: *radiador isotrópico, fuente isotrópica o elemento isotrópico.*

Puesto que la radiación es uniforme en todas direcciones, a una distancia  $r_0$  de la antena toda la potencia radiada,  $W_0$  estará contenida en una esfera de radio  $r_0$ , de modo que puede hablarse una *densidad de flujo de potencia*, como la potencia que atraviesa una unidad de área de esa esfera hipotética. Así, la densidad de flujo de potencia, a una distancia  $r_0$  de la antena está dada por:

$$S_0 = \frac{W_0}{4\pi r_0^2} \quad \text{watt/m}^2 \quad (10.1)$$

$S_0$ , la densidad de flujo de potencia, es la magnitud del vector de Poynting en el punto P.  $W_0$  es la potencia radiada por la antena isotrópica y  $r_0$ , la distancia de ésta al punto P.

En las condiciones anteriores se dice que la radiación es *omnidireccional* o *no-direccional*, puesto que el flujo de potencia es uniforme en todas direcciones. Ahora bien, si por algún medio que no se analizará de momento, en lugar de radiar la energía uniformemente a todo el espacio se logra concentrar toda la energía sólo en una cierta región, de manera semejante a lo que ocurre con una linterna de mano a la que en la parte posterior de la lámpara se coloca un reflector de modo que la luz sólo se emita hacia adelante y prácticamente no se ilumine nada hacia atrás del reflector, es claro que la densidad de potencia luminosa será mayor en la dirección de máxima radiación, es decir, frente al reflector y menor o aún nula, en otras direcciones. El mismo procedimiento, aplicado a un radiador isotrópico, dará como resultado que se tenga mayor energía radiada en una dirección determinada, sin necesidad de aumentar la potencia suministrada al radiador.

#### 10.4 Directividad

De acuerdo al razonamiento anterior, supóngase que es posible concentrar toda la energía radiada por la antena isotrópica en un ángulo sólido  $\Omega$ , como se muestra en la figura 10.2

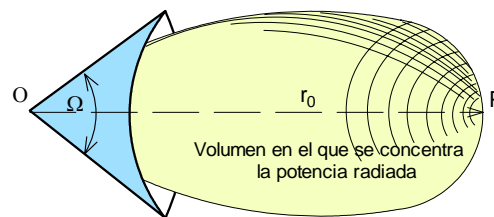


Fig. 10.2. Volumen en el que se concentra la potencia radiada por la antena.

La potencia total contenida en el volumen esférico de la figura 1 es la misma que la contenida en el volumen ocupado por el sólido de revolución de la figura 2, es decir,  $W_0$ . El punto O desde el que se radia la energía electromagnética es el mismo en ambos casos, sin embargo el radiador de la figura 2 ya no es isotrópico puesto que no radia energía uniformemente en todas direcciones, sino únicamente dentro del ángulo sólido  $\Omega$ . Supóngase ahora que el punto P en el que se mide la densidad de flujo de potencia también es el mismo en ambos casos, es decir, la distancia del radiador al punto P sigue siendo  $r_0$ . Es claro que en estas condiciones la densidad de flujo de potencia en P será mayor que si la fuente fuera isotrópica. Si a esta nueva densidad de flujo de potencia, correspondiente ahora a un radiador isotrópico ideal que ahora estará alimentado por una potencia equivalente  $W_1$  se le designa como  $S_1$ , se tiene que:

$$S_1 = \frac{W_1}{4\pi r_0^2} \quad (10.2)$$

en que ahora,  $W_1$  es la potencia radiada por la antenna no isotrópica de la figura 2.

Conviene aquí hacer una aclaración importante.  $W_1$  es la potencia *radiada* por la antenna no isotrópica, pero la potencia de alimentación a esta antenna es la misma que a la antenna isotrópica, es decir,  $W_0$ . Sin embargo, debido a que la antenna no isotrópica es capaz de concentrar la energía en una porción del espacio confinada al ángulo sólido  $\Omega$ , radia más energía en esa zona que la que radiaría una antenna isotrópica alimentada con la misma potencia. Para que la antenna isotrópica produjera, en el punto P, una densidad de flujo de potencia igual a  $S_1$ , tendría que radiar una potencia  $W_1$  en lugar de  $W_0$ . Por esta razón  $W_1$  se designa como *potencia isotrópica radiada equivalente* o *efectiva* (PIRE o EIRP<sup>2</sup>) y se relaciona con  $W_0$  mediante la siguiente expresión:

$$W_1 = DW_0 \quad (10.3)$$

en que D es una constante adimensional designada como *directividad*, que expresa la capacidad de una antenna para concentrar la energía electromagnética en una región del espacio.  $W_0$ , según se mencionó antes, es la potencia radiada por una antenna isotrópica y es igual a la potencia suministrada a ésta. De acuerdo a esto, la densidad de flujo de potencia en el punto P puede ahora expresarse como:

$$S = DS_0 \quad (10.4)$$

La directividad de la antenna isotrópica es igual a la unidad, como se infiere de (4) y, en general, para antenas reales D es mayor que 1, si bien también puede ocurrir que en algunas aplicaciones la directividad sea menor que 1.

---

<sup>2</sup> Effective (o Equivalent) Isotropic Radiated Power.

Basándose en el razonamiento anterior podría pensarse que una antena cuya directividad sea mayor que la unidad actúa como un amplificador de potencia. Sin embargo, al estar la antena constituida sólo por elementos pasivos no es capaz de producir más potencia que la que le suministra la línea de transmisión. Ahora bien, como la antena es capaz de concentrar la energía en ciertas regiones del espacio habrá, en algunos puntos de dichas regiones, un aumento neto de la densidad de flujo de potencia respecto a la que produciría una antena que radiara por igual en todas direcciones. La directividad, expresada de manera cuantitativa, esa capacidad de concentración de la energía en regiones relativamente reducidas del espacio y es una propiedad que, adecuadamente aprovechada, permite lograr importantes economías en la potencia de los transmisores. Conviene enfatizar que, por otra parte, una antena con directividad mayor que 1 si bien radia más potencia que una antena isotrópica en determinadas zonas, radia menos que ésta en amplias zonas del espacio. Las zonas de interés constituyen lo que se designa como *área de cobertura*. Partiendo de (10.4) puede definirse la directividad como:

$$D = \frac{S}{S_0} \quad (10.5)$$

Donde  $S$  es la densidad de flujo de potencia debido a la antena no isotrópica en un punto dado del espacio y  $S_0$  es la densidad de flujo de potencia que produciría una antena isotrópica, alimentada con la misma potencia, en el mismo punto.

Puesto que la densidad de flujo de potencia producido por la antena no isotrópica variará según la dirección respecto a la antena, la directividad es función de esta posición y, en términos generales en coordenadas polares tendrá la forma:

$$D(\theta, \phi) = \frac{S(\theta, \phi)}{S_0} \quad (10.6)$$

La máxima directividad se tendrá en la dirección o direcciones de máxima radiación y está dada por:

$$D_{\max} = \frac{S_{\max}}{S_0} \quad (10.7)$$

Ahora bien, puesto que la densidad de flujo de potencia es la magnitud del vector de Poynting, dado por el producto vectorial de los campos eléctrico y magnético como  $S = 1/2E \times H$  puede expresarse también en términos de la intensidad de campo eléctrico (o magnético) que, para la antena no isotrópica puede escribirse como<sup>3</sup>:

---

<sup>3</sup> Esta expresión corresponde al valor efectivo del vector de Poynting, asumiendo que las variaciones de los campos eléctrico y magnético son senoidales.

$$S(\theta, \phi) = \frac{|E(\theta, \phi)|^2}{2Z_0} \quad (10.8)$$

donde  $|E(\theta, \phi)|$  es el valor pico de la intensidad de campo eléctrico a una distancia  $r$ , en la dirección  $(\theta, \phi)$  y  $Z_0$  es la impedancia de onda o impedancia característica del medio en que se propaga la onda que está dada por:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (10.9)$$

y, para el espacio libre o el aire,  $Z_0 = 120\pi \cong 377 \Omega$ .

Substituyendo (10.7) y (10.8) en (10.6) se tiene:

$$D(\theta, \phi) = \frac{2\pi r^2 |E(\theta, \phi)|^2}{Z_0 W_0} \quad (10.10)$$

y, para el espacio libre o el aire:

$$D(\theta, \phi) = \frac{|E(\theta, \phi)|^2 r^2}{60 W_0} \quad (10.11)$$

La directividad máxima estará dada por:

$$D_{\max} = \frac{E_{\max}^2 r^2}{60 W_0} \quad (10.12)$$

En general, es común que cuando se especifica un valor numérico para la directividad, éste corresponde al de la directividad máxima. La directividad como función de la posición respecto a la antena suele representarse mediante diagramas o patrones de radiación. Conocidas la directividad de una antena y su potencia de alimentación, es posible calcular la magnitud de la intensidad del campo eléctrico<sup>4</sup> a una distancia dada,  $r$ , mediante la expresión:

$$|E(\theta, \phi)| = \frac{\sqrt{60 W_0 D(\theta, \phi)}}{r} \quad (10.13)$$

Si ahora se define  $E(\theta, \phi)$  de forma tal que:

$$|E(\theta, \phi)| = E_{\max} |f(\theta, \phi)| \quad (10.14)$$

---

<sup>4</sup> Aunque aquí se hace referencia principalmente a la intensidad de campo eléctrico, debe tenerse en cuenta que puede hablarse de la misma forma de la intensidad de campo magnético y puede seguirse el mismo razonamiento para obtener las expresiones correspondientes.

Donde  $E_{\max}$  es la intensidad de campo eléctrico en la dirección de máxima radiación y  $f(\theta, \phi)$  es la función que describe la forma en que el campo radiado por la antena se distribuye en el espacio y define al patrón o diagrama de radiación del campo<sup>5</sup>, en términos de la intensidad de campo relativa, es decir, referida a  $E_{\max}$ .

Elevando ambos miembros de (10.14) al cuadrado se tiene:

$$|E(\theta, \phi)|^2 = E_{\max}^2 |f(\theta, \phi)|^2 \quad (10.15)$$

Y se define ahora:

$$F(\theta, \phi) = |f(\theta, \phi)|^2 \quad (10.16)$$

como *patrón o diagrama de radiación de potencia*.

### 10.5. Ganancia

La definición de directividad en la sección anterior no tiene en cuenta la eficiencia de la antena y la supone como un radiador perfecto de energía electromagnética si se trata de una antena emisora o como un absorbedor perfecto en el caso de una antena receptora. En otras palabras, la definición de directividad supone a la antena como sin pérdidas. En realidad las antenas se construyen con materiales que son conductores imperfectos, igual que los aisladores que se utilizan en ellas, por lo que una parte de la potencia suministrada a la antena se perderá en ésta, bien sea por calentamiento a causa de la resistencia de los conductores o por fugas en los dieléctricos, dando como resultado una reducción en la potencia neta y, por consecuencia, en la eficiencia de la antena<sup>6</sup>. Tomando en cuenta este hecho, es necesario modificar el concepto de directividad de modo que se tenga en cuenta la eficiencia de la antena. Se define entonces la *ganancia directiva* o simplemente *ganancia* de una antena como:

$$G(\theta, \phi) = \eta D(\theta, \phi) \quad (10.17)$$

Donde  $\eta$  es el factor de eficiencia de la antena, cuyo valor está comprendido entre cero y uno. De acuerdo a esto, la ganancia en la dirección de máxima radiación será:

$$G_{\max} = \eta D_{\max} \quad (10.18)$$

<sup>5</sup> Por lo general, el patrón de radiación del campo se refiere al campo eléctrico. Es poco habitual hablar del patrón de radiación del campo magnético.

<sup>6</sup> En la eficiencia de las antenas intervienen también efectos de dispersión, particularmente difracción en los bordes de los reflectores utilizados por ejemplo, en antenas parabólicas.

y es la que suele encontrarse en las especificaciones de antenas reales junto con el diagrama de radiación correspondiente.

Quizá resulte más claro el concepto de ganancia si se define de la forma siguiente:

$$G = \frac{\text{Potencia efectiva radiada por la antena en direccion } (\theta, \phi)}{\text{Potencia suministrada en los terminales de la antena}} \quad (10.19)$$

donde  $G = G(\theta, \phi)$  es, al igual que la directividad, función de la dirección respecto a la antena.

La definición anterior de ganancia incluye los efectos de todas las pérdidas debidas a las imperfecciones de los conductores y dieléctricos con que está construida la antena. Conviene notar que en (10.19), la potencia suministrada o de entrada a la antena no es la potencia de salida del transmisor, de modo que en la ganancia así definida no intervienen, ni los desacoplamientos de impedancia ni la atenuación de la línea de transmisión. Por otra parte, la definición anterior es fácilmente comprensible si se considera a la antena como emisora. Cuando la antena actúa como receptora el concepto de ganancia es igualmente válido, aunque el comportamiento físico se explica mejor en términos del área o abertura efectiva. También es importante enfatizar que los valores numéricos de la directividad o ganancia que se encuentran en la práctica corresponden, por lo general, a las direcciones de máxima radiación, ya que no debe olvidarse que la directividad y la ganancia son funciones de la dirección respecto a la antena y sólo pueden expresarse completamente mediante una función analítica o bien mediante un diagrama tridimensional que muestre la distribución espacial de la intensidad de campo o la potencia y no únicamente mediante una cifra.

## 10.6 Diagrama de radiación

El diagrama, o patrón de radiación es la expresión, bien sea analítica o gráfica de la variación de la potencia, la intensidad de campo eléctrico<sup>7</sup> o la ganancia, respecto a la posición de la antena. Cuando la expresión del diagrama de radiación se hace gráficamente, es frecuente utilizar coordenadas polares para representar la distribución del campo en los planos horizontal y vertical. En algunas aplicaciones en que son necesarias representaciones más precisas mediante ampliaciones de escala de ciertas porciones del diagrama, se prefiere el uso de coordenadas rectangulares, lo mismo que al calcular las gráficas mediante computadora.

<sup>7</sup> Aunque puede también hablarse de diagrama de radiación del campo magnético, en la práctica es poco frecuente.

La función  $G(\theta, \phi)$  es, de hecho, la expresión analítica del diagrama de radiación que, en forma normalizada se expresa como:

$$F(\theta, \phi) = \frac{G(\theta, \phi)}{G_{\max}} \quad (10.20)$$

donde  $G_{\max}$  es el valor de la ganancia en la dirección de máxima radiación, con lo que el valor máximo de  $F(\theta, \phi)$  es 1 y es congruente con la definición previa (10.16).  $F(\theta, \phi)$  y  $G(\theta, \phi)$  son funciones tridimensionales en coordenadas esféricas, evaluadas a una distancia constante de la antena. En la figura 10.3 se ilustra la forma un diagrama de radiación tridimensional. Esta forma resulta más difícil de interpretar que si el diagrama se realiza para los planos horizontal y vertical, es decir,  $\theta = 90^\circ$  y  $\phi = 90^\circ$  respectivamente, (25) puede escribirse para cada caso como:

$$F(\phi) = \frac{G(90^\circ, \phi)}{G_{\max}(\phi)} \quad (10.21)$$

para el diagrama horizontal y, para el vertical:

$$F(\theta) = \frac{G(\theta, 90^\circ)}{G_{\max}(\theta)} \quad (10.22)$$

$G_{\max}(\phi)$  y  $G_{\max}(\theta)$  son, respectivamente, los valores máximos de la ganancia en las direcciones  $\theta$  y  $\phi$ .

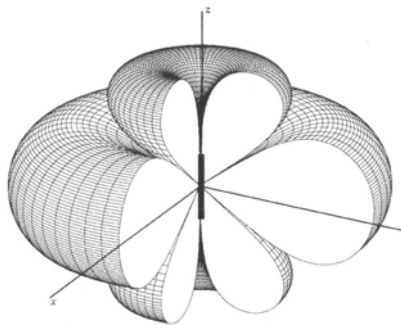


Fig. 10.3. Diagrama de radiación tridimensional.

En la figura 10.4 se ilustra el diagrama de radiación para un corte en el plano vertical. En el plano horizontal, para  $\theta = 90^\circ$  el diagrama de radiación es un círculo. En los círculos concéntricos de la figura se indica el nivel relativo de potencia, en dB, respecto a la dirección de máxima radiación ( $90^\circ$  y  $270^\circ$ ).

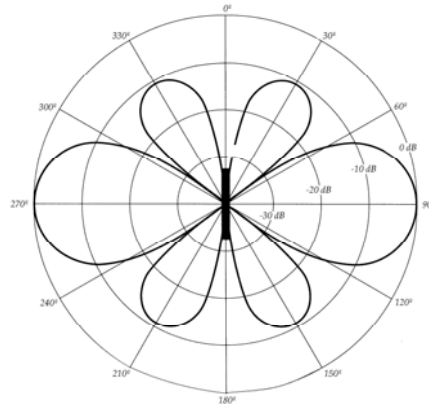


Fig. 10.4. Diagrama de radiación en el plano vertical.

### 10.7 Directividad y área del haz

Una forma alternativa de definir la directividad es partiendo del principio de que una antena isotrópica radia en forma esférica, lo que equivale a un ángulo sólido de  $4\pi \text{ rad}^2$ , en tanto que una antena de directividad  $D$  radia en un ángulo sólido  $\Omega$ , menor de  $4\pi \text{ rad}^2$ , de modo que la directividad puede expresarse también como:

$$D = \frac{\text{Angulo solido subtendido por una esfera}}{\text{Angulo solido subtendido por el patron de la antena no - isotropica}} \quad (10.23)$$

El ángulo sólido subtendido por el diagrama de radiación de la antena no-isotrópica es, de hecho, el área de la sección transversal del haz radiado, expresada dicha área en unidades angulares, es decir,  $\text{rad}^2$  o en grados al cuadrado. El área transversal queda así expresada como:

$$B = \int_0^{2\pi} F(\theta, \phi) \sin \theta d\theta d\phi \quad (10.24)$$

En la práctica, no siempre puede expresarse  $F(\theta, \phi)$  en forma analítica y, por consecuencia no puede evaluarse la integral anterior. Sin embargo, puede conocerse gráficamente el diagrama de radiación en los planos horizontal y vertical a partir de mediciones de la intensidad de campo eléctrico o de la potencia. En estas condiciones, es posible estimar la directividad con el siguiente procedimiento.

Supóngase un diagrama de radiación como el de la figura 10.5, constituido por un sólido de revolución alrededor del eje  $y$ . En el plano vertical, este patrón puede reemplazarse de manera aproximada por el sector OCD mostrado en la figura 4(a) y limitado por el ángulo plano  $\Theta$  y lo mismo puede hacerse en el plano horizontal.

Así, el diagrama resultante, en el espacio, tendrá forma de cuña como se muestra en la figura 4(b), en la que  $\Theta$  y  $\Phi$  son los ángulos de abertura del haz a media potencia y están definidos por los puntos A y B sobre el diagrama de radiación real, en los que la potencia es la mitad de la emitida en la dirección de máxima radiación o bien, la intensidad de campo eléctrico es  $1/\sqrt{2}$  de la intensidad de campo en la dirección de máxima radiación. La aproximación utilizada en la figura 4(b) resultará mejor cuanto mayor sea la directividad de la antena. El error puede ser hasta de 35% en antenas de poca directividad, hecho que debe tenerse en cuenta al aplicar el método.

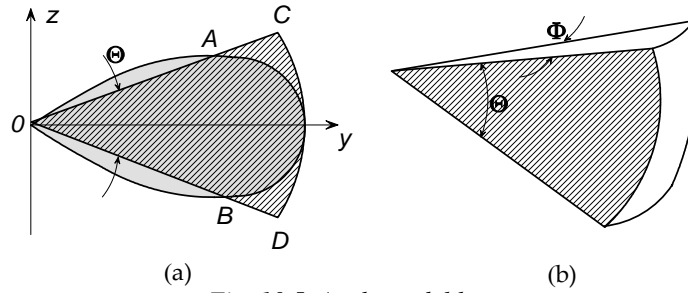


Fig. 10.5. Anchura del haz.

De la figura 10.5(b), el área transversal del haz estará dada, aproximadamente, por:

$$B \cong \Theta \Phi \quad (10.25)$$

Ahora bien, de (10.23) se deduce que:

$$D = \frac{4\pi}{B} \quad (10.26)$$

con lo que, substituyendo queda:

$$D \cong \frac{4\pi}{\Theta \Phi} \quad (10.27)$$

donde  $\Theta$  y  $\Phi$  son, según se mencionó, los ángulos de abertura del haz a media potencia en los planos vertical y horizontal, respectivamente, expresados en radianes. Si  $\Theta$  y  $\Phi$  se expresan en grados, la ecuación anterior puede escribirse como:

$$D \cong \frac{41253}{\Theta^\circ \Phi^\circ} \quad (10.28)$$

ya que  $4\pi \text{ rad}^2 = 4\pi \times (57.3)^2 = 41253 \text{ grados}^2$ .

### 10.8 Area equivalente de una antena

En las secciones anteriores, la antena fue tratada principalmente como emisora de ondas electromagnéticas, aún cuando los conceptos de directividad y ganancia son igualmente válidos si la antena se utiliza como receptora. Sin embargo, al analizar la antena en esta aplicación, conviene asociarle una cierta área en que es válido suponer que se intercepta el campo electromagnético para extraer de él la energía transportada por la onda. De acuerdo a esto, si se piensa que la antena tiene asociada un área equivalente  $A_e$ , la potencia incidente sobre una superficie de esa área, perpendicular a la dirección de propagación y colocada a una distancia  $r$  de la fuente será:

$$P_r = SA_e = \frac{P_{RAD}}{4\pi r^2} A_e \quad (10.29)$$

Donde  $P_r$  es la potencia disponible en las terminales de la antena receptora,  $S$  la densidad de flujo de potencia,  $P_{RAD}$  la potencia isotrópica equivalente radiada por la antena transmisora y  $A_e$  el área efectiva en que se captura la energía útil. En realidad, el área o abertura equivalente de la antena incluye tres conceptos: el de *área efectiva*, definida antes, el *área de dispersión*, que tiene que ver con la parte de la energía incidente que es rerradiada por la antena y el *área de pérdidas*, asociada con las pérdidas por efecto Joule debidas a la resistencia de la propia antena. El área equivalente es la suma de las tres anteriores, si bien aquí nos limitaremos únicamente a la primera. De (10.29) puede definirse el área efectiva como:

$$A_e = \frac{P_r}{S} \quad (10.30)$$

Si a la superficie interceptora, de área equivalente  $A_e$  se le puede asociar una impedancia  $Z_A$  y se supone, además, que es posible localizar en esa superficie dos terminales hipotéticas en las que se puede extraer la potencia incidente, se tendrá también en dichos terminales un voltaje de valor:

$$V_r = \sqrt{P_r Z_A} \quad (10.31)$$

Cuando la antena se usa como receptora, cumple la función de interceptar las ondas electromagnéticas de la misma forma que la superficie  $A$  descrita antes. El problema consiste ahora en establecer una relación entre el área de intercepción y los parámetros de la antena. Para ello es conveniente hacer algunas consideraciones de carácter cualitativo.

La antena receptora puede considerarse como un generador que alimenta a la línea de transmisión que la conecta al receptor. La potencia que suministra este genera-

dor es la potencia que transporta la onda electromagnética incidente en la antena, como se muestra en la figura 10.6.

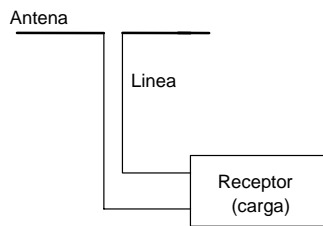


Fig. 10.6.

Si las impedancias de la antena, línea de transmisión y entrada del receptor son tales que el acoplamiento entre ellas es perfecto y si, además, no hay pérdidas en la antena ni en la línea de transmisión, la onda que incide sobre la antena viajará por la línea hasta la carga representada por el receptor y su potencia será absorbida totalmente por éste.

Si el acoplamiento no es perfecto entre alguno de los elementos, habrá ondas reflejadas y, por consecuencia, sólo una parte de la energía de la onda incidente será entregada a la carga. Las ondas reflejadas viajarán de regreso hacia la antena y se producirá una situación de reflexión múltiple entre la antena y la carga, es decir, en la línea de transmisión se tendrán dos ondas, una viajando hacia la carga y otra de regreso hacia la antena, cuyas amplitudes estarán determinadas por el coeficiente de reflexión que resulta del desacoplamiento de las impedancias.

La onda reflejada hacia la antena será radiada nuevamente por ésta hacia el espacio. A esta onda rerradiada se le designa como *onda dispersa* y su energía procede de la onda original incidente sobre la antena por lo que, desde el punto de vista del receptor, representa energía perdida. Además de la energía perdida en la onda dispersa, otra parte de la energía incidente se disipa por efecto Joule, en forma de calor en la propia antena, la línea y la carga.

De acuerdo a este razonamiento, el área equivalente de una antena puede considerarse formado por dos partes: un *área de absorción*, asociada con la porción de energía incidente absorbida por el sistema, ya sea como energía útil a la entrada del receptor o disipada en forma de calor en los diferentes componentes del sistema y un *área de dispersión*, asociada con la energía rerradiada por la antena.

Para identificar otros aspectos del comportamiento de la antena, el área de absorción suele, a su vez, dividirse en cuatro partes designadas como *área efectiva*, *área de pérdidas*, *área colectora* y *área física*.

### 10.8.1 Area Efectiva

El área o abertura efectiva de una antena es aquella asociada con la potencia útil suministrada a la línea de transmisión en condiciones de acoplamiento de impedancias. Para definirla, se considera a la antena conectada a una impedancia de carga  $Z_L$  como se muestra en la figura 10.7(a), en cuyo caso la antena actúa como un generador de impedancia interna  $Z_A$  y el sistema puede representarse mediante el circuito equivalente de figura 6(b). El voltaje del generador sería el voltaje en los terminales de la antena, en circuito abierto.

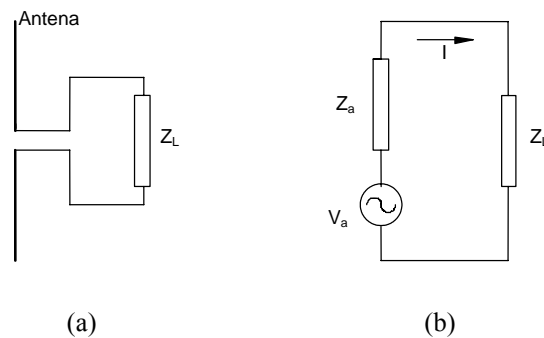


Fig. 10.7. Circuito equivalente de la antena.

En general, las impedancias  $Z_A$  y  $Z_L$  son complejas, es decir, contienen partes resistivas y reactivas, de modo que:

$$Z_A = R_A + jX_A \quad (10.32)$$

$$Z_L = R_L + jX_L \quad (10.33)$$

A su vez, la resistencia de la antena  $R_A$  tiene dos componentes: una, causante de las pérdidas por calentamiento, designada como *resistencia de pérdidas*,  $R_P$  y otra, asociada con el proceso de radiación de la energía electromagnética, designada como *resistencia de radiación*,  $R_R$ . Es en esta última en la que se considera que se absorbe la potencia cuando la antena se usa como receptora y la responsable de la radiación cuando la antena es transmisora. La resistencia de radiación es una propiedad de la antena y no una resistencia convencional que pueda ser medida con un óhmetro. De acuerdo a esto:

$$R_A = R_p + R_R \quad (10.34)$$

Si ahora se analiza el circuito de la figura 1.6(b) se tiene que la corriente es:

$$I = \frac{V_A}{Z_A + Z_L} \quad (10.35)$$

Con lo que, efectuando las substituciones correspondientes se tiene:

$$I = \frac{V_A}{R_R + R_p + R_L + j(X_A + X_L)} \quad (10.36)$$

La potencia entregada a la carga será:

$$P_L = |I|^2 R_L \quad (10.37)$$

Y, substituyendo (10.36):

$$P_L = \frac{V_A^2 R_L}{(R_R + R_p + R_L)^2 + (X_A + X_L)^2} \quad (10.38)$$

Se puede ahora definir un área efectiva como la relación entre la potencia entregada a la impedancia de carga y la densidad de flujo de potencia de la onda incidente:

$$A_e = \frac{P_L}{S} \quad \text{m}^2 \quad (10.39)$$

Que es la misma ecuación (10.30). Si la antena se supone ideal, no habrá pérdidas por calentamiento y  $R_p = 0$  y si, además, las impedancias están acopladas:

$$Z_A = Z_L^* \quad (10.40)$$

Donde  $Z_L^*$  es el complejo conjugado de  $Z_L$ , entonces  $R_A = R_R = R_L$  y  $X_A = -X_L$ . En estas condiciones se tendrá la máxima transferencia de potencia entre la antena y la carga, por lo que el área efectiva asociada será máxima,  $A_{em}$  y de las ecuaciones anteriores se tiene que:

$$A_{em} = \frac{V_A^2}{4SR_r} \quad (10.41)$$

Además, intuitivamente se infiere que el área efectiva debe estar relacionada con la ganancia de la antena. Así, esta relación se define como  $A_e = A_{iso} G$  en que  $G$  es la ganancia y  $A_{iso}$ , el área efectiva de la antena isotrópica, dada por<sup>8</sup>:

$$A_{iso} = \frac{\lambda^2}{4\pi} \quad (10.42)$$

<sup>8</sup> Para una demostración de estas relaciones véanse por ejemplo: E.C. Jordan y K.G. Balmain, *Electromagnetic Waves and Radiating Systems*, 2nd Ed. Prentice Hall, Inc. 1968. C.A. Balanis. *Antenna Theory: Analysis and Design*, 2<sup>nd</sup> Ed. John Wiley & Sons, Inc. 1982, J.D. Kraus. *Antennas*. 2<sup>nd</sup> Ed. McGraw-Hill, Inc. 1988.

En resumen, el área efectiva es la relación entre la potencia disponible en las terminales de la antena y la densidad de flujo de potencia (potencia por unidad de área) de la onda incidente *con la polarización adecuada*. Esto implica que la definición de área efectiva tiene sentido si la antena transmisora y la receptora tienen la misma polarización.

### 10.8.2 Relación entre área efectiva y longitud efectiva

Supóngase ahora que la antena está formada por un conductor recto, delgado, de longitud  $L_e$ . El voltaje inducido por la onda será:

$$V_A = EL_e \quad (10.43)$$

donde E es la intensidad de campo eléctrico de la onda. Por otra parte, la intensidad de campo y la densidad de flujo de potencia están relacionadas por:

$$S = \frac{E^2}{Z_0} \quad (10.44)$$

Substituyendo (10.43) y (10.44) en (10.41) se tiene que:

$$A_{em} = \frac{Z_0 L_e^2}{4R_R} \quad (10.45)$$

que, para el espacio libre o el aire se reduce a:

$$A_{em} = \frac{30\pi L_e^2}{R_R} \quad (10.46)$$

$L_e$  recibe el nombre de *longitud efectiva* y se relaciona con el área efectiva máxima en la forma anterior.

Cuando hay desacoplamiento de impedancias o pérdidas resistivas ( $R_p > 0$ ), el área efectiva es menor que el área efectiva máxima. La relación entre esas dos áreas se designa como *efectividad* de la antena y no debe confundirse con la eficiencia definida mediante (10.17). En esta última se incluyen otros efectos como dispersión, pérdidas por fugas en dieléctricos, etc.

### 10.9 Resistencia de radiación

En la sección 10.8, al analizar el circuito equivalente de la antena, usada como receptora, se trató a la resistencia de radiación como una componente de la parte

real de la impedancia de la antena. Al tratar el concepto de área o abertura efectiva, se vio que ésta depende de la resistencia de radiación, a la que puede considerarse como la resistencia en que se absorbe la potencia de la onda incidente para ser utilizada como potencia útil a la entrada del receptor. La resistencia de radiación es una propiedad de la antena que no puede medirse en forma simple como si se tratara de una resistencia convencional. Si se considera la antena como transmisora, el concepto de resistencia de radiación es igualmente válido. En este caso, puede utilizarse el circuito equivalente de la figura 10.8(b), que corresponde al sistema de la figura 10.8(a).

En este circuito,  $V_G$  es el voltaje de alimentación a la antena y  $Z_G$  es la impedancia del generador equivalente, que corresponde a la impedancia en los terminales de la línea de transmisión en el punto de conexión a la antena.  $Z_A$ , la impedancia de la antena es ahora la impedancia de carga y está dada por:

$$Z_A = R_A + jX_A \quad (10.47)$$

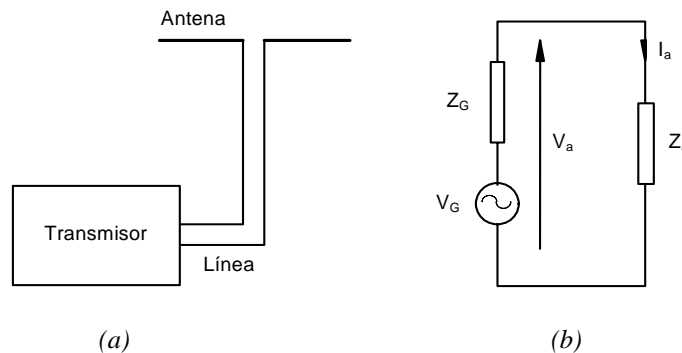


Fig. 10.8. Antena transmisora y su circuito equivalente.

$R_A$  está compuesta por la resistencia de radiación,  $R_R$  y la resistencia de pérdidas,  $R_P$ . Recuérdese que  $R_R$  es una propiedad de la antena y no una resistencia física convencional. Por el contrario, la resistencia de pérdidas, que representa las pérdidas por efecto pelicular, resistencia óhmica y fugas en los dieléctricos, depende de los materiales con que está construida la antena y del tipo de montaje de ésta. La potencia disipada en esta resistencia es potencia perdida en forma de calor.  $R_A$  es la parte real de la impedancia de la antena,  $Z_A$ , definida como:

$$Z_A = \frac{V_A(\omega)}{I_A(\omega)} \quad (10.48)$$

donde  $V_A(\omega)$  e  $I_A(\omega)$  son, respectivamente, el voltaje y la corriente en los terminales de la antena, en el dominio de la frecuencia. En el circuito equivalente de la figura 10.7(b) y, omitiendo la notación que indica la dependencia de la frecuencia, se tiene que:

$$I_A = \frac{V_G}{Z_G + Z_A} \quad (10.49)$$

Ahora bien, la potencia real suministrada a la antena, o potencia de entrada, está dada por:

$$P_A = |I_A|^2 R_A \quad (10.50)$$

y, como  $R_A = R_R + R_P$ ,

$$P_A = |I_A|^2 (R_R + R_P) \quad (10.51)$$

o bien:

$$P_A = P_R + P_P \quad (10.52)$$

Donde  $P_R$  es la potencia radiada por la antena y  $P_P$  la potencia disipada en la propia antena.

Puesto que la resistencia de radiación depende, entre otras cosas, de la geometría de la antena, es necesario desarrollar, para cada antena particular, las expresiones correspondientes para la impedancia. El procedimiento analítico con frecuencia resulta complicado y, a veces, es más conveniente buscar aproximaciones de tipo práctico.

### 10.10 Impedancia

Al referirse a la impedancia de la antena suele entenderse por tal a la que puede medirse en sus terminales, es decir, en el punto de alimentación o de conexión a la línea de transmisión. Es importante conocer con precisión la impedancia si se desea transferir la máxima potencia del amplificador de salida del transmisor a la antena, o bien extraer de ésta la máxima potencia de una onda incidente cuando se usa como receptora.

Excepto para las antenas más simples, el procedimiento analítico para calcular la impedancia suele resultar sumamente complejo y laborioso y, en la práctica, los valores de impedancia obtenidos analíticamente para antenas relativamente simples, se utilizan como referencia en el diseño. En la práctica, el valor deseado de impedancia se obtiene mediante un procedimiento de prueba y error, midiendo la

impedancia y ajustando las dimensiones de la antena hasta obtener el valor más cercano posible al deseado.

En realidad, la impedancia del punto de alimentación, aún de las antenas más simples, varía considerablemente con la presencia de otros objetos conductores cercanos y se dice, en tal caso que la antena se *acopla* con dichos objetos.

De acuerdo a las ideas anteriores, conviene distinguir la impedancia en los terminales de la antena cuando ésta se halla aislada en el espacio, es decir suficientemente alejada de cualquier objeto como para que sus efectos no sean apreciables, de la impedancia de la antena cuando está en la cercanía de objetos conductores o de otras antenas de forma que sus características se ven modificadas. En el primer caso, la impedancia se designa como *impedancia propia* y puede expresarse como:

$$Z_{11} = \frac{V_1}{I_1} \quad (10.53)$$

donde  $V_1$  e  $I_1$  son, respectivamente, el voltaje y la corriente en los terminales de la antena, expresados ambos en el dominio de la frecuencia.

Si hay cerca otras antenas, la energía radiada o rerradiada por ellas, inducirá corrientes en las demás, cuya magnitud y fase dependerán de las impedancias mutuas entre ellas. El término *impedancia mutua* tiene aquí el mismo sentido que el utilizado en la teoría de circuitos con acoplamiento inductivo. Como consecuencia de lo anterior, la impedancia en los terminales de una antena tendrá, en general, un valor diferente al que ofrecería si la antena estuviera aislada en el espacio. La impedancia en estas condiciones se designa como *impedancia del punto de alimentación*, *impedancia de terminal* o *impedancia de base*. Este último término es más utilizado en monopolos verticales, consistentes en un conductor vertical, que actúa como radiador, colocado sobre un plano conductor, por ejemplo la tierra.

Puesto que las antenas son elementos lineales y pasivos en los que es aplicable el principio de reciprocidad, las impedancias mutuas son bilaterales, es decir, la relación entre causa y efecto es la misma independientemente de la antena que se use como fuente. Esta propiedad puede expresarse mediante la relación:

$$Z_{jk} = Z_{kj} \quad (10.54)$$

Donde, la impedancia mutua se define como:

$$Z_{jk} = \frac{V_j}{I_k} \quad (10.55)$$

en que  $V_j$  es el voltaje inducido en los terminales de la antena  $j$  por la corriente que circula en la antena  $k$ .

Aplicando el principio de superposición a un sistema de  $n$  antenas, los voltajes y corrientes en los terminales de cada una de ellas estarán dados por:

$$\begin{aligned} V_1 &= Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 + Z_{13}I_3 + \dots + Z_{1n}I_n \\ V_2 &= Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 + Z_{23}I_3 + \dots + Z_{2n}I_n \\ &\dots \\ V_n &= Z_{n1}I_1 + Z_{n2}I_2 + Z_{n3}I_3 + \dots + Z_{nn}I_n \end{aligned} \quad (10.56)$$

Donde:

$Z_{11}, Z_{22}, \dots, Z_{nn}$ , son las impedancias propias de las respectivas antenas,  
 $Z_{12}, Z_{21}$ , etc., son las impedancias mutuas,  
 $V_1, V_2, \dots, V_n$ , son los voltajes en los terminales de cada antena y,  
 $I_1, I_2, \dots, I_n$ , son las corrientes en los terminales de cada antena.

Se define la impedancia en el punto de alimentación o impedancia de terminal de una antena, como la relación entre el voltaje y la corriente en sus terminales, en presencia de las demás antenas del sistema, es decir:

$$Z_1 = \frac{V_1}{I_1}, \quad Z_2 = \frac{V_2}{I_2}, \quad \text{etc.} \quad (10.57)$$

Con lo que, de (10.56) se tiene ahora la siguiente expresión para las impedancias de terminal:

$$\begin{aligned} Z_1 &= Z_{11} + Z_{12} \frac{I_2}{I_1} + Z_{13} \frac{I_3}{I_1} + \dots + Z_{1n} \frac{I_n}{I_1} \\ Z_2 &= Z_{21} \frac{I_1}{I_2} + Z_{22} + Z_{23} \frac{I_3}{I_2} + \dots + Z_{2n} \frac{I_n}{I_2} \\ &\dots \\ Z_n &= Z_{n1} \frac{I_1}{I_n} + Z_{n2} \frac{I_2}{I_n} + Z_{n3} \frac{I_3}{I_n} + \dots + Z_{nn} \end{aligned} \quad (10.58)$$

Como puede verse de las relaciones anteriores, la impedancia de terminal o de punto de alimentación de una antena, en la cercanía de otras antenas, depende, no sólo de su impedancia propia, sino de las impedancias mutuas entre ésta y las demás

antenas y de la relación entre la corriente de alimentación de cada antena del sistema y la corriente de alimentación de la antena cuya impedancia de terminal se calcula.

Es interesante analizar, cualitativamente, qué ocurriría en un sistema de  $n$  antenas en que solamente una de ellas, digamos la 1, fuese alimentada y las demás no. Según las ecuaciones anteriores, parecería que  $I_2, I_3, \dots, I_n$  valdrían cero y la impedancia de terminal sería, en estas condiciones, igual a la impedancia propia de la antena 1. Este razonamiento es erróneo, ya que el campo radiado inducirá corrientes en todas las demás antenas del sistema y, por consecuencia, cada una de ellas radiará, a su vez, energía electromagnética que se inducirá sobre la propia antena 1, modificando el voltaje y la corriente en sus terminales y, por tanto, su impedancia. Las antenas no alimentadas en el sistema actúan como *parásitas*, ya que su energía de alimentación proviene de la única antena excitada en el sistema, en este caso la antena 1. Lo anterior es igualmente cierto aún cuando los terminales de cada antena, excepto la primera, estén en corto circuito. Esta propiedad es aprovechada en antenas como la Yagi, o bien en antenas con reflector en que las corrientes inducidas sobre éste se comportan de manera semejante a una antena "imagen" ficticia. Las impedancias mutuas dependen también de la geometría del sistema, es decir, de las dimensiones y características geométricas de cada radiador, así como de su distribución en el espacio. El procedimiento analítico de cálculo de las impedancias mutuas y de terminal en estas condiciones, reviste también gran complejidad.

Según se mencionó, en las condiciones descritas antes, se dice que la antena se acopla con otras antenas. Sin embargo esta situación se da no sólo cuando una antena está cerca de otras; también se da cuando la antena tiene en su cercanía objetos conductores o dieléctricos imperfectos de cualquier forma y tamaño y no puede considerarse aislada en el espacio. Es el caso de antenas que funcionan sobre el techo de un vehículo, en la cercanía de paredes, muebles o cualesquiera otros objetos, incluido el cuerpo humano. Intentar el análisis riguroso de estas situaciones es tarea menos que imposible y es necesario, en la práctica, recurrir con mucha frecuencia a procedimientos empíricos. En la práctica suele considerarse que si la distancia entre la antena y cualquier objeto del entorno de ésta, incluida la propia tierra, es del orden de  $20\lambda$ , los efectos de acoplamiento son despreciables y la antena puede suponerse la antena como aislada.

### 10.11 Ancho de banda

En amplificadores u otros circuitos, el ancho de banda se define como la banda de frecuencias comprendida entre los puntos de la curva de respuesta en frecuencia en

que la amplitud de la señal de salida decae a 0.707 de su valor en la banda de paso o bien, en que la potencia de la señal se reduce a la mitad. Estos puntos se conocen como puntos de *media potencia* o de -3dB. En el caso de las antenas, el concepto de ancho de banda no se aplica estrictamente de acuerdo a la definición anterior y no tiene una definición única, ya que según la aplicación particular, en la definición pueden influir diversos factores tales como el cambio en la forma del diagrama de radiación, variación en las características de polarización, desacoplamiento de impedancias, aumento en el nivel de los lóbulos secundarios, reducción de la ganancia, etc.

En la práctica, la forma más común de medir el ancho de banda de una antena suele ser en términos de la relación de onda estacionaria (ROE), parámetro que permite definir la magnitud del desacoplamiento de impedancias y, por tanto, la eficiencia en la transferencia de potencia entre la línea de transmisión y la antena. En tales condiciones, se define el ancho de banda de la antena como el rango de frecuencias en que el valor de la relación de onda estacionaria no excede un cierto valor máximo predeterminado. Este valor de ROE no es único y depende de las aplicaciones específicas. Así, en algunos sistemas de transmisión, se requiere que el valor de la ROE no exceda, por ejemplo, de 1.1, en tanto que en otros casos pueden tolerarse valores superiores. Puesto que la ROE da también una medida de la potencia reflejada hacia el generador, criterio que sirve para establecer el valor máximo de la ROE, es la máxima potencia reflejada que puede tolerarse en cada aplicación.

No toda la potencia suministrada por la línea de transmisión se radia en forma de ondas electromagnéticas. Una parte se disipa en forma de calor o por corrientes de fuga en la propia antena, otra parte se refleja y vuelve a ser conducida por la línea hasta el transmisor. Es deseable que estas dos partes de la potencia suministrada sean lo menor posible, la primera con una construcción cuidadosa de la antena y, la segunda, con un buen acoplamiento entre la línea y la antena. Asumiendo que la potencia perdida por calentamiento fugas es despreciable, suposición válida en la mayor parte de los casos, puede definirse un coeficiente de transmisión de potencia como la relación entre la potencia radiada y la suministrada, que puede expresarse en términos de la relación de onda estacionaria como:

$$\tau_w = \frac{4ROE}{(1 + ROE)^2} \quad (10.59)$$

Los valores de ROE pueden estar entre 1 e infinito. El valor de 1 corresponde a una condición de acoplamiento ideal en que no se refleja ninguna potencia. En estas condiciones el coeficiente de transmisión de potencia también vale 1. Cuando ROE =  $\infty$  toda la potencia incidente se refleja de nuevo hacia el generador y el coeficien-

te de transmisión de potencia es cero. De acuerdo a esto, puede definirse también un coeficiente de reflexión de potencia como:

$$\rho_w = 1 - \tau_w \quad (10.60)$$

En aplicaciones profesionales, un criterio adecuado es que la ROE debe ser tal que la máxima potencia reflejada no exceda el 1% de la incidente en toda la banda de interés. Esto corresponde a un valor de ROE de 1.22, si bien es frecuente en muchos casos tener valores de ROE de 1.5 y aún hasta de 2.

Una antena puede ser resonante en más de una banda de frecuencias, de modo que los valores máximos de la ROE pueden ser relativamente bajos en esas bandas y cumplir con las condiciones de acoplamiento de impedancias. Sin embargo, debe tenerse en cuenta que aún cuando los valores máximos de ROE en las diferentes bandas pueden estar dentro de lo tolerable, desde el punto de vista del acoplamiento de impedancias, otros parámetros pueden variar considerablemente, en particular la ganancia y el diagrama de radiación, por lo que este hecho debe tenerse en cuenta cuando una antena se diseña para utilizarla en más de una banda.

### 10.12 Polarización

La polarización de una onda electromagnética se define como la orientación del vector del campo eléctrico. A unas cuantas longitudes de onda de la antena (del orden 10 a  $20\lambda$  para fines prácticos), la onda electromagnética puede considerarse *plana*. En una onda plana las componentes de los campos eléctricos y magnético son, en todo momento, perpendiculares entre sí y, a la vez, perpendiculares a la dirección de propagación. Es decir,  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{H}$  están en un plano perpendicular a la dirección de propagación y se dice que tal onda es *transversal*, a diferencia de las ondas acústicas que son *longitudinales*, ya que la dirección del campo, en este caso de presión acústica, está en la dirección de propagación. En la figura 10.9 se ilustran las componentes de una onda plana, con componentes  $E_z$  y  $H_y$  que viaja con velocidad  $v_0$  en la dirección  $x$ .

La polarización se describe como el lugar geométrico trazado por el vector del campo eléctrico,  $\mathbf{E}$ , en un plano estacionario, perpendicular a la dirección de propagación, cuando la onda atraviesa ese plano. El vector del campo en ese plano puede descomponerse en dos componentes ortogonales cuya amplitud puede ser variable en el tiempo y en el espacio. En el caso de la figura 1, el vector  $\mathbf{E}$  está en el plano  $yz$ , siempre en la dirección  $z$ , de modo que la onda está polarizada *verticalmente*. Si  $\mathbf{E}$  estuviera en el plano  $xy$ , en la dirección  $y$ , la polarización sería *horizontal*.

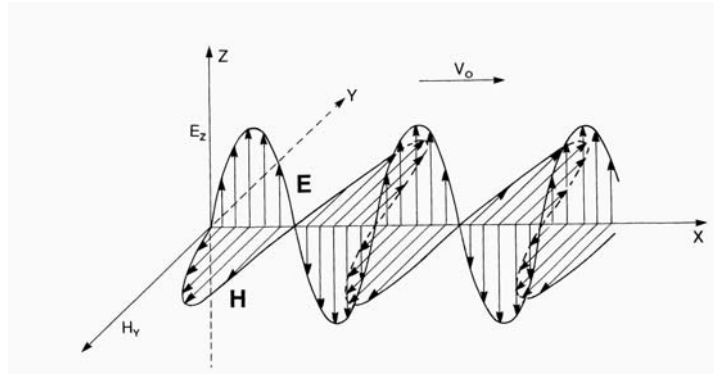


Fig. 10.9. Componentes del campo electromagnético en una onda plana.

Si imaginamos que las dos componentes de **E** tienen amplitudes variables y se suponen girando en el plano transversal a la dirección de propagación, el lugar geométrico trazado por el extremo del vector resultante será, en general, una elipse. De hecho, la *polarización elíptica* representa el caso más general de polarización, de la que la polarización lineal, ya sea vertical, horizontal o inclinada, son casos particulares. Otro caso particular es la *polarización circular*, que ocurre cuando las componentes de **E** tienen la misma amplitud, pero están defasadas 90°. En la figura 10.10 se muestran varias formas de polarización para diferentes relaciones entre las componentes del campo eléctrico y distintas fases entre ellas.

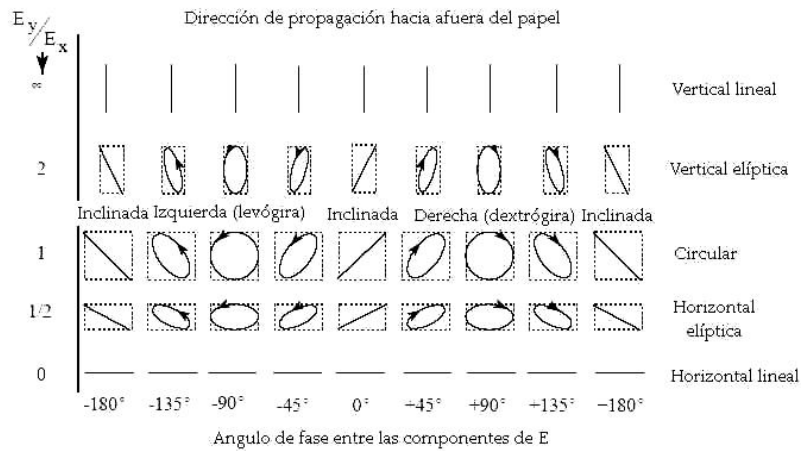


Fig. 10.10. Polarización en función de  $E_x/E_y$  y su ángulo de fase.

La polarización de una onda electromagnética está determinada por el tipo de antena transmisora utilizada. Por ejemplo, un dipolo o un alineamiento<sup>9</sup> de dipolos horizontales, la polarización es horizontal, en el caso de un dipolo o un monopolo vertical, la polarización es vertical. Un sistema de dos dipolos perpendiculares entre sí o una antena helicoidal radian una onda con polarización circular.

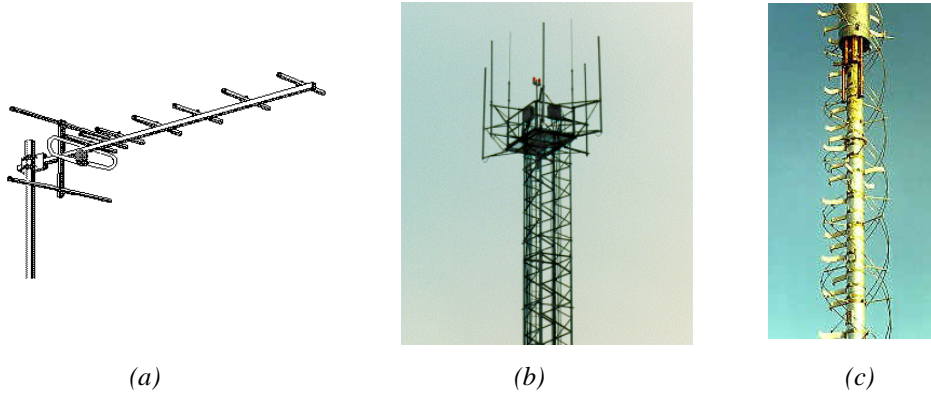


Fig. 10.11. Antenas con polarización horizontal, vertical y circular.

En la figura 10.11 se ilustran tres tipos de antena que dan lugar a ondas con diferente polarización. La antena Yagi en 10.11(a), tiene polarización horizontal, los monopolos verticales de una estación base de comunicaciones móviles en 10.11(b) tienen polarización vertical, en tanto que la antena helicoidal en 10.11(c), es de polarización circular. En la figura 10.12 se ilustra la forma en que se combinan las componentes del campo eléctrico para producir polarización circular. En este caso la onda se propaga en la dirección  $z$ .

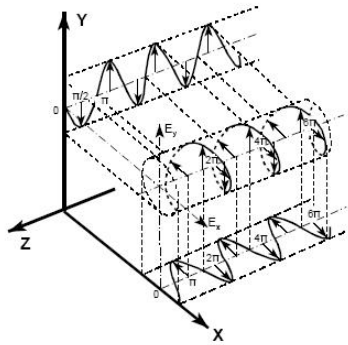


Fig. 10.12. Polarización circular.

<sup>9</sup> En inglés *array*.

### 10.12.1 Discriminación de polarización

En los sistemas radioeléctricos de comunicaciones es muy importante que las antenas transmisora y receptora tengan la misma polarización o que sea *copolares*. Si la polarización de las antenas es contraria o *contrapolar*<sup>10</sup>, por ejemplo H en transmisión y V en recepción, teóricamente la antena receptora no recibirá señal, pues la onda electromagnética no tendrá componente vertical del campo eléctrico. Las polarizaciones horizontal y vertical son contrapolares, lo mismo que la elíptica o circular derecha e izquierda<sup>11</sup>.

Tanto por la geometría de las antenas, como por las características del entorno en que se propaga la energía electromagnética, casi siempre está presente una componente contrapolar. En sistemas con antenas altamente directivas, como es el caso de comunicaciones por satélite o radioenlaces terrestres de microondas, la relación entre las componentes copolar y contrapolar es grande, del orden de 30 dB lo que facilita el mejor aprovechamiento del espectro. En sistemas de comunicaciones en que la propagación tiene lugar en las capas inferiores de la atmósfera, sobre la superficie terrestre, la energía electromagnética se dispersa a causa de reflexiones, difracciones, etc., dando lugar a despolarización de la onda transmitida. Dependiendo del entorno, por ejemplo en el caso de comunicaciones en interiores<sup>12</sup> la componente contrapolar puede alcanzar niveles similares o superiores a los de componente copolar. En espacios abiertos, una relación de 15 a 20 dB entre las componentes copolar y contrapolar, puede considerarse como típica.

### 10.13 Campo electromagnético radiado por un elemento de corriente

Se define como *elemento de corriente* y también *dipolo elemental*, a un hilo conductor infinitamente delgado de modo que no se toma en cuenta su sección transversal y cuya longitud es mucho menor que la longitud de onda. Se supone, además, que por él circula una corriente eléctrica variable senoidalmente, de amplitud  $I_m$  y se asume también, que no es de interés la forma de excitación de dicho elemento; simplemente, la corriente circula por él. Se supone, finalmente, que el elemento de corriente está aislado en el espacio libre, lo que equivale a suponerlo suficientemente alejado de cualquier objeto y de la propia tierra. El concepto de

<sup>10</sup> En inglés, *cross polar*.

<sup>11</sup> En inglés, para polarización circular derecha se emplea la abreviatura RHCP (*Right Hand Circular Polarization*) y para la izquierda LHCP (*Left Hand Circular Polarization*).

<sup>12</sup> Pérez-Vega, C. and García García, J.L. "Polarisation Behaviour in the Indoor Propagation Channel" *Electronics Letters*, Vol. 33, N° 10, 8<sup>th</sup> May 1997. pp. 898-899.

elemento de corriente, aunque inexistente en la práctica, permite llegar a resultados de importancia para el análisis de antenas reales, ya que éstas pueden considerarse como formadas por un gran número de elementos de corriente. Debido a que la longitud del elemento es mucho menor que la longitud de onda, es válido asumir que la corriente se distribuye de forma constante a lo largo de él y, en la figura 10.13, se muestra la geometría que se empleará en el análisis. El elemento de corriente es coincidente con el eje  $z$  y su centro coincide con el origen del sistema de coordenadas; la longitud del elemento es  $l$ . Como el elemento de corriente está en la dirección  $z$  y es infinitamente delgado, puede considerarse que la corriente está distribuida únicamente a lo largo de  $z$ .

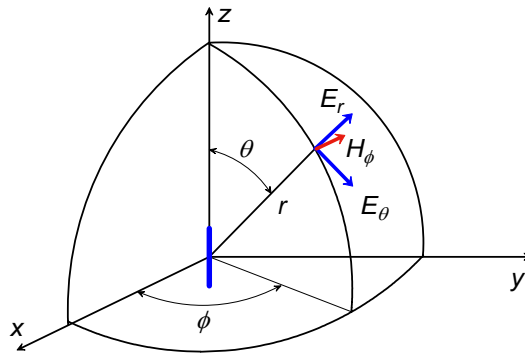


Fig. 10.13. Geometría para el análisis del campo producido por un elemento de corriente.

El análisis teórico para la obtención de las componentes de los campos eléctrico y magnético producidos por un elemento de corriente queda fuera del contexto de estas notas y está tratado abundantemente en textos clásicos de antenas<sup>13</sup>. Aquí únicamente se resumen las expresiones para dichas componentes:

$$E_r = \frac{I_m l e^{-j\beta r} \cos\theta}{4\pi} \left( \frac{2Z_0}{r^2} + \frac{2}{j\omega\epsilon r^3} \right) \quad (10.61)$$

$$E_\theta = \frac{I_m l e^{-j\beta r} \sin\theta}{4\pi} \left( \frac{j\omega\mu}{r} + \frac{Z_0}{r^2} + \frac{1}{j\omega\epsilon r^3} \right) \quad (10.62)$$

$$E_\phi = 0 \quad (10.63)$$

<sup>13</sup> Véase por ejemplo E.A. Wolff, *Antenna Analysis*. John Wiley & Sons, Inc. New York, 1967.

$$H_r = 0 \quad (10.64)$$

$$H_\theta = 0 \quad (10.65)$$

$$H_\phi = \frac{I_m l e^{-j\beta r} \sin\theta}{4\pi} \left( \frac{j\beta}{r} + \frac{1}{r^2} \right) \quad (10.66)$$

En las expresiones anteriores,  $E_r$  y  $E_\theta$  son las componentes *radial* y *cenital* del campo eléctrico. La componente *azimutal*,  $E_\phi$ , es cero.  $H_\phi$  es la componente azimutal del campo magnético y las componentes radial,  $H_r$  y cenital,  $H_\theta$  valen cero, por consideraciones de simetría y las propiedades del campo magnético. Las componentes cenital y azimutal de los campos son componentes *transversales* a la dirección  $r$  de propagación de la onda electromagnética y son las de interés en el problema de radiación, ya que son las que contribuyen a la potencia recibida.

En la figura 10.14 se muestra el comportamiento de las componentes de los campos eléctrico y magnético a distancias hasta de cinco longitudes de onda de la antena.

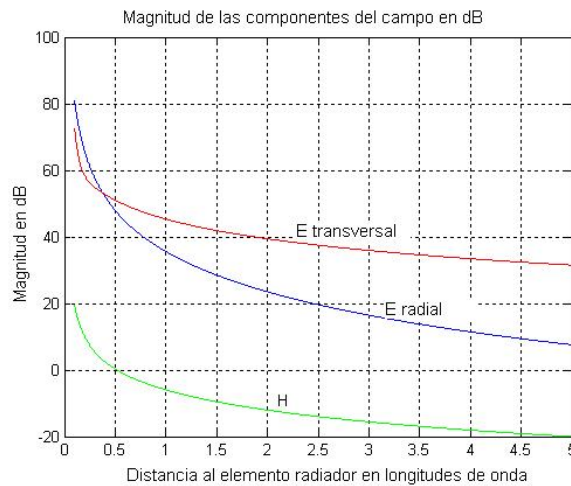


Fig. 10.14. Magnitudes relativas de las componentes del campo electromagnético radiado por la antena.

Desde el punto de vista de la densidad de flujo de potencia, el vector de Poynting es:

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \quad (10.67)$$

Donde:

$$\vec{E} = \vec{1}_r E_r + \vec{1}_\theta E_\theta \quad \text{y} \quad \vec{H} = \vec{1}_\phi H_\phi \quad (10.68)$$

Expresión en la que  $\vec{1}_r$ ,  $\vec{1}_\theta$  y  $\vec{1}_\phi$  son vectores unitarios en las direcciones  $r$ ,  $\theta$  y  $\phi$  respectivamente.

De (10.77) y (10.78) se obtiene el vector de Poynting,  $\vec{S}$ , como:

$$\vec{S} = \vec{1}_r E_\theta H_\phi - \vec{1}_\theta E_r H_\phi = S_{real} + jS_{reactiva} \quad (10.69)$$

La componente reactiva decae rápidamente, ya que los términos en  $1/r^2$  y  $1/r^3$  se hacen muy pequeños según aumenta la distancia. Así, a distancias “grandes” es válida la siguiente aproximación:

$$H_\phi \approx \frac{j}{2r\lambda} I_m l e^{-j\beta r} \text{sen } \theta \quad (10.70)$$

$$E_r = 0 \quad (10.71)$$

$$E_\theta \approx \frac{j60\pi}{r\lambda} I_m l e^{-j\beta r} \text{sen } \theta \quad (10.72)$$

En estas condiciones el vector de Poynting sólo tiene una componente significativa, la radial.

$$\vec{S} = \vec{1}_r E_\theta H_\phi \quad (10.73)$$

A distancias cercanas a la antena predomina la componente reactiva. Sin embargo, ésta decrece más rápidamente que la componente activa y ambas tienen la misma magnitud a una distancia de  $0.072\lambda$ , como se muestra en la figura 10.15.

A frecuencias de VHF o mayores, esta distancia (72 cm a 30 MHz y 72 m a 300 KHz) ni es significativa ni tiene el menor interés en la práctica. A partir de  $0,072\lambda$ , la componente reactiva comienza a disminuir respecto a la componente real y, a una distancia aproximada de  $1,6\lambda$ , el nivel de la componente reactiva es de -30 dB respecto al de la componente real. En estas condiciones, la potencia que se mida es, prácticamente, la real o activa y la dirección de la onda puede considerarse radial.

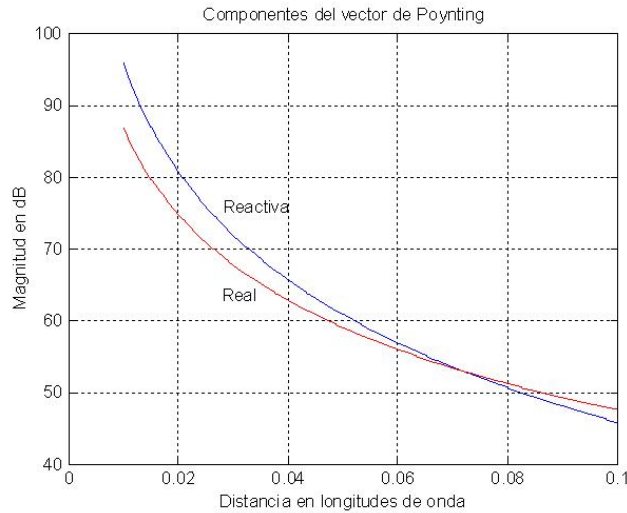


Fig. 10.15. Comportamiento de las componentes real y reactiva de la densidad de flujo de potencia a distancias entre  $0.01\lambda$  y  $0.1\lambda$ .

### 10.13.1 Regiones de radiación: campo cercano y campo lejano

En (10.61), (10.62) y (10.66) aparecen términos que contienen el inverso del cuadrado y el cubo de la distancia,  $1/r^2$  y  $1/r^3$ , que alcanzan valores significativos en la cercanía de la antena, es decir, a distancias en que su magnitud es comparable a la de los términos que contienen sólo el inverso de la distancia,  $1/r$ . Al campo en esta región se le designa como *campo de inducción* o *campo cercano* y se caracteriza por el hecho de que prevalecen todas las componentes del campo, por lo que la onda no puede considerarse plana ni uniforme en esa región y el vector de Poynting no puede expresarse con claridad, ya que su dirección en general, no coincide con la del radio vector al punto lejano. En esta zona la dependencia del campo respecto a la distancia es de naturaleza irregular y compleja y, en la práctica, da lugar a dificultades para el acoplamiento de la antena a la línea de transmisión.

Algunos autores<sup>14</sup> subdividen el campo de inducción en tres partes: *campo cercano reactivo*, *campo cercano de radiación* o *de Fresnel* y *campo lejano*, *de radiación* o *de Fraunhofer*. En otros textos<sup>15</sup>, se definen sólo dos regiones del campo radiado: *campo cercano* o *de inducción* y *campo lejano* o *de radiación*. La región de in-

<sup>14</sup> Por ejemplo, Balanis, C.A. *Antenna Theory. Analysis and Design*. 2nd Ed. John Wiley & Sons, Inc. New York, 1997.

<sup>15</sup> Por ejemplo, G. T. Márkov y D. M. Sazónov. *Antenas*. Editorial Mir, Moscú, 1978.

fluencia del campo de inducción puede definirse en el rango de distancias en que  $r < 1/\beta$ , con lo que la zona de transición estaría definida por  $r = 1/\beta = \lambda/2\pi$ , o bien  $r \cong \lambda/6$ . En la práctica puede considerarse que el campo de inducción deja de tener efecto a una distancia de unas pocas longitudes de onda. Por otra parte, las tres regiones definidas por Balanis se definen como sigue:

**Campo cercano Reactivo:**

$$0.62\sqrt{\frac{D^3}{\lambda}} > r > 0 \quad (10.74)$$

**Campo cercano de radiación (Fresnel):**

$$\frac{2D^2}{\lambda} > r \geq 0.62\sqrt{\frac{D^3}{\lambda}} \quad (10.75)$$

**Campo lejano (Fraunhofer):**

$$\infty \geq r \geq \frac{2D^2}{\lambda} \quad (10.76)$$

Donde  $D$  es la dimensión máxima de la antena. Las aproximaciones a efectuar para el caso de campo lejano son las siguientes:

$$\begin{aligned} R &\approx r - z' \cos \theta && \text{para los terminos de fase} \\ R &\approx r && \text{para los terminos de amplitud} \end{aligned} \quad (10.77)$$

La aproximación anterior para el campo lejano es válida para antenas cuyas dimensiones son grandes comparadas con la longitud de onda, por ejemplo en el caso de antenas parabólicas a longitudes de onda decimétricas o menores, en el caso de antenas de dimensiones comparables a una longitud de onda, el campo lejano de radiación puede considerarse que comienza a partir de  $r \cong 1.6\lambda$ . A esa distancia, la componente reactiva de la densidad de flujo de potencia es del orden de -35 dB respecto a la componente real y, por consecuencia, no significativa.

### 10.13.2 Directividad de un elemento de corriente

En el campo lejano  $E_r \approx 0$  y pueden despreciarse los términos que contienen  $1/r^3$  y  $1/r^2$  en (10.62) y (10.66) que pueden escribirse ahora como:

$$E_\theta = \frac{j\omega\mu I_m l e^{-j\beta r} \sin\theta}{4\pi r} \quad (10.78)$$

$$H_{\phi} = \frac{j\beta I_m l e^{-j\beta r} \sin\theta}{4\pi r} \quad (10.79)$$

Cuando los campos eléctrico y magnético varían senoidalmente, la densidad de potencia efectiva radiada o densidad de potencia promedio está dada por:

$$\bar{S} = \frac{1}{2} (\bar{E} \times \bar{H}^*) \quad (10.80)$$

donde  $H^*$  es el complejo conjugado de  $H$ .

Como en el campo lejano sólo prevalecen las componentes  $E_{\theta}$  y  $H_{\phi}$  el flujo de potencia es radial y está dado por:

$$\bar{S} = \bar{1}_r \frac{E_{\theta} H_{\phi}}{2} \quad (10.81)$$

Si se substituyen en (10.81) los valores de  $E_{\theta}$  y  $H_{\phi}$  dados por (10.78) y (10.79) resulta:

$$S_r = \frac{\beta^2 Z_0 I_m^2 l^2 \sin^2 \theta}{32\pi^2 r^2} \quad (10.82)$$

Si se integra la expresión anterior sobre una superficie cerrada en coordenadas esféricas, se obtiene la potencia radiada por el elemento de corriente:

$$W_T = 40\pi^2 I_m^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \quad (10.83)$$

Ahora bien, el concepto de directividad ya fue tratado en la sección 10.4, en que se definió como:

$$D = \frac{S_{\max}}{S_0} \quad (10.84)$$

donde  $S_{\max}$  es la máxima densidad de flujo de potencia radiada por el elemento de corriente y dada por el máximo de la ecuación (10.92), cuando  $\sin\theta = 1$ .  $S_0$  es la densidad de potencia promedio, equivalente a la que radiaría una antena isotrópica alimentada por una potencia  $W_T$  dada por (10.93). De acuerdo a esto:

$$D = \frac{\frac{\beta^2 Z_0 I_m^2 l^2}{32\pi^2 r^2}}{\frac{40\pi^2 I_m^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2}{4\pi r^2}} = \frac{3}{2} \quad (10.85)$$

Si la eficiencia de la antena, en este caso el elemento de corriente, es de 100%, la ganancia máxima también es de 3/2 (1.76 dBi), lo que significa que un elemento de corriente emite en la dirección de máxima radiación 1.5 veces más potencia que una antena isotrópica alimentada con la misma potencia.

En algunos casos se usa al elemento de corriente o al dipolo corto como antena de referencia en lugar del radiador isotrópico, por lo que en tales condiciones debe tenerse en cuenta el valor de la directividad de la antena correspondiente referida al radiador isotrópico.

### 10.13.3 Resistencia de radiación de un elemento de corriente

Conocida la potencia total radiada por el elemento de corriente, puede calcularse fácilmente la resistencia de radiación teniendo en cuenta que:

$$W_T = I_{ef}^2 R_r \quad (10.86)$$

donde  $I_{ef}$  es la corriente efectiva que, en el caso de variaciones senoidales está dada por  $I_{ef} = I_m / \sqrt{2}$  y:

$$R_r = \frac{2W_T}{I_m^2} = 80\pi^2 \left( \frac{l}{\lambda} \right)^2 \quad (10.87)$$

Hay que hacer notar que la expresión anterior es válida solamente en el caso de un elemento de corriente y no para dipolos o cualesquier otro tipo de antenas, por lo que es necesario tener cuidado en no utilizar indiscriminadamente esta expresión para calcular la resistencia de radiación de antenas reales.

### 10.13.4 Diagrama de radiación de un elemento de corriente

El diagrama o patrón de radiación tiene sentido cuando se trata del campo lejano definido por (10.76) en que la onda es plana y homogénea. En el caso del elemento de corriente, las componentes del campo lejano están dadas por (10.78) y (10.79) y, para definir el diagrama de radiación basta con utilizar una sola de las componentes del campo, por lo general la del campo eléctrico ya que  $E$  y  $H$  están relacionadas por la impedancia característica, que es constante para medios homogéneos e isotrópicos. De acuerdo a esto y escribiendo la expresión (10.78) como:

$$E_\theta = jKI_m \frac{e^{-j\beta r}}{r} f(\theta) \quad (10.88)$$

Donde:

$$K = \frac{\omega\mu l}{4\pi} \quad \text{y} \quad f(\theta) = \text{sen}\theta \quad (10.89)$$

en que  $f(\theta)$  define el patrón o *diagrama de radiación de intensidad de campo eléctrico* y expresa la magnitud relativa del campo en función de la dirección angular  $\theta$  respecto a la antena, en este caso, el elemento de corriente. El diagrama de radiación en el plano vertical, de acuerdo a la geometría de la figura 10.13 se muestra en la figura 10.16(a). En el plano horizontal ( $\theta = 90^\circ$ ), la intensidad de campo eléctrico es constante para todos los valores de  $\phi$ , de modo el diagrama de radiación horizontal puede expresarse como:

$$f(\phi) = \text{constante} \tag{10.90}$$

y se muestra en la figura 10.16(b).

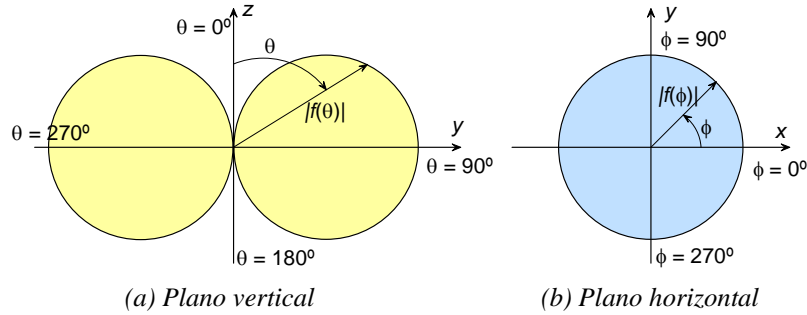


Fig. 10.16. Diagrama de radiación de un elemento de corriente

Por otra parte, en la figura 10.17, se muestra esquemáticamente la composición espacial de los dos diagramas anteriores, que representa la distribución en el espacio de la energía electromagnética radiada por el elemento de corriente.

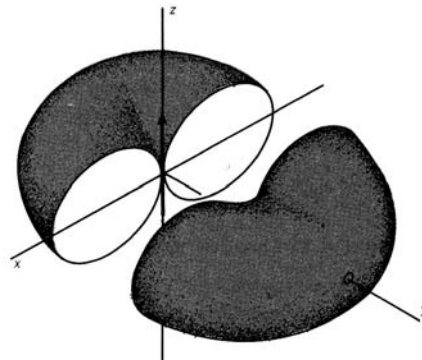


Fig. 10.16 Diagrama tridimensional de radiación de un elemento de corriente.

En el trazo de los diagramas de radiación deben tenerse en cuenta los siguientes aspectos:

- a) Por regla general, se representan únicamente los diagramas correspondientes a los planos vertical ( $\theta$ ) y horizontal ( $\phi$ ). Si la radiación en alguno de los planos es omnidireccional, como en el caso de la figura 10.15(b), la gráfica correspondiente suele omitirse.
- b) Debe tenerse presente que el diagrama representa el módulo de  $f(\theta)$ , o de  $f(\phi)$ . Al calcular los valores correspondientes a estas funciones, se tienen cambios de signo que corresponden a cambios de fase del campo eléctrico. Estos cambios de signo permiten identificar los diferentes lóbulos del diagrama de radiación.
- c) La intensidad del campo eléctrico en una dirección determinada, debe calcularse mediante (10.98) y obtener su módulo que, para el elemento de corriente es:

$$|E_{\theta}| = \frac{\omega \mu I_m |f(\theta)|}{4\pi r} \quad (10.91)$$

donde  $r$  es la distancia al punto de observación y  $|f(\theta)|$ , el valor obtenido gráficamente en dirección a ese punto. No debe confundirse el valor leído en la gráfica, que es un valor relativo, con el valor real de la intensidad de campo eléctrico  $E$ .

- d) El diagrama de radiación suele expresarse en forma normalizada, de forma tal que el valor máximo en la gráfica es uno. Los valores normalizados se calculan mediante la relación:
- e)

$$|f(\theta)|_N = \frac{|f(\theta)|}{|f(\theta)|_{\max}} \quad (10.92)$$

Donde  $|f(\theta)|_N$  es el valor normalizado de  $|f(\theta)|$  y  $|f(\theta)|_{\max}$  su valor máximo.

- f) También es frecuente representar el diagrama de radiación en *decibeles*, de forma tal que el valor máximo corresponde a 0 dB y, para la intensidad de campo eléctrico puede calcularse mediante:

$$|f(\theta)|_{dB} = 20 \log |f(\theta)|_N \quad (10.93)$$

En la figura 10.14 se muestran los diagramas de radiación, en coordenadas polares, para el elemento de corriente en valores relativos de intensidad de campo, con línea continua. Otra forma de representar el diagrama de radiación es en términos de la

densidad de potencia radiada por la antena. Para ello, (10.92) puede expresarse como:

$$S_r = K_1 \frac{I_m^2}{r^2} F(\theta) \quad (10.94)$$

Donde:

$$K_1 = \frac{Z_0 \beta^2 l^2}{32\pi^2} \quad (10.95)$$

$$F(\theta) = \text{sen}^2 \theta$$

$$F(\theta) = [f(\theta)]^2 \quad (10.96)$$

La relación anterior entre los diagramas de radiación de potencia e intensidad de campo no es una coincidencia, ya que la potencia es proporcional al cuadrado de esta última:

$$S = \frac{|E|^2}{Z_0} \quad (10.97)$$

Así, el diagrama de radiación de potencia se obtiene elevando al cuadrado la función que describe al diagrama de intensidad de campo eléctrico.

El diagrama de radiación de potencia puede expresarse también en forma normalizada, de modo que el valor máximo corresponda a 1; sin embargo, es más frecuente expresarlo en dB, de modo que el máximo corresponde a 0 dB. En la gráfica de la figura 10.18 se muestra, con línea punteada, el patrón de radiación de potencia. La gráfica en dB es igual a la del de intensidad de campo en las mismas unidades y, en el caso de potencia se obtiene mediante la relación:

$$F(\theta)_{dB} = 10 \log F(\theta) \quad (10.98)$$

#### 10.14 El dipolo eléctrico

La antena real más simple es, de hecho un alambre o hilo conductor, colocado sobre un plano de tierra y alimentado por una corriente en la forma que se muestra en la figura 10.19. Esta antena *lineal* simple, se designa como *monopolo*.

De hecho, las antenas más simples son las antenas lineales, es decir, formadas por conductores cilíndricos rectos o bien las antenas de espira, formadas por una simple espira de alambre. Aunque las antenas prácticas se encuentran en una inmensa variedad de formas y tamaños, en este capítulo se estudiará la teoría de las antenas lineales simples y, concretamente, el *dipolo*, cuya forma más común es la de un

conductor eléctrico recto, de sección circular y cortado en algún punto intermedio para permitir la conexión al generador.

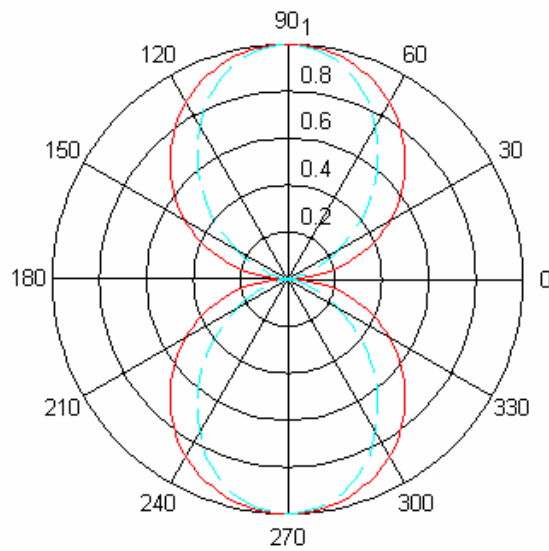


Fig 10.18. Diagramas de radiación normalizados, de la intensidad de campo eléctrico y potencia (- -), para un elemento de corriente.

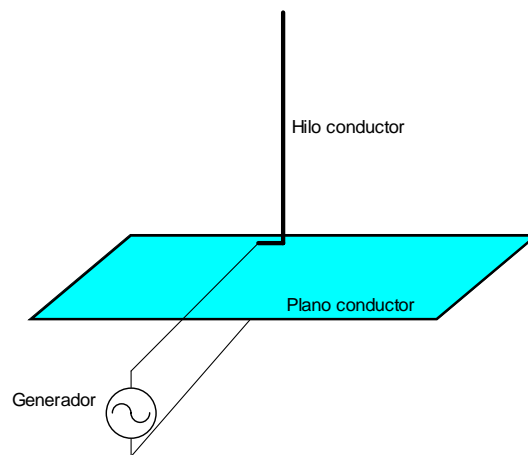


Fig. 10.19. Monopolo.

El dipolo es *simétrico* cuando sus dos brazos son de la misma longitud y *asimétrico*, cuando son de longitudes diferentes, como se ilustra en la figura

10.20 en que  $L_1$  y  $L_2$  son las longitudes de cada uno de los brazos del dipolo y  $L = L_1 + L_2$  es la longitud total del dipolo. En un dipolo simétrico,  $L_1 = L_2 = L/2$ .

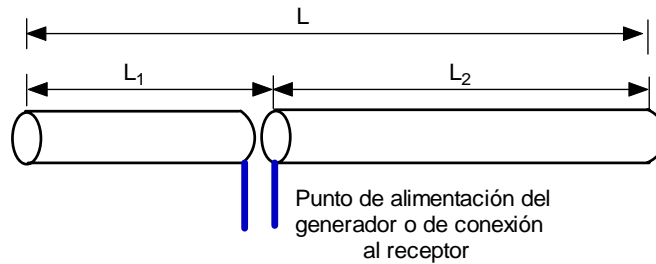


Fig. 10.20. Dipolo eléctrico asimétrico.

La interconexión entre el generador, o el receptor y el dipolo puede realizarse de distintas formas, de las que la más común es mediante una línea de transmisión bifilar, simétrica o balanceada. Si se utiliza una línea coaxial, no balanceada, es necesario algún dispositivo de acoplamiento entre la línea y la antena, designado como *balun*<sup>16</sup>.

Para conocer el campo radiado por una antena es necesario conocer previamente la distribución de corriente en ella. La determinación del campo electromagnético radiado constituye el problema *externo* en el análisis de la antena, en tanto que la determinación de la distribución de corriente en la antena constituye el problema *interno*. El conocimiento de dicha distribución de corriente es de importancia primordial para determinar, tanto las características del campo de radiación, como la impedancia, directividad, etc. Sin embargo, la solución del problema interno es, en general, muy complicada y de hecho, aún para el caso de un dipolo cilíndrico, que constituye la antena real más simple, no hay soluciones analíticas completas a la ecuación integral que describe la distribución de corriente. Tal ecuación se conoce como ecuación de Hallén, a quien se debe, entre otros, el desarrollo del problema interno de la antena.

En la práctica es frecuente suponer, como aproximación razonable, que la distribución de corriente a lo largo del dipolo es senoidal. Tal suposición se basa en asumir que la sección transversal de la antena es mucho menor que la longitud de onda, de modo que el vector de densidad de corriente,  $\mathbf{J}$ , sólo tiene una componente a lo largo de la antena, ignorando los efectos de las componentes en otras direcciones, incluyendo el efecto causado por la separación física de los conductores en el punto

<sup>16</sup> Del inglés *BALanced-UNbalanced*.

de alimentación de la antena. La suposición de una distribución senoidal de corriente permite también analizar los dipolos muy cortos, aproximando esta distribución senoidal a una distribución uniforme, que es de tipo triangular cuando la longitud del dipolo es inferior a unos 6 grados eléctricos. La inexactitud de la aproximación senoidal o, en su caso, la triangular, es mayor cuanto mayor sea el radio equivalente, es decir, el área de la sección transversal de la antena con respecto a la longitud de onda. La suposición de una distribución senoidal de corriente a lo largo de la antena conlleva las siguientes propiedades:

- a) En los extremos del dipolo siempre se tienen ceros de corriente.
- b) Los máximos y nulos de corriente se alternan cada cuarto de longitud de onda.
- c) La corriente y la carga están defasadas  $90^\circ$  a lo largo del dipolo. Así, en un nodo de corriente, se tiene un máximo de voltaje. La fase de la corriente y de la carga cambian  $180^\circ$  al pasar por cero.
- d) En los puntos de alimentación del dipolo puede haber un máximo, un nulo, o un valor intermedio de corriente, según sea la relación entre la longitud del dipolo y la longitud de onda.
- e) Si el dipolo es simétrico, la distribución de la corriente a lo largo de los brazos del dipolo es también simétrica. En los dipolos asimétricos, los máximos y nulos de corriente son diferentes en cada brazo.

#### 10.14.1 Dipolo eléctrico corto

Para un dipolo eléctrico simétrico de longitud inferior a  $\lambda/60$ , la distribución de corriente puede suponerse como triangular y las soluciones para las componentes de los campos eléctrico y magnético están dadas por:

$$H_\phi = \frac{j\beta I_m L e^{-j\beta r} \sin\theta}{8\pi r} \quad (10.99)$$

$$E_\theta = \frac{j\omega\mu I_m L e^{-j\beta r} \sin\theta}{8\pi r} \quad (10.100)$$

De acuerdo a lo anterior, la densidad de flujo de potencia radiada por el dipolo corto resulta:

$$S = \frac{Z_0 \beta^2 I_m^2 L^2 \sin^2 \theta}{128\pi^2 r^2} \quad (10.101)$$

que es la cuarta parte de la debida al elemento de corriente, dada por la ecuación (10.82). La potencia total radiada y la resistencia de radiación son ahora:

$$W = 10\pi^2 I_m^2 \left(\frac{L}{\lambda}\right)^2 \quad (10.102)$$

$$R_r = 20\pi^2 \left(\frac{L}{\lambda}\right)^2 \quad (10.103)$$

Por otra parte, el diagrama de radiación para el dipolo corto, es el mismo que para el elemento de corriente, es decir:

$$F(\theta) = \text{sen}^2 \theta \quad (10.104)$$

$$f(\theta) = \text{sen} \theta \quad (10.105)$$

Por consecuencia, el área efectiva del elemento de corriente y la del dipolo corto son iguales. Sin embargo, debido a que la resistencia de radiación del dipolo corto es menor que la del elemento de corriente, su longitud efectiva, de acuerdo con (10.46) resulta:

$$L_e = \frac{L}{2} \quad (10.106)$$

Finalmente, la directividad del dipolo corto es también igual a la del elemento de corriente, ya que sus diagramas de radiación son iguales.

#### 10.14.2 Dipolo eléctrico de longitud arbitraria

Para un dipolo eléctrico de longitud  $L$ , con distribución senoidal de corriente, la solución para la componente del campo eléctrico en la región lejana está dada por:

$$E_\theta = \frac{jZ_0 I_m e^{-j\beta r}}{2\pi r} \left[ \frac{\cos\left(\frac{\beta L}{2} \cos \theta\right) - \cos\left(\frac{\beta L}{2}\right)}{\text{sen} \theta} \right] \quad (10.107)$$

No es necesario calcular explícitamente la intensidad del campo magnético para obtener la densidad de flujo de potencia, ya que:

$$S = \frac{1}{2} |E_\theta| |H_\phi| = \frac{|E_\theta|^2}{2Z_0} \quad (10.108)$$

Con lo que:

$$S = \frac{Z_0 I_m^2}{8\pi^2 r^2} \left[ \frac{\cos\left(\frac{\beta L}{2} \cos \theta\right) \cos\left(\frac{\beta L}{2}\right)}{\text{sen } \theta} \right]^2 \quad (10.109)$$

De (10.107) y (10.108) se ve que el diagrama de radiación del campo eléctrico está dado por:

$$f(\theta) = \frac{\cos\left(\frac{\beta L}{2} \cos \theta\right) - \cos\left(\frac{\beta L}{2}\right)}{\text{sen } \theta} \quad (10.110)$$

y el diagrama de radiación de potencia:

$$F(\theta) = \left[ \frac{\cos\left(\frac{\beta L}{2} \cos \theta\right) - \cos\left(\frac{\beta L}{2}\right)}{\text{sen } \theta} \right]^2 \quad (10.111)$$

El diagrama de radiación de dos dipolos, uno de media longitud de onda y otro de una longitud de onda se ilustran en la figura 10.21.

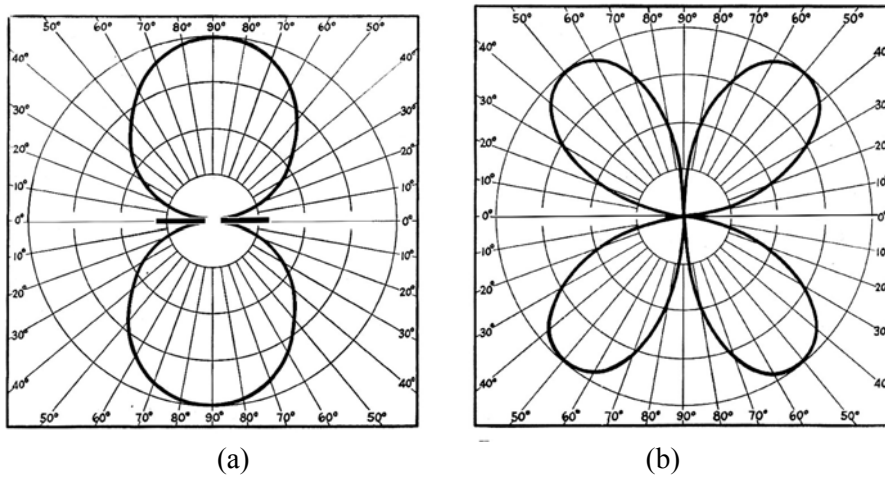


Fig. 10.21. Diagrama de radiación de un dipolo de  $\lambda/2$  (a) y de  $\lambda$  (b).

La potencia total radiada por el dipolo puede calcularse integrando la ecuación (10.109):

$$W = \frac{Z_0 I_m^2}{4\pi} \int_0^\pi \left[ \frac{\cos\left(\frac{\beta L}{2} \cos \theta\right) - \cos\left(\frac{\beta L}{2}\right)}{\text{sen } \theta} \right]^2 d\theta \quad (10.112)$$

La resistencia de radiación está dada por  $R_r = 2W/I_m^2$ , de modo que substituyendo  $W$  de (10.122) se tiene:

$$R_r = \frac{Z_0}{2\pi} \int_0^\pi \frac{\left[ \cos\left(\frac{\beta L}{2} \cos \theta\right) - \cos\left(\frac{\beta L}{2}\right) \right]^2}{\sin \theta} d\theta \quad (10.113)$$

La integral de la ecuación anterior puede calcularse por métodos numéricos o bien resolverse analíticamente. La solución analítica da como resultado<sup>17</sup>:

$$R_r = 60 \left\{ \begin{aligned} & C + \ln(\beta L) - \text{Ci}(\beta L) + \frac{1}{2} \text{sen}(\beta L) [\text{Si}(2\beta L) - 2\text{Si}(\beta L)] + \dots \\ & \dots + \frac{1}{2} \cos(\beta L) \left[ C + \ln\left(\frac{\beta L}{2}\right) + \text{Ci}(2\beta L) - 2\text{Ci}(\beta L) \right] \end{aligned} \right\} \quad (10.114)$$

Donde  $C$  es la constante de Euler, cuyo valor es 0.5772156... y las funciones  $\text{Si}(x)$  y  $\text{Ci}(x)$  se conocen como *seno integral* y *coseno integral* respectivamente y están definidas como:

$$\text{Si}(x) = \int_0^x \frac{\text{sen}(u)}{u} du ; \quad \text{Ci}(x) = -\int_x^\infty \frac{\text{cos}(u)}{u} du \quad (10.115)$$

Las gráficas de estas funciones se muestran en la figura 10.22.

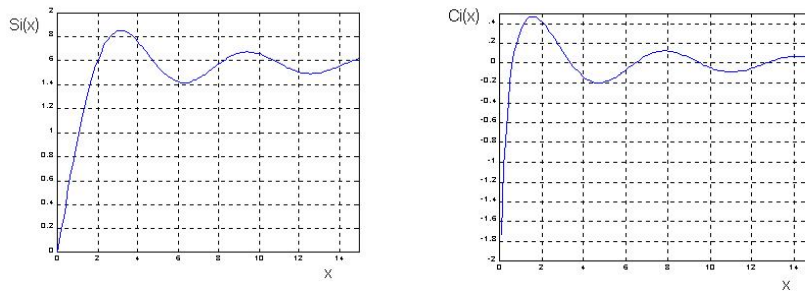


Fig. 10.22. Funciones  $\text{Si}(x)$  y  $\text{Ci}(x)$

El cálculo numérico de la función  $\text{Ci}(x)$  se dificulta a causa de que uno de los límites de la integral es infinito. En su lugar es preferible evaluar la función  $\text{Cin}(x)$ , definida como<sup>18</sup>

<sup>17</sup> Wolff, E. A. *Antenna Analysis*. John Wiley & Sons, Inc., 1967.

<sup>18</sup> Para un tratamiento más amplio de estas funciones véase, por ejemplo: Abramowitz, M. and Stegun, I. A. *Handbook of Mathematical Functions*. Dover Publications, Inc. New York, 1964.

$$\text{Cin}(x) = \int_0^x \frac{1 - \cos(u)}{u} du \quad (10.116)$$

y utilizar la relación siguiente:

$$\text{Ci}(x) = -\text{Cin}(x) + \ln(x) + C \quad (10.117)$$

Donde C es la constante de Euler definida antes.

La resistencia de radiación de un dipolo varía en función de su longitud de onda en la forma mostrada en la figura 10.23.

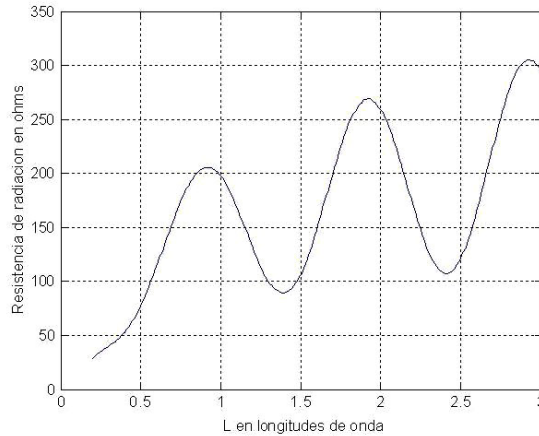


Fig. 10.23. Resistencia de radiación de un dipolo en función de su longitud, expresada en longitudes de onda ( $L/\lambda$ ).

La resistencia de radiación constituye la parte real de la impedancia del dipolo. La parte imaginaria, cuyo cálculo no se incluye aquí<sup>19</sup> corresponde a la reactancia del dipolo y está dada por:

$$X_a = 30 \left\{ \begin{array}{l} 2\text{Si}(\beta L) + \cos(\beta L)[2\text{Si}(\beta L) - \text{Si}(2\beta L)] - \dots \\ \dots - \text{sen}(\beta L) \left[ 2\text{Ci}(\beta L) - \text{Ci}(2\beta L) - \text{Ci}\left(\frac{2\beta a^2}{L}\right) \right] \end{array} \right\} \quad (10.118)$$

En este caso, se ve que la reactancia del dipolo la reactancia de un dipolo depende de la relación entre el cuadrado del radio,  $a$ , y su longitud, lo que influye en el an-

<sup>19</sup> Para la demostración completa de esta expresión véase *Antenna Analysis*. E.A. Wolf. John Wiley & Sons, Inc. 1967.

cho de banda de la antena. Cuanto menor sea el radio, el ancho de banda será menor.

Para calcular la directividad se sigue el mismo procedimiento utilizado para el dipolo corto, con lo que se obtiene:

$$D_{\max} = \frac{Z_0 F(\theta)_{\max}}{\pi R_r} \quad (10.119)$$

De manera semejante, pueden calcularse el área y la longitud efectivas:

$$A_e = \frac{\lambda^2 Z_0 F(\theta)_{\max}}{4\pi^2 R_r} \quad (10.120)$$

$$L_e = \frac{\lambda f(\theta)_{\max}}{\pi} \quad (10.121)$$

### 10.14.3 Dipolo de media longitud de onda

En la práctica es muy frecuente el empleo de dipolos de media longitud de onda, a los que también se designa como de *media onda*. A continuación se resumen las relaciones principales para este dipolo haciendo  $L=\lambda/2$  en las expresiones para el dipolo de longitud arbitraria de la sección anterior. El campo eléctrico en este caso está dado por:

$$E_\theta = \frac{jZ_0 I_m e^{-j\beta r}}{2\pi r} \left[ \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)}{\sin\theta} \right] \quad (10.122)$$

Una forma más común de la ecuación anterior se tiene substituyendo  $Z_0 = 120\pi$ :

$$E_\theta = \frac{j60 I_m e^{-j\beta r}}{r} \left[ \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)}{\sin\theta} \right] \quad (10.123)$$

Siguiendo el mismo procedimiento empleado en los casos anteriores, la densidad de flujo de potencia promedio resulta:

$$S_r = \frac{15 I_m^2}{\pi r^2} F_{\lambda/2}(\theta) \quad (10.124)$$

Donde:

$$F_{\lambda/2}(\theta) = \left[ \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)}{\sin\theta} \right]^2 \quad (10.125)$$

El cálculo de la potencia radiada por el dipolo da como resultado:

$$W = 15I_m^2 \text{Cin}(2\pi) \quad (10.126)$$

$\text{Cin}(2\pi) = 2.437673$ , de modo que:

$$W_{\lambda/2} = 36.56I_m^2 \quad (10.127)$$

La resistencia de radiación del dipolo de  $\lambda/2$  se obtiene mediante la relación:

$$R_{r_{\lambda/2}} = \frac{2W_{\lambda/2}}{I_m^2} = 73.12 \ \Omega \quad (10.128)$$

Y la directividad máxima es:

$$D_{\max} = \frac{Z_0 F(\theta)_{\max}}{\pi R_{r_{\lambda/2}}} = 1.64 \quad (10.129)$$

Para un dipolo ideal, sin pérdidas, la expresión anterior define también a la ganancia máxima que, expresada en dB resulta:

$$G_{\max_{\lambda/2}} = 10 \log_{10}(D_{\max}) = 2.15 \text{ dB} \quad (10.130)$$

El dipolo de media longitud de onda también suele emplearse como antena de referencia en lugar de la antena isotrópica. En tales condiciones, si se desea referir la antena real a la isotrópica, habrá que sumar a su ganancia 2.15 dB, ya que 0 dBd = 2.15 dBi.

Puede verse fácilmente que el área y la longitud efectivas del dipolo de  $\lambda/2$  están dadas por:

$$A_{ef_{\lambda/2}} = 0.131\lambda^2 \quad (10.131)$$

$$L_{ef_{\lambda/2}} = 0.317\lambda \quad (10.132)$$

Para un dipolo cuya longitud es un múltiplo entero de  $\lambda/2$  y su radio es mucho menor que la longitud, la impedancia de entrada se reduce a:

$$Z_a = 30[\text{Cin}(2\pi n) + j\text{Si}(2\pi n)] \quad (10.133)$$

En que  $n$  es un entero que expresa el número de medias longitudes de onda. Para un dipolo de media longitud de onda ( $n = 1$ ) la impedancia de entrada de la antena es:

$$Z_{\lambda/2} = 73.1 + j42.5 \Omega \quad (10.134)$$

### 10.15 Dipolo doblado

En el dipolo simple la impedancia se altera con la proximidad de objetos conductores cercanos que actúan como *parásitos*, lo que afecta el acoplamiento de la antena con la línea de transmisión, aumentando las pérdidas. Por otra parte, el ancho de banda del dipolo simple suele ser pequeño, haciéndolo poco adecuado para aplicaciones de banda ancha. Una variante del dipolo es el *dipolo doblado* (figura 10.24) que tiene un ancho de banda mayor que el dipolo simple. El dipolo doblado está constituido por un dipolo simple y otro conductor de la misma longitud que aquél, conectados en los extremos. Por lo general el dipolo doblado se construye de una sola pieza de varilla o tubo de cobre o aluminio.

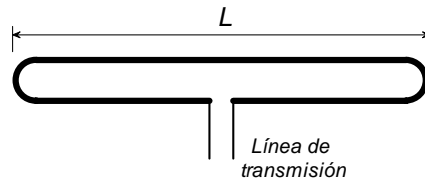


Fig. 10.24. Dipolo doblado

Si los radios de los conductores son iguales, la impedancia del dipolo doblado es de cuatro veces la del dipolo simple y, para un dipolo doblado de  $\lambda/4$ , la impedancia es de aproximadamente  $300 \Omega$ .

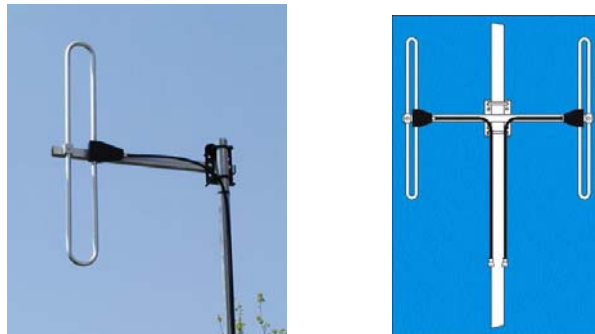


Fig. 10.24. Dos configuraciones de dipolos doblados para la banda de 140 MHz. (Fotografía cortesía de Raven-Research).

Al igual que el dipolo simple, debe alimentarse mediante una línea de transmisión no balanceada. Este tipo de dipolos se utilizan extensamente en sistemas de comunicaciones en VHF y UHF, principalmente con polarización vertical, en la forma mostrada en la figura 10.25.

### 10.16 Monopolo

El monopolo consiste en un conductor vertical sobre un plano conductor o *plano de tierra*, en la forma ilustrada en la figura 10.18 y es, en realidad, la mitad de un dipolo cuyo análisis se puede realizar empleando el método de las imágenes (figura 10.25). En un monopolo de  $\lambda/4$ , equivalente a un dipolo de  $\lambda/2$ , las distribuciones de corriente y voltaje son como las mostradas en la figura. La corriente es máxima en el punto de alimentación y cero en el extremo, en tanto que la distribución de voltaje es la inversa.

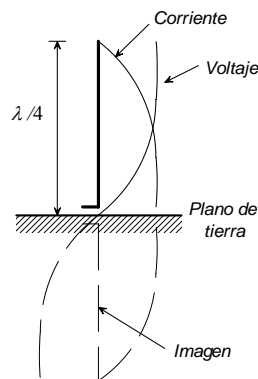
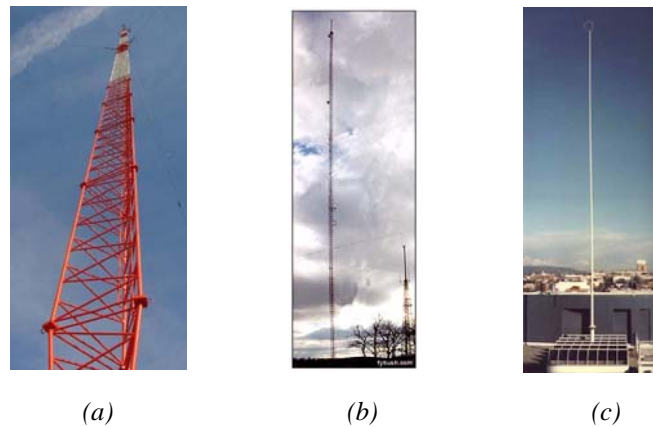


Fig. 10.25 Monopolo y su imagen.

Los monopolos se utilizan extensamente en sistemas de comunicaciones, a frecuencias desde unos 300 KHz hasta más de 1 GHz y constituyen el tipo de antena utilizada universalmente en los servicios de radiodifusión sonora de AM de 540 a 1650 KHz, en que su estructura es una torre vertical hasta de más de 100 m, dependiendo de la frecuencia, como se ilustra esquemáticamente en la figura 10.27.



*Fig. 10.27. Monopolos verticales para la banda de 540 – 1700 KHz.  
(a) y (b) son antenas para radiodifusión sonora y (c) es una antena para un radiofaro de ayuda a la navegación aérea y marítima.*

Los monopolos deben estar aislados del plano de tierra. Esto no representa mayor problema cuando las dimensiones de la antena son pequeñas, a frecuencias de VHF y UHF, sin embargo a frecuencias inferiores en que las torres en ocasiones exceden los 100 m de altura, se requiere el empleo de aisladores especiales capaces de soportar todo el peso de la estructura de la torre, algunos de los cuales se ilustran en la figura 10.28. En la imagen de la derecha se aprecia el recinto vallado alrededor de la antena, para evitar el acceso incontrolado de personas, ya que en el punto de alimentación hay alto voltaje y corrientes considerables que pueden ser letales. La pequeña caseta, en el interior del recinto vallado, contiene el acoplador entre la línea de transmisión y la antena.



*Fig. 10.28. Aisladores en la base de antenas monopolo para AM.*

### 10.16.1 Ganancia y patrón de radiación

La ganancia de un monopolo sobre un plano conductor o de tierra está determinada principalmente por su longitud y las dimensiones y conductividad del plano de tierra. Si el plano se supone un conductor perfecto de extensión infinita, la potencia radiada por el monopolo en el semiespacio sobre tierra será el doble de la radiada por un dipolo en el espacio libre, alimentado con la misma corriente. Por consecuencia, si para un dipolo de  $\lambda/2$  la ganancia directiva máxima es de 2.15 dBi, para un monopolo de  $\lambda/4$ , la ganancia en la dirección de máxima radiación debe ser 3 dB mayor, es decir, 5.15 dBi. El diagrama de radiación para un monopolo de altura  $H < \lambda/2$  se ilustra en la figura 10.29. En la tabla siguiente se muestran las ganancias de algunos monopolos verticales típicos.

Longitud del monopolo ( $H$ )	Ganancia de potencia (dBi)
$H \ll \lambda$	4.77
$\lambda/4$	5.16
$0.311\lambda$	5.38
$\lambda/2$	6.83

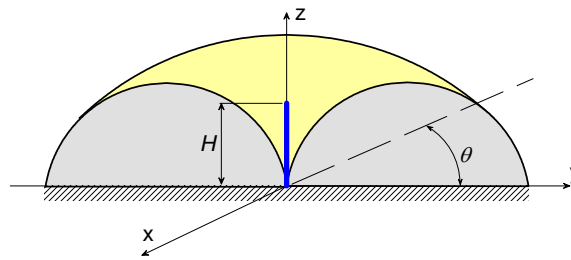


Fig. 10.29. Patrón de radiación de un monopolo sobre un plano infinito.

En el caso de antenas para la banda de MF (300 kHz a 3 MHz), principalmente en los servicios de radiodifusión sonora de AM, el plano conductor es la propia tierra y su extensión puede considerarse prácticamente infinita y el patrón de radiación se calcula mediante las ecuaciones anteriores. La conductividad del terreno influye en la atenuación y, para asegurar la buena conductividad, se emplean sistemas de tierra en forma de radiales que, para las antenas de AM suelen consistir en 120 alambres de cobre enterrados, equiespaciados y que se extienden en dirección radial de la base de la torre hasta una distancia mínima de un cuarto de longitud de onda. En la figura 10.30(a) se ilustra la estructura del sistema de radiales y en 10.30(b), la forma de conexión a la base de la antena.

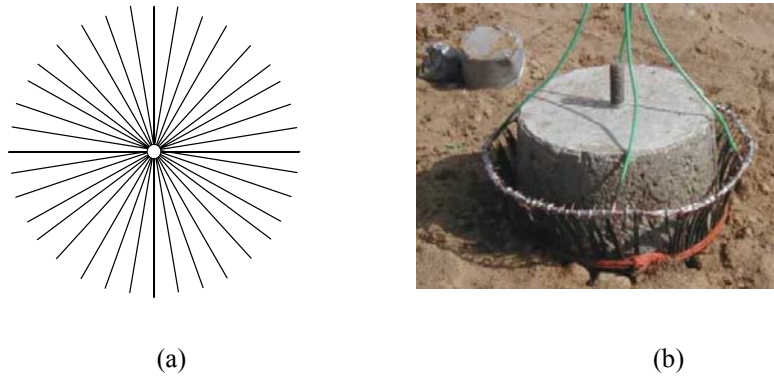


Fig. 10.30. Sistema de tierra con radiales

A frecuencias en las bandas de VHF y UHF, los planos de tierra están formados por conductores horizontales o placas metálicas, como se muestra en la figura 10.31 y su patrón de radiación difiere del dado por la ecuación (10.136), ya que los efectos de difracción en los bordes del plano de tierra dan lugar a radiación en el semiespacio inferior al monopolo y, por consecuencia, modifican el patrón de radiación.



Fig. 10.31. Monopolo con plano reflector formado por varillas horizontales

En estas condiciones, el patrón de radiación tiene un máximo en una dirección  $\theta_m$  y hay radiación hacia abajo, así como lóbulos secundarios significativos, como se ve en la figura 10.32, para un monopolo de  $0.224\lambda$  con plano de tierra de  $0.6\lambda$ .

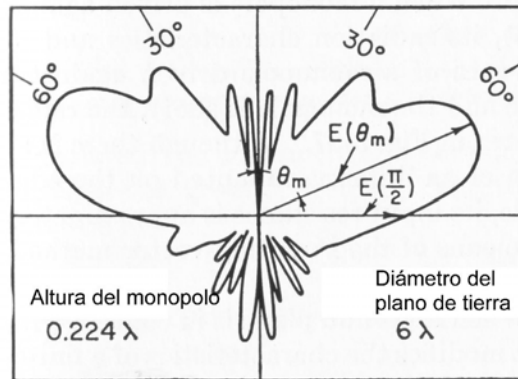


Fig. 10.32. Diagrama de radiación de un monopolo de  $0.224\lambda$  sobre un plano conductor de radio  $0.6\lambda$ .

### 10.16.2 Impedancia

La expresión completa para la impedancia de un monopolo vertical se debe a Schelkunoff<sup>20</sup>:

$$Z_b = Z_0 \frac{K \operatorname{sen} \theta + j(F - N) \operatorname{sen} H - j(2Z_0 - M) \cos H}{(2Z_0 + M) \operatorname{sen} H + (F + N) \cos H - jK \cos H} \quad (10.135)$$

Donde:

$Z_b = R_b + jX_b$  es la impedancia de base o en el punto de alimentación del monopolo.

$Z_0$  es la impedancia característica promedio, definida abajo.

$H$  es la altura de la antena en grados o radianes eléctricos.

$$F = 60\operatorname{Si}(2H) + 30[\operatorname{Ci}(4H) - \ln H - \gamma] \operatorname{sen}(2H) - 30\operatorname{Si}(4H) \cos(2H)$$

$$K = 60[\gamma + \ln(2H) - \operatorname{Ci}(2H)] + \dots$$

$$\dots + 30[\gamma + \ln H - 2\operatorname{Ci}(2H) + \operatorname{Ci}(4H)] \cos(2H) + \dots$$

$$\dots + 30[\operatorname{Si}(4H) - 2\operatorname{Si}(2H)] \operatorname{sen}(2H)$$

<sup>20</sup> Schelkunoff, S.A. "Theory of Antenas of Arbitrary Size and Shape". *Proc. I.R.E.*, Vol. 29, pp. 493-521. Sept. 1941.

$$M = 60[\ln(2H) - \text{Ci}(2H) + \gamma - 1 + \cos(2H)]$$

$$N = 60[\text{Si}(2H) - \text{sen}(2H)]$$

$\gamma$  es la constante de Euler igual a 0.5772156...

$\text{Si}(x)$  y  $\text{Ci}(x)$  son las funciones seno integral y coseno integral, respectivamente.

La impedancia característica promedio,  $Z_0$ , de una antena cilíndrica está dada por<sup>21</sup>:

$$Z_0 = 60 \left[ \ln \left( \frac{2H}{a} \right) - 1 \right] \quad (10.136)$$

Donde  $a$  es el radio de la antena en metros, o bien grados o radianes eléctricos y  $H$  es la altura de la antena en las mismas unidades que  $a$ .

La parte real de la ecuación (10.145) es, propiamente, la resistencia de radiación, dada por<sup>22</sup>:

$$R_r = 15 \left\{ \begin{array}{l} 4 \cos^2 H \text{Cin}(2H) - \cos(2H) \text{Cin}(4H) - \dots \\ \dots - \text{sen}(2H) [2 \text{Si}(2H) - \text{Si}(4H)] \end{array} \right\} \quad (10.137)$$

Donde la función  $\text{Cin}(x)$  está definida por (10.116)

### 10.17 Antenas de lazo

Las antenas de lazo o de espira<sup>23</sup> consisten en una o varias espiras circulares o cuadradas<sup>24</sup> como se muestra en la figura 10.33.

Este tipo de antena se usa extensamente desde frecuencias del orden de 10 MHz hasta varios GHz. El tipo más frecuentemente empleado es el de espira circular, si bien también se emplean las cuadradas y rectangulares. Las antenas de lazo se clasifican en *eléctricamente pequeñas*, si su radio es menor de  $\lambda/3$  y *eléctricamente grandes* si el radio es del orden una longitud de onda o mayor. Las antenas pequeñas tienen baja eficiencia de radiación, pero se emplean mucho en equipos portáti-

<sup>21</sup> Smith, C.E. *Theory and Design of Directional Antenas*. Cleveland Institute of Radio Electronics. Cleveland, OH. 1951.

<sup>22</sup> Jonson, R.C. and Jasik, H. *Antenna Applications Reference Guide*. McGraw-Hill, Inc. 1987.

<sup>23</sup> Para un tratamiento amplio de la antena de lazo véanse Kraus, J.D., *Antennas*, 2nd Ed. McGraw-Hill, 1988 y Balanis, C.A. *Antenna Theory: Analysis and Design*. 2<sup>nd</sup> Ed. John Wiley & Sons, Inc. 1997.

<sup>24</sup> Las antenas de espiras cuadradas también se designan como *antenas de cuadro*.

les de pequeñas dimensiones, entre otros, los controles para abrir o cerrar puertas a distancia, en sistemas de comunicaciones en interiores y como sondas en equipos de medición.

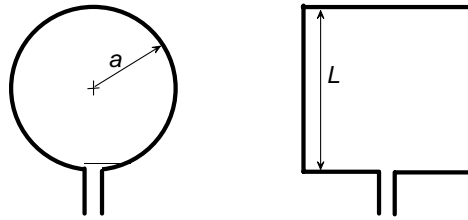


Fig. 10.33. Antena de lazo o espira.

La geometría para el análisis de los campos eléctrico y magnético radiados por una espira, se ilustran en la figura 10.33

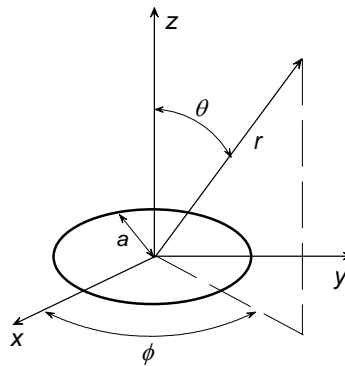


Fig.10.33. Geometría para el análisis de la antena de espira

Dichos campos están dados por las expresiones siguientes:

$$E_{\phi} = \frac{Z_0 \beta a N I_m e^{j(\omega t - \beta r)} J_1(\beta a \sin \theta)}{2r} \quad (10.138)$$

$$H_{\theta} = \frac{\beta a N I_m e^{j(\omega t - \beta r)} J_1(\beta a \sin \theta)}{2r} \quad (10.139)$$

Donde:

$$\beta = 2\pi/\lambda$$

$a$  = radio de la espira.

$N$  = Número de espiras.

$$Z_0 = 120\pi \Omega.$$

$I_m$  = Corriente en la espira.

$J_1(x)$  es la función de Bessel de primera clase y orden 1, que puede calcularse mediante la serie:

$$J_n(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!(k+n)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{k+2m} \quad (10.140)$$

El análisis teórico detallado no se trata aquí, en que únicamente se resumen los principales parámetros de la antena de lazo, para el caso de espiras circulares.

Parámetro	Espira pequeña ( $a < \lambda/3$ )	Espira grande ( $a > \lambda$ )
Potencia radiada	$P_{RAD} \approx \frac{4\pi Z_0}{3} \left(\frac{\beta a N I_m}{4}\right)^2$ $P_{RAD} \approx 10[\pi(\beta a)^2 N I_m]$ si $a < \lambda/\pi$	$P_{RAD} = \pi Z_0 \beta a \left(\frac{N I_m}{2}\right)^2$
Resistencia de Radiación	$R_r = 20[\pi(\beta a)^2 N]$	$R_r = 60\pi^2 \beta a N$
Directividad máxima	$3/2$	$\frac{0.676C}{\lambda}$
Angulo de máxima radiación	$\theta = 90^\circ$	$\theta = \arcsen\left(\frac{1.84}{\beta a}\right)$
Area efectiva	$A_e = \frac{3\lambda^2}{8}$	$A_e = 0.338\lambda$
Longitud efectiva	$L_e = \frac{4\pi^2 N a}{\lambda}$	$L_e = 0.582CN$ para $C > 2\pi\lambda$

Para espiras cuadradas de lado  $L = \lambda/10\pi$ , el comportamiento es el mismo que el de una antena de espira circular pequeña.

Hay que hacer notar que las aproximaciones de la tabla anterior no pueden usarse para antenas de tamaño intermedio en que el radio es del orden de una longitud de onda.

Para antenas de pequeño diámetro, en que  $\lambda/100 \leq a \leq \lambda/30$ , la resistencia de radiación de la espira extremadamente pequeña, menor aún que la resistencia óhmica de la antena, lo que da lugar a desacoplamiento grande con las líneas de transmisión prácticas. Esta resistencia puede aumentarse aumentando el número de espiras, lo que equivale aumentar la circunferencia efectiva del lazo. Hay que mencionar que esta técnica, además de aumentar la resistencia de radiación, aumenta también la reactancia, aun cuando el valor de aquélla sea igual a la impedancia característica de la línea. Esto, sin embargo, no plantea un problema serio, ya que la reactancia puede cancelarse con una reactancia de signo opuesto conectada a las terminales de la antena para hacerla resonante.

**Diagrama de radiación.** El diagrama de radiación de una antena de espira es prácticamente igual al de un dipolo y se ilustra en la figura 10.34, para una antena de espira situada en el plano  $xy$ .

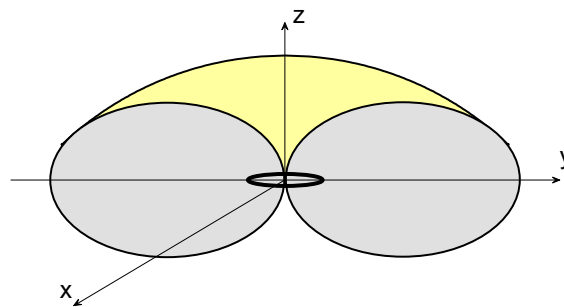


Fig. 10.34. Patrón de radiación de una antena de espira.

El diagrama de radiación anterior es válido para antenas en que  $a < \lambda$ . Si el radio es mayor, se tienen varios lóbulos, semejantes a los que ocurren en dipolo de longitud mayor que  $\lambda$ .

### 10.18 Alineamientos de antenas

Se designa como alineamiento o arreglo<sup>25</sup> de antenas a un sistema de radiadores dispuestos en el espacio de alguna forma geométrica específica y alimentados con corrientes de amplitudes y fases tales que permiten conseguir ganancias generalmente mayores y patrones de radiación diferentes a los que se obtienen con una sola antena.

<sup>25</sup> El término utilizado en inglés es *array*.

Supóngase inicialmente un conjunto de radiadores isotrópicos distribuidos arbitrariamente en el espacio, en la forma mostrada en la figura 10.35.

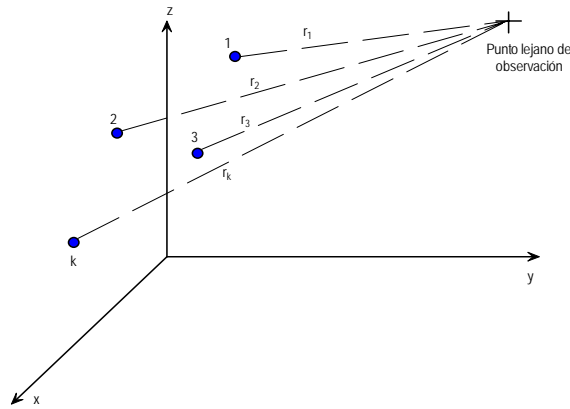


Fig. 10.35. Alineamiento de geometría arbitraria

El campo lejano producido por el elemento radiador  $k$ -ésimo puede expresarse como:

$$E_k(\theta, \phi) = a_k f_k(\theta, \phi) \frac{e^{-j\beta r_k}}{r_k} \quad (10.141)$$

Donde  $f(\theta, \phi)$  es el diagrama de radiación de la antena  $k$ -ésima, es decir, la función que describe la distribución del campo eléctrico radiado por la antena en el espacio y  $a_k$  la amplitud del campo en la dirección de máxima radiación. El campo eléctrico total en un punto de observación en el campo lejano estará dado por la contribución de al campo debida a todos los radiadores del sistema, es decir:

$$E_k(\theta, \phi) = \sum_{k=1}^n a_k f_k(\theta, \phi) \frac{e^{-j\beta r_k}}{r_k} \quad (10.142)$$

La expresión anterior describe el campo total producido por un sistema de  $n$  antenas y, conviene notar que en dicha ecuación, las antenas no tienen que ser necesariamente isotrópicas, ya que el diagrama de radiación  $f(\theta, \phi)$  puede corresponder a cualquier tipo de antena. Por esta razón, (10.142) puede considerarse como la ecuación general para un alineamiento cualquiera de antenas. Sin embargo, aunque esta ecuación parece simple, su cálculo puede resultar muy complejo cuando en un alineamiento se tienen antenas de diferentes tipos y con diferentes diagramas de radiación individuales. Esta situación se da con muy poca frecuencia en la práctica.

Seguiremos aquí un enfoque relativamente tradicional en el análisis de los alineamientos de antenas, partiendo de un alineamiento de antenas isotrópicas espaciadas uniformemente una distancia constante  $s$  a lo largo del eje  $x$ . A tal alineamiento, que se muestra en la figura 10.36, se le designa como *alineamiento lineal uniforme*.

En un punto de observación suficientemente lejano, puede suponerse que los vectores  $r_1, r_2, \dots, r_n$  entre cada antena puntiforme y el punto de observación son aproximadamente paralelos, es decir:

$$\frac{1}{r_1} \approx \frac{1}{r_2} \approx \dots \approx \frac{1}{r_n} \quad (10.143)$$

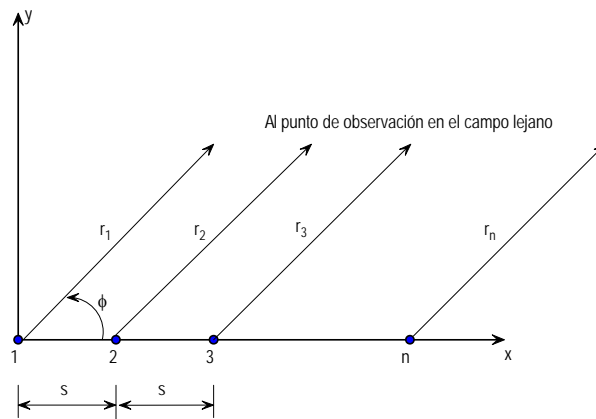


Fig. 10.36. Alineamiento lineal uniforme de antenas isotrópicas.

Y, además,

$$r_2 \approx r_1 - s \cos \phi \quad (10.144)$$

Puesto que las antenas son isotrópicas, el patrón de radiación de cada una de ellas tiene valor constante en todas direcciones:

$$f_k(\theta, \phi) = M = \text{constante} \quad (10.145)$$

También, de la figura 10.38 puede verse que

$$r_n = r_1 - (n-1)s \cos \phi \quad (10.146)$$

La ecuación (10.142), para el caso general, puede escribirse ahora para el alineamiento lineal uniforme como:

$$E(\theta, \phi) = \frac{Me^{-j\beta r_1}}{r_1} \sum_{k=1}^n a_k e^{j\beta s(k-1)\cos\phi} \quad (10.147)$$

La ecuación anterior puede escribirse de forma más simple, omitiendo en término que representa a la onda esférica,  $e^{-j\beta r}/r_1$  y normalizándola respecto a  $M$ :

$$E(\theta, \phi) = \sum_{k=1}^n a_k e^{j\beta s(k-1)\cos\phi} \quad (10.148)$$

El término  $a_k$  puede ser, en general, complejo, de modo que es necesario tener en cuenta su fase. En estas condiciones (10.147) queda:

$$E(\theta, \phi) = \sum_{k=1}^n a_k e^{j[\beta s(k-1)\cos\phi + \delta_k]} \quad (10.149)$$

Si se define ahora un ángulo de fase del alineamiento como:

$$\psi_k = \beta s \cos\phi + \delta_k \quad (10.150)$$

y (10.149) puede escribirse como:

$$E(\psi) = \sum_{k=1}^n a_k e^{j\psi_k} \quad (10.151)$$

Si, en el alineamiento de la figura 10.38 se toma como referencia la fase de la antena 1, que la diferencia de fase entre antenas sucesivas es constante y de valor  $\delta$  y teniendo en cuenta que la separación entre antenas es constante, la distancia entre la antena 1 y una antena  $k$  del alineamiento será:

$$s_k = (k-1)s \quad (10.152)$$

y, la diferencia de fase entre la antena  $k$  y la antena 1 es:

$$\delta_k = (k-1)\delta \quad (10.153)$$

Por consecuencia, la fase total de la antena  $k$  respecto a la antena 1 está dada por:

$$\psi_k = (k-1)\psi \quad (10.154)$$

Supóngase, además, que la magnitud de las corrientes de alimentación a las antenas son iguales y de valor 1, es decir,  $|a_k| = 1$ . En estas condiciones (10.160) puede expresarse simplemente como:

$$f(\psi) = \sum_{k=1}^n e^{j(k-1)\psi} \quad (10.155)$$

o bien,

$$f(\psi) = 1 + e^{j\psi} + e^{j2\psi} + \dots + e^{j(n-1)\psi} \quad (10.156)$$

Donde  $f(\psi)$  es ahora la función que define al diagrama normalizado de radiación del alineamiento.

Si ahora, en (10.156) se multiplican ambos miembros por  $e^{j\psi}$  se tiene:

$$f(\psi)e^{j\psi} = e^{j\psi} + e^{j2\psi} + \dots + e^{jn\psi} \quad (10.157)$$

y restando (10.156) de (10.157):

$$f(\psi)(1 - e^{jn\psi}) = 1 - e^{jn\psi} \quad (10.158)$$

$$f(\psi) = \frac{1 - e^{jn\psi}}{1 - e^{j\psi}} \quad (10.159)$$

que puede escribirse como:

$$f(\psi) = \frac{e^{j\frac{n\psi}{2}} \left( e^{-j\frac{n\psi}{2}} - e^{j\frac{n\psi}{2}} \right)}{e^{j\frac{\psi}{2}} \left( e^{-j\frac{\psi}{2}} - e^{j\frac{\psi}{2}} \right)} \quad (10.160)$$

que se reduce a:

$$f(\psi) = \frac{\text{sen}\left(\frac{n\psi}{2}\right)}{\text{sen}\left(\frac{\psi}{2}\right)} \text{cis}(\alpha) \quad (10.161)$$

en que  $\text{cis}(\alpha) = \cos(\alpha) + j\text{sen}(\alpha)$  y

$$\alpha = \frac{(n-1)\psi}{2} \quad (10.162)$$

Si, en lugar de referir las fases a la antena 1, se refieren al centro del alineamiento, (10.171) queda:

$$f(\psi) = \frac{\text{sen}\left(\frac{n\psi}{2}\right)}{\text{sen}\left(\frac{\psi}{2}\right)} \quad (10.163)$$

El valor máximo de  $f(\psi)$  se tiene cuando  $\psi = 0$  y,

$$f(\psi)_{MAX} = n \quad (10.164)$$

Así, el valor normalizado de  $f(\psi)$  respecto su valor máximo es:

$$f(\psi) = \frac{1}{n} \frac{\text{sen}\left(\frac{n\psi}{2}\right)}{\text{sen}\left(\frac{\psi}{2}\right)} \quad (10.165)$$

La función anterior expresa el diagrama normalizado de radiación para la intensidad de campo. El diagrama de radiación de potencia está dado por:

$$F(\psi) = [f(\psi)]^2 = \frac{1}{n^2} \left[ \frac{\text{sen}\left(\frac{n\psi}{2}\right)}{\text{sen}\left(\frac{\psi}{2}\right)} \right]^2 \quad (10.166)$$

$F(\psi)$  se designa a veces como *factor del alineamiento*<sup>26</sup>.

De (10.162) pueden obtenerse los ángulos para los que el campo radiado es nulo, haciendo cero el numerador:

$$\text{sen}\left(\frac{n\psi_0}{2}\right) = 0 \quad (10.167)$$

De modo que:

$$\frac{n\psi_0}{2} = m\pi; \quad m = 0, \pm 1, \dots \quad (10.168)$$

Donde

$$\psi_0 = \beta s \cos \phi_0 + \delta \quad (10.169)$$

$\delta$  es la fase de la corriente de alimentación que, para este alineamiento es constante y  $\phi_0$  es el ángulo al que ocurre el nulo. De (10.165) y (10.166) se obtiene este ángulo:

$$\phi_0 = \text{angcos} \left[ \frac{1}{\beta s} \left( \frac{2m\pi}{n} - \delta \right) \right] \quad (10.170)$$

Los máximos del diagrama de radiación para el arreglo lineal uniforme están dados en forma aproximada por los valores máximos del numerador de (10.162), ya que el denominador varía más lentamente que el numerador. Así, los ángulos a los que aproximadamente ocurren los máximos estarán dados por:

---

<sup>26</sup> *Array factor.*

$$\phi_M = \text{ang} \cos \left[ \frac{1}{\beta s} \left( \frac{(2m+1)\pi}{n} - \delta \right) \right] \quad (10.171)$$

La precisión de la ecuación anterior es mayor cuanto mayor sea el número de elementos del alineamiento.

El lóbulo principal ocurre al ángulo  $\phi$  para el que las intensidades de campo debidas a cada uno de los elementos del alineamiento se suman en fase y, de acuerdo a (10.169), esto ocurre cuando  $\psi = 0$ . Así, utilizando la expresión (10.170), el ángulo al que ocurre el lóbulo principal está dado por:

$$\phi_{ML} = \text{angcos} \left( -\frac{\delta}{\beta s} \right) \quad (10.172)$$

### **Ejemplo**

Trazar el diagrama de radiación de potencia,  $F(\psi)$ , para un alineamiento lineal, uniforme, de cuatro antenas isotrópicas, con separación de  $\lambda/2$  entre cada una y alimentadas con la misma amplitud y fase.

Se calcula primero el valor de  $\psi$  mediante la ecuación (10.156):

$$\psi = \beta s \cos \phi + \delta = \frac{2\pi \lambda}{\lambda} \cos \phi + 0 = \pi \cos \phi \quad (10.173)$$

Se calcula  $F(\psi)$  mediante (10.172), para valores de  $\phi$  de 0 a 360°, con  $n = 4$ . El resultado, obtenido mediante el programa de cálculo MATLAB® se muestra en la figura 10.37 en coordenadas rectangulares (a) y en coordenadas polares (b).

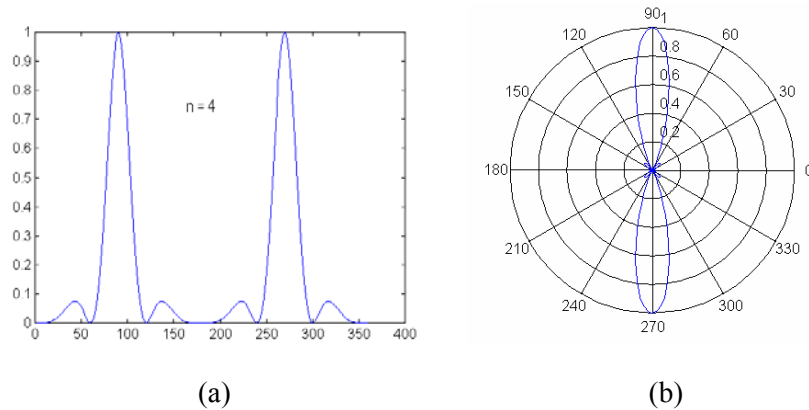


Fig. 10.37. Diagramas de radiación potencia,  $F(\psi)$ , en coordenadas rectangulares y polares para un alineamiento lineal uniforme de cuatro elementos alimentados en fase.

Es importante hacer notar que en la figura 10.39(a), el eje horizontal corresponde a los valores de  $\phi$ , el ángulo de posición respecto al eje del alineamiento, como se indica en la figura 10.38. El alineamiento radia en dirección perpendicular a su eje. Esta forma de radiación se designa como *modo normal* (en inglés: *broadside*) y presenta dos lóbulos principales y dos secundarios, de menor, amplitud, en el plano  $xy$ . En el plano perpendicular,  $yz$ , la radiación es omnidireccional al tratarse de antenas isotrópicas.

El tipo de alineamiento del ejemplo, en que las antenas están separadas media longitud de onda y la fase de la corriente de alimentación es la misma ( $\delta = 0$ ), se designa como alineamiento de *iluminación uniforme* y el factor del alineamiento, dado por la función  $F(\psi)$  se expresa como:

$$F(\Psi) = \frac{\text{sen}^2\left(\frac{n\pi}{2} \cos \phi\right)}{n^2 \text{sen}^2\left(\frac{\pi}{2} \cos \phi\right)} \quad (10.174)$$

Cuando el número de elementos del alineamiento es muy grande ( $n \gg 1$ ), el ángulo sólido ocupado por el haz principal en la dirección normal es muy pequeño y el seno del ángulo en el denominador puede reemplazarse por su argumento, en cuyo caso el factor del alineamiento de iluminación uniforme con gran número de elementos es:

$$F(\Psi) = \left[ \frac{\text{sen}\left(\frac{n\pi}{2} \cos \phi\right)}{n \frac{\pi}{2} \cos \phi} \right]^2 = \left( \frac{\text{sen } u}{u} \right)^2 \quad (10.175)$$

De la ecuación anterior puede verse que el ángulo a media potencia ocurre cuando  $u = 1.39$ , de modo que el ángulo a media potencia del haz es:

$$\Phi_{1/2} = 2 \text{ang} \text{sen} \left( \frac{2.78}{n\pi} \right) \quad (10.176)$$

Y su directividad máxima es, simplemente:

$$D_{\text{max}} = n \quad (10.177)$$

En los alineamientos lineales se distinguen dos modos de radiación: normal (*broadside*) y axial (*end-fire*). En el primero, la radiación máxima ocurre en dirección perpendicular al eje del alineamiento, en el segundo, la radiación es en la misma dirección del alineamiento, como se ilustra en la figura 10.38.

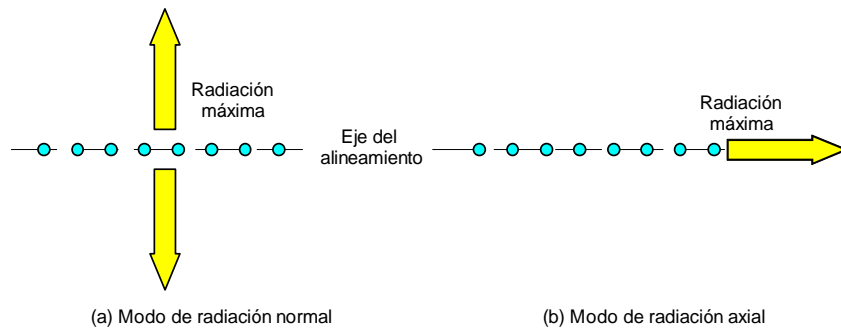


Fig. 10.38. Modos de radiación de alineamientos lineales.

Para el caso de radiación axial, el máximo debe ocurrir en  $\phi = 0, \pi, \dots$  etc., de modo que la fase eléctrica debe ser:

$$\delta = -\beta s = -\frac{2\pi}{\lambda} s \quad (10.178)$$

En cuyo caso:

$$\Psi = \beta s (\cos \phi - 1) \quad (10.179)$$

Y, el factor del alineamiento para el modo axial es:

$$F(\Psi) = \frac{\sin^2 \left[ \frac{n\beta s}{2} (\cos \phi - 1) \right]}{n^2 \sin^2 \left[ \frac{\beta s}{2} (\cos \phi - 1) \right]} \quad (10.180)$$

La directividad puede también definirse como la relación entre el valor máximo de la función que describe el diagrama o patrón de radiación  $F(\Psi)_{\max}$  y el valor promedio de esta función,  $F(\Psi)_{\text{prom}}$ , así:

$$D = \frac{F(\Psi)_{\max}}{F(\Psi)_{\text{prom}}} = \frac{2n\beta s}{\pi} \quad (10.181)$$

La máxima directividad para el caso de radiación axial se tiene cuando:

$$\delta = -\left( \beta s + \frac{2.94}{n} \right) \quad (10.182)$$

Con lo que:

$$D_{\max} = \frac{3.64n\beta s}{\pi} \quad (10.183)$$

Algunos autores dan como condición para lograr la directividad máxima, una fase de:

$$\delta = -\left(\beta s + \frac{\pi}{n}\right) \quad (10.184)$$

Sin embargo, la fase dada por la expresión (10.182) da lugar a una directividad ligeramente mayor que la condición (10.184).

### 10.18.1 Principio de multiplicación de patrones

La ecuación (10.142) expresa el campo total producido por un sistema de  $n$  antenas, siendo  $f_k(\theta, \phi)$  la función que describe al diagrama o patrón de radiación de cada antena  $k$  del sistema. En la sección anterior se analizó el campo resultante de alineamientos lineales constituidos por antenas isotrópicas, para las que  $f(\theta, \phi)$  es constante y se obtuvo una expresión para la intensidad de campo normalizada, la ecuación (10.148). Retrocediendo en el análisis a la ecuación (10.142), es claro que el diagrama de radiación normalizado de un alineamiento de  $n$  antenas no isotrópicas está dado por:

$$E'(\theta, \phi) = \sum_{k=1}^n a_k f_k(\theta, \phi) e^{j\psi_k} \quad (10.185)$$

Si todas las antenas del alineamiento son iguales, con idéntico diagrama de radiación,  $f(\theta, \phi)$ , la ecuación anterior queda:

$$E'(\theta, \phi) = f_k(\theta, \phi) \sum_{k=1}^n a_k e^{j\psi_k} = E_N(\theta, \phi) f_k(\theta, \phi) \quad (10.186)$$

por consecuencia, el diagrama de radiación de un alineamiento de antenas no isotrópicas, iguales entre sí, se obtiene de multiplicar el diagrama de radiación de una de dichas antenas,  $f(\theta, \phi)$  por el diagrama del alineamiento de radiadores isotrópicos correspondiente,  $E_N(\theta, \phi)$ . Esto se designa como *principio de multiplicación de diagramas o patrones*.

En general, el método es válido para el cálculo de los lóbulos principales del diagrama, pero puede dar errores apreciables al calcular los lóbulos secundarios, ya que en la conformación de estos intervienen de manera importante los efectos mutuos entre las antenas, que no son tomados en cuenta en este método.

Debido a que, con frecuencia,  $f(\theta, \phi)$  no puede expresarse analíticamente, sino de forma gráfica, la multiplicación de patrones se hace en tales casos gráficamente.

## 10.19 Antenas con Reflector

Los reflectores se usan con frecuencia para aumentar la ganancia y modificar el patrón de radiación de las antenas. Uno de los casos más simples es el de un reflector plano, colocado frente a un dipolo. De hecho, el caso ya tratado del monopolo, constituye también un ejemplo de una antena con reflector. los reflectores son elementos pasivos, buenos conductores y pueden tener formas geométricas variadas, así, pueden ser planos, parabólicos, cilíndricos, diédricos, esféricos, etc. Aquí trataremos brevemente algunos de los casos más simples utilizados en la práctica.

### 10.19.1 Reflector plano

Consideraremos inicialmente el caso de un reflector plano, en la cercanía de un dipolo como se ilustra en la figura 10.39.

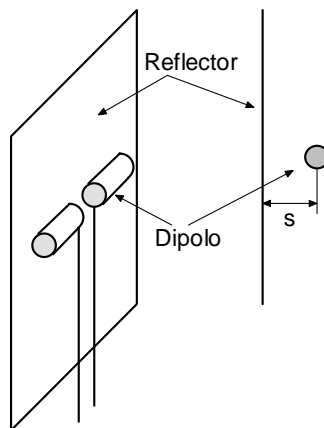


Fig. 10.39. Dipolo con reflector plano.

En teoría, el reflector debe ser de extensión infinita y perfectamente conductor, lo que evidentemente no se consigue en la práctica. Sin embargo, las propiedades del reflector plano ideal pueden aproximarse en la práctica utilizando reflectores de tamaño reducido que pueden ser en forma de parrillas o rejillas de varillas conductoras.

El análisis de una antena situada a una distancia  $s$  de un reflector plano infinito, perfectamente conductor, suele tratarse mediante el método de imágenes<sup>27</sup>, en que

<sup>27</sup> Véase, por ejemplo, G. H. Brown, "Directional Antennas". *Proc. IRE*, Vol. 25, pag. 122. Enero 1937.

el reflector se reemplaza por una imagen de la antena, a una distancia  $2s$  de la antena real. La situación en este caso, es la misma que si la antena se coloca sobre un plano de tierra. La ganancia y el patrón de radiación dependen de la separación  $s$  entre la antena y el reflector y, suponiendo un dipolo de  $\lambda/2$  a una distancia  $s$  de un reflector plano, infinito y sin pérdidas, la ganancia está dada por<sup>28</sup>:

$$G = \frac{6.56R_{11} \text{sen}^2(\beta s)}{R_{11} - R_{12}(s)} \tag{10.187}$$

En que  $s_\lambda = \beta s = 2\pi s/\lambda$ ,  $R_{11}$  es la resistencia de radiación del dipolo dada por (10.114) y  $R_{12}$  la resistencia mutua entre la antena y su imagen, dada por:

$$R_{12}(s) = 30 \left\{ \begin{array}{l} 2F_{in}(-j\beta s) - F_{in}\{-j\beta[(s^2 + L^2)^{1/2} + L]\} - \dots \\ \dots - F_{in}\{-j\beta[(s^2 + L^2)^{1/2} - L]\} \end{array} \right\} \tag{10.188}$$

Donde  $L$  es la longitud del dipolo y  $F_{in}$  es la integral exponencial definida por:

$$F_{in}(\pm jx) = \text{Ci}(x) \pm j\text{Si}(x) \tag{10.189}$$

En que  $\text{Ci}(x)$  y  $\text{Si}(x)$  son las funciones coseno integral y seno integral definidas por (10.115) y (10.117).

En la figura 10.40 se muestra la ganancia de un dipolo de  $\lambda/2$  en función de la separación al reflector.

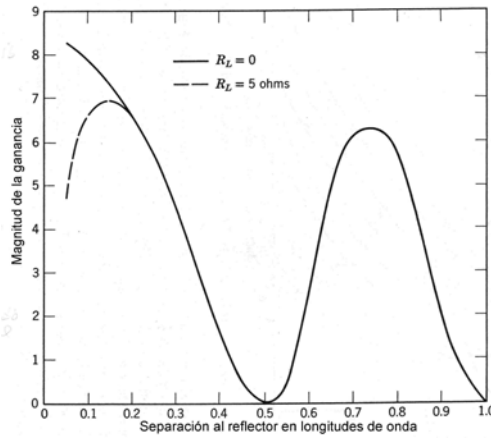


Fig. 10.40. Magnitud de la ganancia en función de la separación al reflector, para un dipolo de media longitud de onda.

<sup>28</sup> Wolff, E. A. *Antenna Analysis*. Cap. 7. John Wiley & Sons, Inc. N. York, 1967.

En la gráfica 10.43 se aprecia que, para una separación del orden de  $0.2\lambda$ , la ganancia del sistema es de aproximadamente 7 (8.45 dBi) y, para una separación de  $0.75\lambda$ , la ganancia es de 6 (7.78 dB). Estas distancias son, por consecuencia óptimas para conseguir la ganancia máxima. La ganancia en la gráfica anterior es en la dirección perpendicular al dipolo, y hay que notar que a una separación del reflector de  $\lambda/2$ , la ganancia en esa dirección es cero. Esto se debe a que cuando la separación es de media longitud de onda se tienen dos lóbulos principales, con los máximos a  $30^\circ$  respecto a la perpendicular al dipolo. Esto se muestra en la figura 10.45 (c).

### 10.19.2 Dipolo horizontal sobre plano de tierra

Esta es una antena muy sencilla, ilustrada en la figura 10.41 y se utiliza extensamente en sistemas de comunicaciones ionosféricas en la banda de HF u onda corta (3 a 30 MHz). En esta banda de frecuencias la ionosfera terrestre, situada a una altura entre unos 100 y 400 km de altura, actúa como reflector y es necesario emitir la energía electromagnética en ángulos por encima de la horizontal a fin de que incidan sobre la ionosfera y se reflejen en ella.

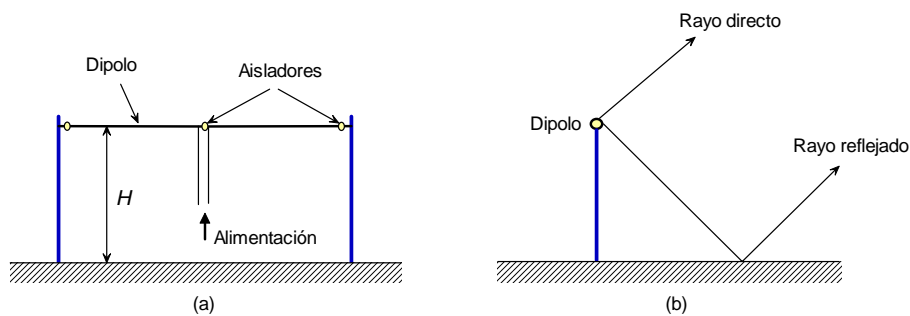


Fig. 10.41. Dipolo horizontal sobre plano de tierra.

La presencia de un plano conductor como la tierra, colocado a una distancia adecuada por debajo del dipolo horizontal modifica su patrón de radiación en la forma ilustrada en la figura 10.42, como consecuencia de la combinación de las ondas directas y las reflejadas. El ángulo de elevación del lóbulo principal depende de la longitud del dipolo y de la altura de éste sobre tierra.

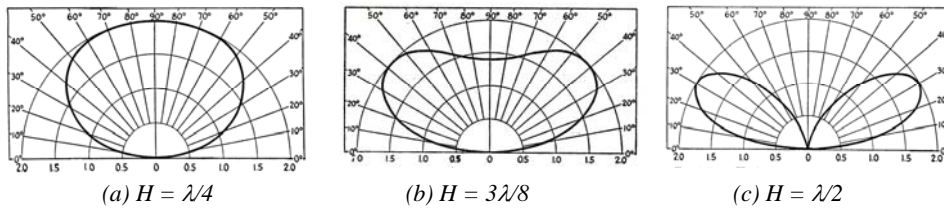


Fig. 10.42. Patrones de radiación de un dipolo horizontal sobre tierra para diferentes alturas.

Los patrones de radiación de la figura anterior corresponden a una situación ideal, es decir, un plano de tierra perfectamente conductor y de extensión infinita. Para los reflectores reales, de dimensiones y conductividad finitas, los patrones de radiación se modifican debido a los efectos, principalmente de difracción en los bordes del plano y de la conductividad finita. Esto da lugar a mínimos menos pronunciados y a lóbulos secundarios en la parte trasera, de modo semejante al mostrado en la figura 10.34 para el monopolo.

La resistencia de radiación también varía según la altura del dipolo sobre tierra, de acuerdo a la forma mostrada en la figura 10.43

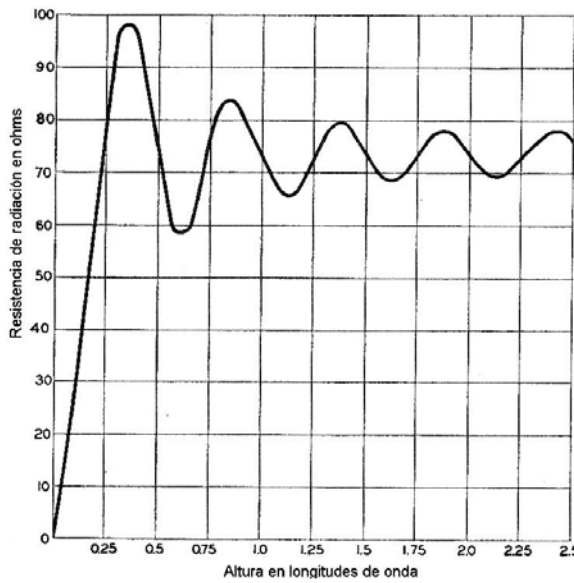


Fig. 10.43. Variación de la resistencia de radiación de un dipolo horizontal en función de la altura sobre el plano de tierra.

### 10.19.3 Tipos de reflectores planos. Reflectores de un solo conductor.

En las secciones anteriores se han tratado los reflectores planos como ideales, es decir, de extensión infinita y conductividad perfecta. En la práctica, el único caso en que el reflector es suficientemente grande como para considerarlo infinito, es la superficie de la tierra, si bien la conductividad de ésta no es perfecta y afecta también el comportamiento de la antena. Los reflectores reales tienen dimensiones finitas y, como consecuencia, parte de la energía radiada por la antena se dispersa y difracta en los bordes del reflector, produciendo lóbulos secundarios en la parte posterior del reflector. Por otra parte, a longitudes de onda inferiores a alrededor de 1 GHz, los reflectores planos son poco prácticos, ya que se requerirían placas metálicas de la rigidez suficiente como para soportar las cargas de viento cuando están instaladas en las torres, por lo que a frecuencias inferiores a 1 GHz, lo habitual es emplear parrillas o rejillas formadas por varillas metálicas convenientemente espaciadas entre sí. Las parrillas se comportan prácticamente como si fueran reflectores planos continuos y, de hecho, el caso más simple de un reflector es una varilla conductora colocada “detrás” del dipolo, como se ilustra en la figura 10.44.

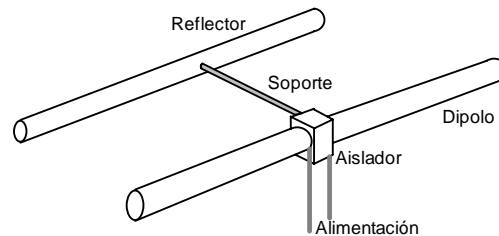


Fig. 10.44. Reflector constituido por una sola varilla conductora.

En el caso de la antena de la figura, la varilla reflectora está conectada a tierra y refleja buena parte de la energía radiada por el dipolo. Sin embargo no se trata de un reflector plano ideal y, una parte de la energía se radia hacia atrás. A la relación entre el nivel de potencia radiado hacia delante y hacia atrás, se le designa como *relación frente-atrás* y en el caso mostrado suele ser del orden de unos 15 dB, lo cual es aceptable en muchas aplicaciones.

Una consideración muy importante es que la varilla reflectora debe tener la misma polarización que el dipolo, es decir, debe ser paralela a éste, para que actúe efectivamente como reflector. Si la varilla reflectora fuera perpendicular al dipolo, es decir tuviera polarización ortogonal, prácticamente no tendría ningún efecto como reflector y el diagrama de radiación del dipolo prácticamente no se vería modifica-

do. Para mejorar la relación frente-atrás suelen utilizarse parrillas o rejillas de dipolos, separadas entre sí a una distancia del orden de  $0.1\lambda$ .

#### 10.19.4 Alineamientos de dipolos con reflector

En la práctica, es muy frecuente el empleo de alineamientos de dipolos con reflector de parrilla. En estas condiciones funciona el principio de multiplicación de patrones, de modo que, si la ganancia del alineamiento solo, es  $G$ , la presencia del reflector aumenta, en principio, la ganancia en 3 dB. En realidad, la ganancia puede ser mayor de 3 dB dependiendo de la separación entre el alineamiento y el reflector, como se ilustra en la figura 10.43. La configuración más frecuente para este tipo de antena es en polarización horizontal y se emplea extensamente en servicios de radiodifusión de televisión en las bandas de VHF y UHF, tanto en transmisión como en recepción.

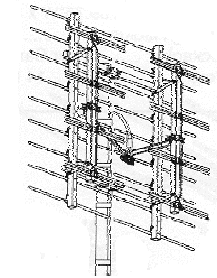


Fig. 10.45.

En la figura 10.45, se ilustra una antena de parrilla empleada en recepción de televisión en UHF, en la que se tienen alineamientos tanto verticales (4 dipolos), como horizontales (2 dipolos). El alineamiento horizontal de los dipolos aumenta la ganancia en el plano horizontal en aproximadamente 3 dB, en tanto que el alineamiento vertical aumenta la ganancia 6 dB. Si a esto se agregan 3 dB de aumento debido al reflector, la ganancia de la antena resulta, aproximadamente, de 12 dBd o 14.15 dBi. La forma anterior de estimar la ganancia es empírica y proporciona una primera aproximación a la ganancia real, que puede ser suficiente en muchos casos.

La separación entre el dipolo y el reflector influye también en el valor de la resistencia de radiación, como se ilustra, mediante la gráfica con línea continua en la figura 10.49. Para una separación entre el dipolo y el reflector de aproximadamente  $0.15\lambda$ , el valor de esta resistencia es de  $50\Omega$ . A esta separación la ganancia es máxima como puede verse de la figura 10.43.

#### 10.19.5 Reflector diédrico<sup>29</sup>

Esta antena fue inventada y patentada por J. D. Kraus en 1939<sup>30</sup>, utilizando un reflector diédrico formado por dos planos que se intersectan a un ángulo  $\alpha$  que suele ser de  $90^\circ$ ,  $60^\circ$  o  $45^\circ$ , si bien el más frecuente en la práctica suele ser de  $90^\circ$ , como

<sup>29</sup> También se le designa a veces como *reflector de esquina* o *corner* (de su nombre en inglés).

<sup>30</sup> J. D. Kraus. "The Corner Reflector Antenna". *Proc. IRE*, Vol. 28, pp. 513-519, Nov. 1940.

se ilustra en la figura 10.46, en que los reflectores son parrillas de varillas conductoras. La separación entre las varillas de los reflectores debe ser del orden de  $0.1\lambda$ , como en el caso de los reflectores planos y la longitud de los reflectores debe ser de alrededor de  $2\lambda$  para asegurar las características adecuadas de la antenna.



Fig. 10.46 Antena diédrica en polarización vertical.

Este tipo de antenna se emplea tanto en transmisión como en recepción y su ganancia depende del ángulo entre los planos reflectores y de la distancia del dipolo al vértice del diedro. La ganancia típica de una antenna de este tipo cuando el ángulo diedro es de  $90^\circ$ , es del orden de 10 dB, y de 12.5 dB cuando el ángulo diédrico es de  $60^\circ$ . para separaciones del dipolo entre  $0.2\lambda$  y  $0.6\lambda$ . La variación de la ganancia respecto a la separación entre el dipolo y el vértice se muestra en la figura 10.47.

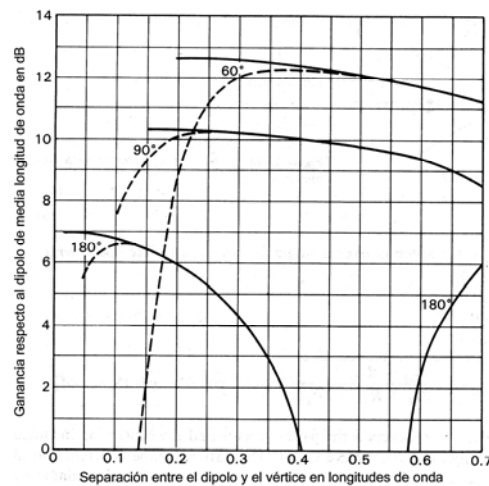


Fig. 10.47. Ganancia en función de la distancia al vértice.

También en esta antenna, la resistencia de radiación es función de la distancia del dipolo al vértice, como se ilustra en la figura 10.48. Para una separación de aproxi-

madamente  $0.3\lambda$ , la resistencia de radiación de esta antena es de  $50 \Omega$ . Como se aprecia en la figura, dicha resistencia de radiación es muy sensible a la separación entre el dipolo y el vértice.

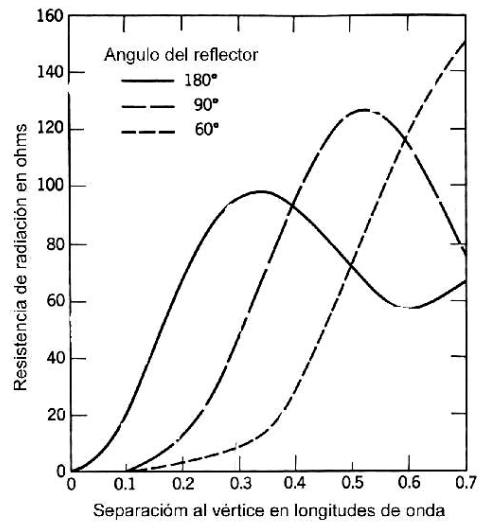


Fig. 10.48. Resistencia de radiación en función de la distancia al vértice.

Tanto los reflectores planos como los diédricos pueden utilizarse también con antenas de espira o de otros tipos. Las antenas diédricas pueden también agruparse en alineamientos como el mostrado en la figura 10.49, con el fin de configurar patrones de radiación determinados y también conseguir ganancias mayores. En el caso de la figura la configuración es sobre una torre de sección cuadrada, con lo que el diagrama de radiación resultante es, aproximadamente, omnidireccional.

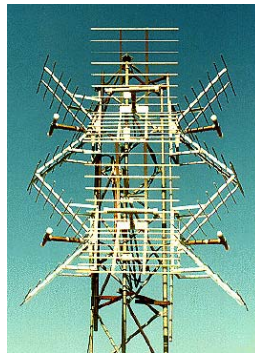


Fig. 10.49. Alineamiento de antenas diédricas.

### 10.19.6 Antenas Yagi

La antena Yagi, o más propiamente Yagi-Uda se utiliza extensamente en los sistemas de comunicaciones en las bandas de HF, VHF y UHF y fue inventada en 1926 por los profesores Hidetsugu Yagi y Shintaro Uda de la Universidad Tohoku en Japón. Uda desarrolló gran parte del trabajo de desarrollo mientras que Yagi la dio a conocer internacionalmente gracias a sus artículos publicados en inglés<sup>31</sup>. La antena Yagi consiste de un elemento excitado, que suele ser un dipolo o un dipolo doblado, un reflector, similar al de la figura 10.46 y varios elementos *parásitos* o *directores*, situados frente al elemento excitado, como se ilustra en la figura 10.50.

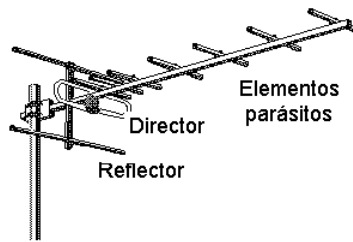


Fig. 10.50. Antena Yagi

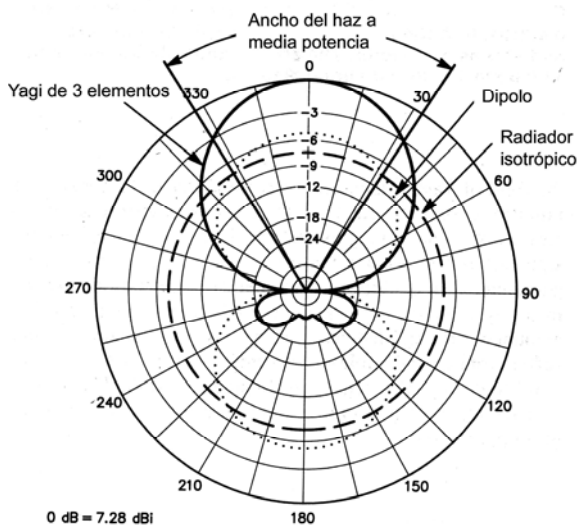


Fig. 10.51. Patrón de radiación de una antena Yagi de 3 elementos.

La antena Yagi radia de forma semejante al dipolo con reflector, pero su ganancia es mayor, dependiendo del número de elementos. En la figura 10.51 se ilustra el patrón de radiación para una antena de 3 elementos (elemento excitado, reflector y un director), sintonizada a 14 MHz. La ganancia de esta antena en la dirección de máxima radiación es de 7.28 dBi, con lóbulos secundarios traseros a 120° y 240°. La relación frente atrás a 180° es de alrededor de 35 dB y de 24

<sup>31</sup> Se publicaron 11 artículos con el título "On the Wireless Beam of Short Electric Waves" en el *Journal of the Institute of Electrical Engineers of Japan*, de marzo de 1926 a julio de 1929.

dB en las direcciones de máxima radiación de los lóbulos secundarios. La abertura del haz en los puntos de media potencia es de  $66^\circ$  y en la figura se indican también, con líneas punteadas, los diagramas de radiación del dipolo de media longitud de onda y del radiador isotrópico.

La ganancia que se puede obtener con antenas Yagi varía desde alrededor de 5 dBi, para un simple dipolo con reflector, hasta alrededor de 30 dBi para antenas largas con unos 30 elementos utilizadas en la banda de UHF. La ganancia es función, principalmente, de la longitud de la antena, como se ilustra en la figura 10.52.

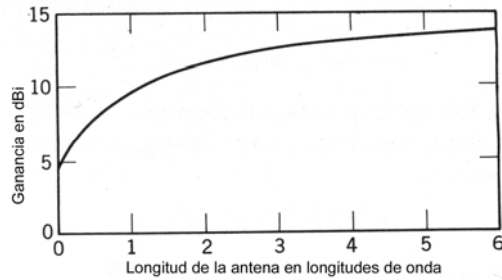


Fig. 10.52. Ganancia de una antena Yagi en función de su longitud.

Una consideración importante, sobre todo a frecuencias de HF (3-30 MHz), es el hecho de que en el patrón de radiación vertical, la dirección de máxima radiación no es paralela al eje de la antena, sino que se eleva sobre el plano de tierra, de igual manera que el patrón de un dipolo horizontal sobre plano de tierra.

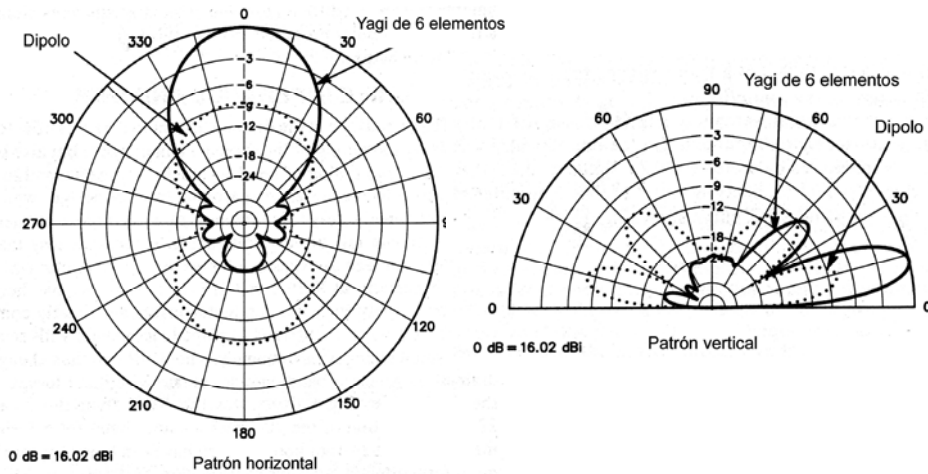


Fig. 10.53. Patrones de radiación horizontal y vertical para una antena Yagi de 6 elementos a 30 metros de altura sobre tierra.

En la figura 10.53 se muestran los diagramas de radiación en los planos horizontal y vertical para una antena Yagi de 6 elementos, a 30 m de altura y funcionando a 14 MHz, comparado con el patrón de radiación de un dipolo de media longitud de onda a la misma altura. El ángulo de elevación del patrón de la antena Yagi es, en este caso de  $12^\circ$  para el lóbulo principal y de  $40^\circ$  para el lóbulo secundario. La ganancia de esta antena en la dirección de máxima radiación es de 16 dBi.

Un aspecto importante en el diseño de las antenas Yagi es la separación entre elementos. El elemento excitado y el reflector están situados en la parte posterior del soporte y suelen estar separados de  $0.15$  a  $0.2\lambda$ , aunque en algunas antenas pueden estar separados a más de  $0.3\lambda$ <sup>32</sup>. La separación entre elementos suele ser del orden de  $0.15\lambda$ .

### 10.19.7 Antenas con reflector parabólico

Las antenas con reflector parabólico se emplean extensamente en sistemas de comunicaciones a frecuencias en la parte alta de la banda de UHF (a partir de unos 800 MHz) y en las bandas de SHF y EHF. El reflector parabólico es un paraboloide de revolución, generado girando una parábola alrededor de su eje. No entraremos aquí en los aspectos teóricos de esta antena y nos limitaremos, únicamente a aquellos más importantes desde el punto de vista práctico. En la figura 10.56 se ilustra el principio básico de una antena con reflector parabólico.

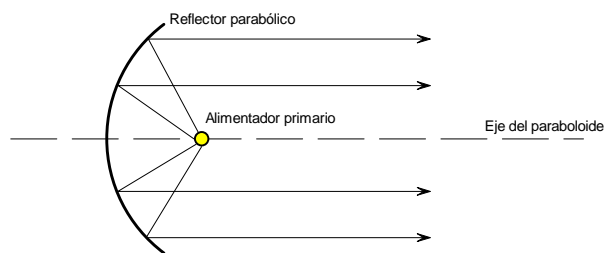


Fig. 10.56. Reflector parabólico.

Si se supone que toda la energía emitida por la antena o *alimentador primario* en el área reflectora del paraboloide y que dicho alimentador primario es puntiforme, toda la energía reflejada viajará en rayos paralelos al eje del paraboloide. El haz

<sup>32</sup> Para una descripción más detallada de los aspectos constructivos de las antenas Yagi, véase por ejemplo, *The ARRL Antenna Book*, editado por la ARRL (American Radio Relay League), en alguna de sus ediciones a partir de la 15ª.

radiado será, en estas condiciones cilíndrico con una sección transversal igual al diámetro de la parábola.

Evidentemente, esta situación es ideal. El alimentador primario no iluminará<sup>33</sup>, ni de forma única, ni de manera uniforme a la superficie reflectora. Parte de la energía emitida por este alimentador viajará “hacia adelante”, no sólo paralelamente al eje de la parábola, sino con diferentes ángulos. Por otra parte, la energía incidente sobre los bordes del paraboloides se difractará y se radiará en otras direcciones, incluso hacia atrás. Esto se puede imaginar fácilmente si imaginamos una linterna de mano que apunta hacia adelante y nos colocamos tras de ella. Alrededor de los bordes de la linterna se puede apreciar un resplandor, que no es otra cosa que la energía radiada hacia atrás a causa de la difracción o dispersión. Adicionalmente, el alimentador primario tiene que mantenerse en su posición mediante soportes adecuados que obstruyen la transmisión de energía hacia adelante. Esto se ilustra en la figura 10.57.

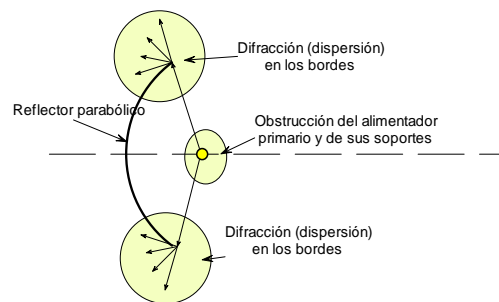


Fig. 10.57. Dispersión de energía en los bordes de un paraboloides.

Los efectos de dispersión en los bordes y de obstrucción por los soportes, así como las características no ideales del alimentador primario, hacen que no radie hacia adelante toda la energía que incide sobre el paraboloides, reduciendo por consecuencia, su eficiencia. En la práctica suele suponerse que la eficiencia de una antena parabólica es del 55% (0.55), si bien en algunos casos pueden conseguirse eficiencias mayores, hasta cerca de 70%.

La ganancia de una antena parabólica, sin entrar aquí en la demostración de la fórmula, está dada por:

$$G = \eta \left( \frac{\pi D}{\lambda} \right)^2 \quad (10.190)$$

<sup>33</sup> El término *iluminación* tiene aquí, el mismo sentido que en óptica.

Donde  $\eta$  es la eficiencia,  $D$  el diámetro del reflector parabólico y  $\lambda$  la longitud de onda. La expresión anterior da la magnitud de la ganancia, que en dB será  $10\log(G)$ .

### Problemas

- 10.1. Explique lo que se entiende por área o abertura efectiva de una antena.
- 10.2. Explique la diferencia entre directividad y ganancia directiva.
- 10.3. Explique cómo se puede estimar la ganancia de una antena si se conoce su patrón de radiación.
- 10.4. El patrón de radiación de una antena en el campo lejano, tiene un ancho de haz a media potencia de  $60^\circ$  en el plano horizontal y de  $30^\circ$  en el plano vertical. Calcular el valor aproximado de su ganancia directiva.
- 10.5. La corriente de entrada a una antena es de  $2\text{cis}(11^\circ)$  A, cuando el voltaje de entrada en sus terminales es  $100\text{cis}(0^\circ)$ . Calcular la impedancia de la antena. Nota:  $\text{cis}(x) = \cos(x) + j\text{sen}(x)$ .
- 10.6. Si la antena del problema anterior se alimenta con una línea de  $50\Omega$ , calcular la potencia reflejada hacia el transmisor y la eficiencia del acoplamiento.
- 10.7. Una antena parabólica tiene un diámetro de  $100\lambda$  a 10 GHz. Calcular la distancia a la que se puede asumir que la onda transmitida es plana y uniforme.
- 10.8. El transmisor de un radioenlace de microondas tiene una potencia de salida  $P_T$  y usa una antena de ganancia  $G_T$ . Si la ganancia de la antena es  $\lambda^2/4\pi$  veces su abertura efectiva y la antena tiene una ganancia  $G_R$ , obtenga una expresión para la potencia recibida en términos de la abertura efectiva.
- 10.9. La potencia de salida de un transmisor es de 8 w y las antenas transmisora y receptora tienen, cada una, una ganancia de 30 dB. Calcule la potencia recibida a 40 Km si la longitud de onda es de 3 cm y se asumen condiciones de espacio libre.
- 10.10. Defina el término *resistencia de radiación* de una antena y explique su significado práctico como una propiedad de las antenas transmisora y receptora. Explique cómo se puede medir la resistencia de radiación.

10.11 Una antena tiene una resistencia de radiación de  $70 \Omega$  y está alimentada por una corriente de 4 A. La potencia transmitida en la dirección de máxima radiación es el doble de la de una antena omnidireccional alimentada con la misma potencia. Determine la densidad de flujo de potencia y la intensidad de campo eléctrico en un punto a 50 Km de la antena en esa dirección.

10.12. El voltaje inducido en un dipolo de  $\lambda/2$  es de  $10\mu\text{V}$  en la dirección de máxima ganancia. ¿Cuál será el voltaje inducido en el dipolo si la antena se gira (a)  $30^\circ$ , (b)  $60^\circ$  y (c)  $90^\circ$  del frente de onda?

10.13. A 20 km de un antena, se mide una intensidad de campo eléctrico de 1.5 mV/m. Calcular la potencia radiada por la antena si se cumplen las condiciones de propagación en el espacio libre.

10.14. Un dipolo de media longitud de onda, cuya eficiencia es de 0.95, radia una potencia isotrópica equivalente de 500 w en la dirección de máxima radiación. ¿Cuál es la potencia suministrada a la antena si la ROE en el punto de alimentación tiene un valor de 1.3.

10.15. Para el dipolo del problema anterior, ¿cuál es la potencia isotrópica equivalente radiada a  $30^\circ$  de la dirección de máxima radiación?

10.16. Las normas actuales sobre protección radiológica de RF establecen como “nivel seguro” para el ser humano, el equivalente a una densidad máxima de flujo de potencia de  $10 \mu\text{w}/\text{cm}^2$ . Haga una gráfica de distancia a la que se alcanza ese valor, en función de la potencia radiada, para potencias desde 10 w a 1 Mw ( $10^6$  w).

10.17. Calcular la longitud efectiva de una antena cuya ganancia directiva en la dirección de máxima radiación es de 17 dBi, si su resistencia de radiación es de  $100\Omega$  y funciona a 150 MHz.

10.18. Un dipolo corto de  $0.0625\lambda$  está alimentado por una corriente efectiva (rcm) de  $2.5^a$ . Calcular la intensidad de campo en el espacio libre a una distancia de 40 km y a un ángulo de  $25^\circ$  del lóbulo principal.

10.19. Una antena direccional radia una potencia isotrópica equivalente de 1.2 kw en la dirección de máxima radiación cuando se alimenta con 100w. La resistencia de radiación a resonancia es de  $73\Omega$  y la corriente medida en las terminales de la antena es de 1.1A. Calcular (a) Eficiencia de la antena. (b) Resistencia en el punto

de alimentación. (c) Potencia perdida en la antena y (d) Ganancia directiva de la antena en dBi.

10.20. Calcular el voltaje inducido en las terminales de una antena vertical cuya ganancia es de 8 dBi, su impedancia es de  $50\Omega$  y está conectada a una carga de  $50\Omega$ , si la intensidad de campo eléctrico es de  $47 \text{ dB}\mu\text{V/m}$  a una frecuencia de 60 MHz. ¿Cuál es el área efectiva de esta antena?

10.21. Una antena de lazo circular está formada por 10 espiras con un área de  $1 \text{ m}^2$  y está inmersa en un campo magnético de 0.01T a 10 MHz. Calcular (a) La fuerza electromotriz inducida en la antena. (b) El voltaje en las terminales de la antena cuando está sintonizada a resonancia y conectada a una carga formada por una resistencia de  $65\Omega$  en serie con un condensador de 25 pf.

10.22. Un dipolo horizontal de media longitud de onda está situado a una distancia de  $\lambda/4$  de la superficie de la tierra. Calcular las direcciones, en el plano vertical, para ángulos de elevación entre 0 y  $90^\circ$  a los que la radiación es (a) máxima y (b) mínima.

10.23. Un alineamiento lineal de cinco radiadores isotrópicos se alimenta con corrientes de la misma amplitud, con una diferencia progresiva de fase de  $\delta$  radianes. Calcular el valor de  $\delta$  necesario para conseguir un modo de radiación axial (*end-fire*).

10.24. Una estación transmisora de radiodifusión sonora en ondas medias (AM) utiliza dos monopolos verticales de altura  $0.4\lambda$ , separados  $\lambda/4$  y alimentados por corrientes de la misma amplitud, defasadas entre sí  $90^\circ$ . Los patrones de radiación de cada antena separada son omnidireccionales en el plano horizontal. Trazar el patrón de radiación del sistema.

10.25. Una antena, formada por un dipolo con reflector plano, separado de aquél un cuarto de longitud de onda, que funciona a 150 MHz está alimentado por una potencia de 1000 w y tiene una relación frente-atrás de 17 dB. La ROE en el punto de alimentación es de 1.5 y la eficiencia de la antena de 93%. ¿A qué distancias hacia adelante y hacia atrás se tiene una intensidad de campo de  $200 \mu\text{V/m}$ ?

10.26. Un radar pulsante emite una potencia pico de 200 Kw a  $\lambda = 10 \text{ cm}$ , con una duración de pulso de  $1 \mu\text{s}$ . Calcule la figura de ruido necesaria del receptor si un avión cuya sección transversal de radar es de  $80 \text{ m}^2$  y debe detectarse a una distancia de 200 Km. La ganancia G de la antena, usada tanto para transmitir como para

recibir puede suponerse de 30 dB. Se supone que la detección es satisfactoria si la relación señal a ruido es, como mínimo, de 6 dB.

10.27. Un receptor analógico de televisión que funciona en la banda de UHF tiene una figura de ruido de 8 dB y requiere a su entrada una relación señal a ruido de 43 dB para recepción satisfactoria. La atenuación de la línea de transmisión es de 3 dB y se asume que el receptor, la línea y la antena están acoplados a  $75 \Omega$ . Calcular la ganancia necesaria de la antena receptora si la intensidad de campo medida en el punto de instalación de la antena es de  $50 \text{ dB}\mu\text{V/m}$ . Discutir el tipo de antena receptora a utilizar. Efectuar los cálculos a la frecuencia central de la banda, aproximadamente 600 MHz).

10.28. Con los mismos datos del problema anterior, pero para el caso de transmisión digital de TV, calcular la ganancia de la antena receptora si ahora la relación señal a ruido mínima necesaria es de 19 dB.

10.29. Un radioenlace entre dos puntos separados 50 km funciona a 12 GHz y utiliza, en ambos extremos, antenas parabólicas iguales y de 45 dBi de ganancia. (a) Calcular el orden de magnitud del área de las antenas. Calcular la relación entre las potencias transmitida y recibida.

10.30. Un satélite de radiodifusión directa de televisión funciona a 12 GHz en órbita geoestacionaria a 36000 km de distancia de la superficie terrestre. La potencia de salida del transmisor a bordo del satélite es de 10w y la ganancia de la antena transmisora es de 42 dBi. (a) Calcular la densidad de flujo de potencia en tierra. (b) La calidad de la señal en tierra es aceptable si su potencia es mayor de  $2 \times 10^{-11} \text{w}$ . Suponiendo que la antena receptora es parabólica y su eficiencia de 60%, calcular su ganancia y su diámetro mínimos.



# Capítulo 11

## Propagación

### Introducción a la Propagación Electromagnética

En este capítulo se tratará la propagación *no guiada* de las ondas electromagnéticas sobre la superficie terrestre, en la atmósfera y en el espacio extraterrestre, a diferencia de la propagación *guiada* como la que ocurre en líneas de transmisión y guías de onda. La propagación no guiada interviene en la transmisión de inteligencia en amplios rangos de distancia, en que se incluyen los sistemas de radiotelefonía y radiotelegrafía, datos, radiodifusión sonora, televisión, etc. Incluye también los sistemas de detección como el radar, de radionavegación y radiolocalización, los de ayuda a la navegación aérea y marítima, de control de máquinas a distancia (telecontrol) y de medición a distancia (telemetría o telemedición). Encuentra también aplicaciones en geofísica, en el estudio de la atmósfera, en el estudio del sol, planetas, estrellas y nebulosas (radioastronomía).

Independientemente de las diferencias, todas las aplicaciones anteriores tienen en común el hecho de que utilizan un *circuito radioeléctrico*, consistente de un transmisor, un receptor y un medio de propagación. En la transmisión por radio el medio natural de propagación es la atmósfera terrestre o el espacio extraterrestre y, eventualmente otros medios materiales, como el subsuelo o el agua.

En términos generales puede hablarse de varios tipos de circuitos radioeléctricos. El más simple es que se designa como *punto a punto*, con un transmisor y un receptor en cada extremo. Una variante es el caso de transmisión *punto a multipunto*, con un transmisor y múltiples receptores situados en una *zona de cobertura* como en los sistemas de radiodifusión sonora y de televisión. Dependiendo de la frecuencia y de la distancia, los circuitos radioeléctricos pueden establecerse en la porción inferior de la atmósfera, en que las ondas electromagnéticas llegan al receptor de forma directa (*línea de vista*), por reflexiones múltiples, por difracción en la superficie terrestre, por dispersión en la troposfera<sup>1</sup>, por reflexión en la ionosfera<sup>2</sup> o por una combinación de varios de los procesos anteriores. En estos dos últimos casos se suelen designar como *circuitos troposféricos* o *transhorizonte* y *circuitos ionosféricos*.

---

<sup>1</sup> La troposfera es la porción inferior de la atmósfera terrestre hasta una altura de unos 15 km.

<sup>2</sup> La ionosfera es la porción superior de la atmósfera entre unos 60 y 600 km aproximadamente.

### 11.1 Mecanismos de propagación

Por *mecanismos de propagación* se entienden los procesos físicos que intervienen en la propagación de las ondas electromagnéticas: principalmente atenuación, reflexión especular, reflexión difusa, difracción, refracción y dispersión<sup>3</sup>.

El caso más simple de propagación radioeléctrica se tiene cuando la onda viaja entre el transmisor y el receptor en el *espacio libre*, entendiéndose por tal a una región cuyas propiedades son isotrópicas, homogéneas y sin pérdidas. En estas condiciones, las ondas electromagnéticas no encuentran obstáculos con los que interactuar y, en una primera aproximación, esta definición se aplica al espacio extraterrestre. En el espacio libre es válido asumir que las ondas electromagnéticas se propagan en línea recta entre el transmisor y el receptor y se les designa como *ondas directas*<sup>4</sup>. Esta forma de propagación por onda directa se da en sistemas en que el transmisor y el receptor están suficientemente alejados de la superficie terrestre y las antenas son suficientemente direccionales como para que la energía radiada fuera de la trayectoria directa no sea significativa, como en el caso de los radioenlaces terrestre de microondas y particularmente en los sistemas de comunicaciones por satélite o con otro tipo de vehículos espaciales. En el caso de comunicaciones por onda directa a través de la atmósfera, incluyendo los radioenlaces de microondas y las comunicaciones espaciales, la onda directa puede sufrir refracciones, difracciones, dispersión y rotación del plano de polarización. A frecuencias superiores a unos 8 GHz, puede sufrir también atenuación por lluvia y absorción por vapor de agua (alrededor de los 23 GHz) y oxígeno molecular (alrededor de los 60 GHz)<sup>5</sup>.

En la mayoría de los casos, los puntos terminales de un circuito radioeléctrico se localizan cerca de la superficie terrestre y no pueden ignorarse los efectos de la tierra y su atmósfera en la propagación y por consecuencia no se dan las condiciones de espacio libre, aún cuando haya una onda directa entre el transmisor y el receptor. La propagación en la porción inferior de la atmósfera se ve afectada, por lo menos, por tres factores: la proximidad de la tierra y su forma esférica, las inhomogeneidades de la troposfera y los efectos de la ionosfera. Cuando una onda se propaga cerca de la superficie de la tierra y sigue parcialmente la curvatura terrestre, se la designa como *onda de tierra* u *onda de superficie*. La conductividad y constante dieléctrica del terreno influyen de manera muy importante en esta forma de propagación.

---

<sup>3</sup> El término en inglés es *scattering*.

<sup>4</sup> Dolukhanov, M. *Propagation of Radio Waves*. YPCC, Moscú, 1995.

<sup>5</sup> Freeman, R.L. *Radio System Design for Telecommunications (1-100 GHz)*. John Wiley & Sons, Inc. 1987.

En la porción superior de la atmósfera, desde alrededor de unos 60 km de altura hasta alrededor de 1000 km, la densidad de los gases atmosféricos es baja y la separación entre las moléculas es grande de modo que la radiación solar interacciona produciendo gran cantidad de electrones libres que, debido a la baja densidad del gas, no se recombinan fácilmente por lo que esa región de la atmósfera superior se mantiene ionizada y se ahí su designación de *ionosfera*. Aunque el mecanismo principal que afecta a la propagación en la ionosfera es la refracción, el efecto global es de reflexión y las ondas electromagnéticas de frecuencias inferiores a unos 30 MHz que inciden sobre la ionosfera desde la tierra son reflejadas hacia ella, permitiendo la comunicación radioeléctrica a grandes distancias.

Las ondas incidentes sobre la ionosfera y reflejadas por ella pueden alcanzar distancias hasta de 4000 km con una sola reflexión o salto. Sin embargo las ondas reflejadas por la ionosfera inciden sobre la tierra y son de nuevo parcialmente reflejadas por ésta, volviendo a incidir de nuevo sobre la ionosfera y reflejándose de nuevo por esta. Como consecuencia de estas reflexiones múltiples, las *ondas ionosféricas* u *ondas de cielo* pueden propagarse a lo largo de toda la circunferencia terrestre. Por ejemplo la comunicación entre el continente americano y Europa puede conseguirse con dos saltos ionosféricos.

Tanto la troposfera como la ionosfera son medios altamente variables, en que se tienen tanto variaciones lentas como rápidas, que dan lugar a desvanecimientos más o menos severos de las señales transmitidas.

## 11.2 Propagación en el espacio libre

En esta sección trataremos el caso más simple, el de propagación en el espacio libre. Para ello conviene hacer referencia a la sección 10.13 del Capítulo 10, en que se trató el campo radiado por un elemento de corriente y se discutieron las características de dicho campo. Las ecuaciones (10.61), (10.62) y (10.66) describen el comportamiento de los campos eléctrico y magnético en el espacio para variaciones senoidales de los mismos. Asimismo en la sección 10.13.1 se trataron las regiones de radiación: campo cercano reactivo o de inducción, campo cercano de radiación o de Fresnel y campo lejano de radiación o de Fraunhofer. En la práctica de los sistemas radioeléctricos de comunicaciones, el principal interés se limita al campo lejano, que para fines prácticos puede considerarse como aquél a distancias superiores a unas  $10\lambda$  en que los efectos de los campos cercanos de inducción y de radiación no son significativos y la onda puede considerarse plana.

En una onda plana, las componentes  $E_\theta$  y  $H_\phi$  son perpendiculares entre sí y se encuentran en un plano normal a la dirección de propagación y, además están relacionados a través de la impedancia característica del medio:

$$Z_0 = \frac{E_\theta}{H_\phi} \quad (11.1)$$

En el espacio libre,  $Z_0 = 120\pi$  ohms.

La dependencia del campo respecto a la distancia tiene, en el campo lejano, características de onda esférica elemental,  $e^{-j\beta r}/r$ , aún cuando las superficies de fase constante para cada una de las componentes del campo no son esferas con centro en el origen de coordenadas. Esto es debido a que, en general,  $E_\theta$  y  $H_\phi$  son, en general, complejos y dependen de los ángulos  $\theta$  y  $\phi$ , en tanto que el origen del sistema de coordenadas puede ser arbitrario y no coincidir con el centro físico de la antena. Si en lugar de tratarse de un elemento infinitesimal de corriente como el descrito en la sección 10.13 se tiene un sistema radiador complejo, formado por varias antenas individuales en el que sea posible localizar un punto tal, que respecto a él las superficies de fase constante del campo lejano sean esferas, tal punto constituye el *centro de fase* del sistema radiador que, en general, no coincide con su centro geométrico.

En las ecuaciones (10.61), (10.62) y (10.66), la dependencia respecto a  $\theta$  obedece al tipo de radiador, es este caso un elemento de corriente que no es realizable en la práctica, pero cuyo estudio permite analizar el comportamiento del campo electromagnético.

### 11.3 Densidad de flujo de potencia e intensidad de campo<sup>6</sup>

La magnitud del vector de Poynting es la densidad de flujo de potencia:

$$|S| = |E||H| \quad \text{watt/m}^2 \quad (11.2)$$

y de (11.3) se tiene que:

$$|S| = \frac{|E|^2}{Z_0} \quad (11.3)$$

Con lo que la magnitud del campo eléctrico puede expresarse como:

---

<sup>6</sup> Por *intensidad de campo*, a secas, se entiende aquí invariablemente que se trata de la *intensidad de campo eléctrico*.

$$E = \sqrt{SZ_0} \quad \text{V/m} \quad (11.4)$$

En que se ha omitido el símbolo de magnitud o valor absoluto.

Conviene notar que (11.6) proporciona el valor del módulo de la intensidad del campo eléctrico, suficiente en muchas aplicaciones, pero no da información sobre su fase ni de la polarización de la onda. Tampoco da información alguna sobre los posibles componentes del campo que contribuyen a su valor total y que, en el caso de propagación multicamino reviste cierta importancia, en particular si se trata de comunicaciones digitales.

Es frecuente expresar (11.6) en términos de la potencia radiada<sup>7</sup>. Para ello, substituyendo (10.2) en (11.4) y teniendo en cuenta que  $Z_0 = 120\pi$  se tiene que:

$$E = \frac{\sqrt{30P_{RAD}}}{r} \quad (11.5)$$

En que  $P_{RAD}$  es la potencia radiada *promedio* en dirección al receptor y  $r$  la distancia de la antena transmisora al punto de medición. La potencia radiada está dada por el producto de la potencia suministrada a las terminales de la antena transmisora,  $P_{AT}$ , y de la ganancia directiva,  $G(\theta, \phi)$ , en la dirección  $(\theta, \phi)$  del receptor:

$$P_{RAD} = P_{AT} G(\theta, \phi) \quad (11.6)$$

El valor pico de la intensidad de campo es, por tanto:

$$E_{PK} = \sqrt{2}E = \frac{\sqrt{60P_{RAD}}}{r} \quad (11.7)$$

Si se asume que las variaciones temporales son de forma senoidal, la expresión completa para la intensidad de campo, en función del espacio,  $r$ , y del tiempo, puede expresarse como:

$$E_{PK}(r, t) = \frac{\sqrt{60P_{RAD}}}{r} e^{j(\omega t - \beta r)} \quad (11.8)$$

En que  $\omega = 2\pi f$ ,  $f$  es la frecuencia en Hz y  $\beta = 2\pi/\lambda$ .

En el tratamiento que se sigue aquí, como es habitual, se omiten las variaciones en el tiempo, únicamente por simplicidad en la notación, pero no debe olvidarse que tales variaciones están implícitas en todas las expresiones.

---

<sup>7</sup> A menos que se especifique otra cosa, por *potencia radiada* se entiende aquí a la *potencia isotrópica equivalente radiada (PIRE)*.

### 11.4 Area efectiva y potencia isotrópica recibida

Por *potencia isotrópica recibida*,  $P_{iso}$ , se entiende aquí la potencia que estaría disponible en las terminales hipotéticas de una antena isotrópica, dada por el producto de la densidad de flujo de potencia y el área efectiva de una antena isotrópica ( $\lambda^2/4\pi$ ), definida por (10.42):

$$P_{iso} = S A_{iso} = P_{RAD} \left( \frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2 \quad \text{watts} \quad (11.9)$$

### 11.5 Atenuación en el espacio libre

La atenuación que sufre la energía electromagnética al propagarse en el espacio libre se define como la relación entre la potencia isotrópica recibida y la potencia isotrópica equivalente radiada:

$$\alpha_{EL} = \frac{P_{iso}}{P_{RAD}} = \frac{1}{r^2} \left( \frac{\lambda}{4\pi} \right)^2 \quad (11.10)$$

Y, en unidades logarítmicas se expresa como un número positivo definido por:

$$L_{EL} = -10 \log \alpha = 20 \log(r) + 20 \log \left( \frac{4\pi}{\lambda} \right) \quad \text{dB} \quad (11.11)$$

En la expresión anterior,  $r$  y  $\lambda$  están en metros.

Teniendo en cuenta que  $\lambda = c/f$  en que  $c$  es la velocidad de la luz en el espacio libre ( $3 \times 10^8$  m/s) y  $f$  es la frecuencia en Hz, De la expresión (11.8) se deducen fácilmente las siguientes expresiones frecuentemente empleadas en la práctica:

$$\begin{aligned} L_{EL} &= 32.45 + 20 \log(r_{km}) + 20 \log(f_{MHz}) \\ &= 92.45 + 20 \log(r_{km}) + 20 \log(f_{GHz}) \end{aligned} \quad (11.12)$$

De (11.11) se ve fácilmente que el término  $20 \log(4\pi/\lambda)$  da la atenuación entre antenas isotrópicas separadas un metro.

Es importante notar que las expresiones anteriores dan la atenuación en el espacio libre *entre antenas isotrópicas*. En la literatura, a veces se da la atenuación *entre dipolos de  $\lambda/2$* . Como la ganancia de un dipolo de  $\lambda/2$  es 2.15 dBi y se asume que las antenas transmisora y receptora son dipolos, la atenuación dada por las fórmu-

las anteriores es 4.3 dB menor. Aquí, al hablar de ganancia de una antena lo hacemos siempre con referencia a la antena isotrópica.

### 11.6 Intensidad de Campo y Potencia con Antenas no Isotrópicas en el Espacio Libre

La intensidad de campo tiene sentido *antes* de la antena receptora, ya que su ganancia no influye en el valor de  $E$ . Por otra parte, al hablar de potencia recibida o voltaje inducido en las terminales, estos tienen sentido *después* de la antena receptora, ya que la potencia es el producto de la densidad de flujo de potencia por el área efectiva de la antena y el voltaje inducido es el producto de la intensidad de campo por la longitud efectiva de la antena, aún cuando se trate de una antena isotrópica.

En el caso más general de una antena transmisora con ganancia directiva  $G_T(\theta, \phi)$  el valor efectivo o rcm de la intensidad de campo a una distancia  $r$  está dado por:

$$E = \frac{\sqrt{30P_{AT}G_T(\theta_R, \phi_R)}}{r} \quad \text{V/m} \quad (11.13)$$

Donde  $P_{AT}$  es la potencia suministrada a la antena transmisora y  $G_T(\theta_R, \phi_R)$ , su ganancia directiva en dirección del punto de observación o recepción. El valor pico de la intensidad de campo es:

$$E_{PK} = \frac{\sqrt{60P_{AT}G_T(\theta_R, \phi_R)}}{r} \quad \text{V/m} \quad (11.14)$$

En la práctica suele emplearse la siguiente fórmula para el valor efectivo del campo:

$$E = \frac{173\sqrt{P_{AT-KW}G_T(\theta_R, \phi_R)}}{r_{Km}} \quad \text{V/m} \quad (11.15)$$

En que la potencia se expresa en kilowatts y la distancia en kilómetros.

También es frecuente medir la intensidad total del campo eléctrico y, conocido éste, es posible determinar fácilmente la potencia en las terminales de la antena receptora. El procedimiento a seguir es calcular primero la densidad de flujo de potencia mediante (11.3), y luego la potencia en las terminales de la antena real como:

$$P_r = P_{iso}A_e \quad (11.16)$$

En que  $P_{iso}$  es la potencia isotrópica recibida dada por (11.6),  $A_e = G_R A_{iso}$  el área efectiva de la antena receptora y  $G_R$  su ganancia. De acuerdo a esto, la potencia recibida puede expresarse como:

$$P_r = P_{iso} G_R(\theta_T, \phi_T) \frac{\lambda^2}{4\pi} \quad (11.17)$$

En que  $G_R(\theta_T, \phi_T)$  es la ganancia directiva de la antena receptora en la dirección  $(\theta_T, \phi_T)$  del transmisor. Substituyendo  $P_{iso}$  en la ecuación anterior, se tiene la siguiente expresión general para la potencia recibida:

$$P_{iso} = \frac{P_{RAD} G_T(\theta_R, \phi_R) G_R(\theta_T, \phi_T)}{r^2} \left( \frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2 \text{ watts} \quad (11.18)$$

### 11.7 Formas de propagación

Tradicionalmente y con base en los mecanismos<sup>8</sup> dominantes, el estudio de la propagación electromagnética se suele dividir en tres áreas, designadas como *onda de tierra o de superficie*, *onda de cielo o ionosférica* y *onda de espacio o directa*.

**Onda de tierra.** Es la forma predominante de propagación a frecuencias inferiores a unos 3 MHz durante el día y se combina con la propagación ionosférica en la noche. En la propagación por onda de superficie juega un papel importante la polarización de la onda y las características eléctricas del terreno, en particular su conductividad.

**Onda de cielo o ionosférica.** Es la forma predominante de propagación a frecuencias entre unos 3 y 30 MHz aproximadamente. Durante la noche también es importante a frecuencias superiores a 300 KHz. En esta forma de propagación se aprovechan las características de la ionosfera que actúa como reflectora de la energía electromagnética a consecuencia del efecto ionizante de la radiación solar en la porción de la atmósfera de alrededor de 80 a 1000 km de altura. Los principales mecanismos dominantes en este caso son los debidos a la actividad del Sol y, también, al campo magnético terrestre. Las características de la ionosfera varían según la hora del día, las estaciones del año, la actividad solar manifestada en forma de manchas, playas y llamaradas entre otras. Esta forma de propagación permite la propagación a distancias hasta de decenas de miles de kilómetros.

---

<sup>8</sup> Por *mecanismos de propagación* se entienden aquí los diversos procesos físicos que afectan a la propagación de la energía electromagnética en un entorno determinado. Entre ellos los más importantes son atenuación, reflexión especular, reflexión difusa, difracción, refracción y, en general dispersión de la energía electromagnética.

**Onda de espacio.** También designada como onda directa, es predominante a frecuencias superiores a 30 MHz y tiene lugar en la porción de la atmósfera cercana a la superficie terrestre y en el caso de comunicaciones con vehículos espaciales. En este caso intervienen numerosos mecanismos, principalmente absorción, reflexión especular y difusa, difracción y refracción.

A las formas anteriores puede agregarse la *propagación troposférica*<sup>9</sup> en que el mecanismo predominante es la *dispersión "hacia adelante"*<sup>10</sup> de las ondas electromagnéticas. Las comunicaciones troposféricas se utilizaron extensamente, principalmente con fines militares, hasta que fueron desplazadas paulatinamente por los sistemas de comunicaciones por satélite.

Estrictamente no puede hablarse fronteras entre las diversas formas de propagación ya que, si bien alguna de las formas es predominante en una banda de frecuencias, también las otras intervienen de manera más o menos significativa. Tal es el caso en las bandas de MF (300 a 3000 KHz) y HF (3 a 30 MHz) en que los servicios de comunicaciones, por ejemplo los de radiodifusión de AM, de cobertura diurna limitada por la onda de tierra, pueden alcanzar grandes distancias de noche al propagarse también por ondas ionosféricas, constituyéndose en fuentes de interferencia. Estos aspectos tienen que ser contemplados en el diseño y planificación de los sistemas de comunicaciones.

### 11.8 Propagación en Condiciones no de Espacio Libre. Tratamiento desde el Punto de Vista de la Potencia.

En términos generales, el tratamiento del problema de propagación desde el punto de vista de ingeniería, puede seguir dos enfoques: desde el punto de vista de la intensidad de campo y desde el punto de vista de la potencia, lo que da lugar a dos tipos de modelos a utilizar, según estén basados en uno u otro parámetro. Los modelos basados en potencia suelen estar basados en mediciones y son *empíricos* o estadísticos. En muchos casos tales modelos utilizan gráficas o nomogramas. En el caso de la intensidad de campo, algunos modelos son también gráficos, aunque por lo general son analíticos y se les designa como modelos teóricos o *deterministas*.

Las condiciones de espacio libre suponen una situación casi ideal en que las antenas están aisladas en el espacio. Es decir, alejadas de cualquier objeto con el que puedan acoplarse y que puede alterar tanto su comportamiento eléctrico como su patrón de radiación. Esta situación se da con buena aproximación a frecuencias

<sup>9</sup> La troposfera es la porción de la atmósfera comprendida entre unos 5 y 16 Km de altura, aproximadamente.

<sup>10</sup> *Forward scattering.*

superiores a unos 30 MHz, en que las antenas son altamente directivas o bien cuando están a altura considerable sobre el nivel del suelo. Las comunicaciones con vehículos espaciales cumplen bien las condiciones de espacio libre cuando no se consideran los efectos de meteoros atmosféricos o de absorción por los gases atmosféricos o el vapor de agua. La propagación en condiciones de espacio libre es siempre por *onda directa*. En todos los demás casos, onda de tierra, troposférica y ionosférica no se cumplen las condiciones de espacio libre y la potencia isotrópica recibida puede expresarse como:

$$P_{iso} = P_{RAD} \left( \frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2 \alpha_p \quad (11.19)$$

En que  $P_{RAD}$  es la potencia isotrópica equivalente radiada en dirección al receptor:

$$P_{RAD} = P_{AT} G_T(\theta_R, \phi_R) \quad (11.20)$$

y  $\alpha_p$  es un factor de atenuación de potencia que depende, en forma complicada, de numerosos factores, entre ellos la orografía del entorno de propagación, las características eléctricas de los materiales en dicho entorno, el número de trayectorias y ángulos de llegada de las ondas electromagnéticas al receptor y su polarización, etc., todos ellos de difícil caracterización. En el espacio libre,  $\alpha_p$  vale 1, y por lo general su valor se sitúa entre cero, para el caso de atenuación total. Sin embargo, en algunos casos,  $\alpha_p$  puede tomar valores superiores a 1, es decir que la potencia recibida puede alcanzar valores superiores a la que se tendría en condiciones de espacio libre. Esta situación que puede darse principalmente en la propagación en túneles u otros espacios cerrados o semicerrados en que se tienen reflexiones múltiples, puede explicarse en términos de la intensidad de campo a causa de los efectos aditivos de las fases en las diversas trayectorias de llegada a la antena receptora, pero no puede explicarse en términos de la potencia, en que se pierde la información de fase. En cualquier caso, el tratamiento desde el punto de vista de la potencia es suficiente en la mayoría de las situaciones prácticas en que no es necesario el conocimiento detallado de la dinámica del canal de propagación, sino sus efectos globales sobre la atenuación.

### 11.9 Propagación por Onda de Tierra<sup>11,12</sup>

La *onda de tierra*, designada a veces como *onda de superficie*, puede existir cuando las antenas transmisora y receptora están cerca de la superficie de la tierra y tienen polarización vertical. Esta onda está soportada en su extremo inferior por la presencia de la tierra y es de importancia práctica para las comunicaciones en baja frecuencia, incluyendo la radiodifusión sonora a frecuencias medias (AM).

La onda de tierra viaja directamente sobre la superficie terrestre y como consecuencia de la condición de frontera que establece que la componente tangencial del campo eléctrico en la frontera entre dos medios es igual a cada lado de la superficie de frontera, no puede propagarse si su polarización es horizontal. En efecto, si se supone por el momento que la tierra es un conductor perfecto, no puede albergar un campo eléctrico en su interior ( $E = 0$ ), de modo que el campo eléctrico en la superficie terrestre es cero, lo que obliga a que la componente del campo eléctrico en el aire, paralela (tangencial) a la superficie terrestre sea también cero y, por consecuencia, si la onda emitida por la antena está polarizada horizontalmente, simplemente no podrá propagarse a lo largo de la superficie de la tierra. En otras palabras, cualquier componente horizontal del campo eléctrico en contacto con la tierra, es cortocircuitado por ésta. Por el contrario, si la onda está polarizada verticalmente no tendrá componente tangencial a la superficie terrestre y podrá propagarse. Ahora bien, la tierra no es un conductor perfecto y tiene una cierta conductividad finita, lo que da lugar a que una onda polarizada horizontalmente penetre una cierta distancia bajo la superficie terrestre a causa del efecto pelicular, pero se disipará rápidamente en forma de calor. En estas condiciones la onda se atenúa rápidamente y sólo alcanzará distancias muy cortas, inadecuadas para un sistema de comunicaciones, aunque esta propiedad puede emplearse en otras aplicaciones, pero no de comunicaciones.

En el caso de polarización vertical, la onda induce cargas en la tierra constituyendo una corriente eléctrica que viaja con la onda. Al transportar esta corriente inducida, la tierra se comporta de manera semejante a un condensador y por tanto, puede representarse por una conductancia en paralelo con una reactancia capacitiva. Las características conductivas de la tierra quedan descritas por su conductividad,  $\sigma$  y su constante dieléctrica  $\epsilon_r$ . Según la onda viaja por la superficie terrestre, le cede parte de su energía que es disipada en forma de calor por la tierra y por consecuencia, se atenúa. La energía perdida de esta forma es compensada, en cierta medida,

<sup>11</sup> Norton, K.A. "The propagation of Radio Waves Over the Surface of the Earth and in the Upper Atmosphere" Proc. I.R.E. Vol. 24, N° 10. pp. 1367-1387. Oct. 1936.

<sup>12</sup> Norton, K.A. "The Calculation of Ground-Wave Field Intensity Over a Finitely Conducting Spherical Herat". Proc. I.R.E. Vol. 29, N° 12. pp. 623-639. Dec. 1941.

por difracción de la energía de las porciones de la onda presentes en la parte del aire inmediata a la superficie de la tierra.

La solución del problema general del efecto de la conductividad finita en la radiación por onda de tierra fue obtenida por Sommerfeld<sup>13</sup> en 1909 y en años posteriores otros investigadores obtuvieron soluciones similares<sup>14</sup>, aunque muy pocas de estas soluciones están en forma conveniente para emplearse en ingeniería. En 1936 K. A. Norton<sup>15</sup> presentó una forma simplificada de las complejas ecuaciones de la teoría de Sommerfeld para su aplicación en la solución de problemas de ingeniería. La intensidad de campo  $E$ , en mV/m a una distancia  $d$ , en millas, de una antena de altura efectiva  $h_e$  alimentada por una corriente de  $I_0$  amperes puede expresarse como:

$$E = \frac{37.28\beta h_e I_0 \alpha}{d} \text{ mV/m} \quad (11.21)$$

Donde  $\beta = 2\pi/\lambda$  y  $\alpha$  es el factor de atenuación.  $h_e$  y  $\lambda$  están en las mismas unidades y  $h_e$  e  $I_0$  están referidas al mismo punto sobre la antena, que es el punto en que se mide la corriente. La altura efectiva de una antena está determinada por sus dimensiones físicas, la distribución de corriente, las constantes del terreno y la dirección, tanto en el plano horizontal como en el vertical, en que ocurre la transmisión (o recepción). En el caso de antenas cuya altura es mucho menor que la longitud de onda, como suele ser frecuente en aplicaciones de baja frecuencia, la altura efectiva es igual a la mitad de la longitud física si la antena no está cargada (*top loaded*) o igual a la altura física si la carga en el extremo superior es suficiente como para hacer que la distribución de la corriente en la antena sea uniforme a lo largo de la porción vertical de la misma.

Una forma más utilizada para la intensidad de campo en la propagación por onda de tierra es<sup>16</sup>:

$$E = \frac{\alpha E_0}{d} \quad (11.22)$$

En que  $E_0$  es la intensidad de campo de la onda en la superficie de la tierra a una distancia unitaria de la antena transmisora que, en la práctica, suele tomarse como 1 km, ignorando las pérdidas en la tierra,  $d$  es la distancia de la antena al punto de observación y  $\alpha$  un factor de atenuación que depende, de forma relativamente complicada de la conductividad y la constante dieléctrica del terreno, de la fre-

<sup>13</sup> *Ann. der. Phys.* vol. 28, p. 665, (1909)

<sup>14</sup> Maclean, T.S.M. and Wu, Z. *Radiowave Propagation Over Ground*. Chapman & Hall, London, 1993.

<sup>15</sup> Norton, K.A. "The propagation of Radio Waves Over the Surface of the Earth and in the Upper Atmosphere" *Proc. I.R.E.* Vol. 24, N° 10. pp. 1367-1387. Oct. 1936.

<sup>16</sup> F.E. Terman. *Electronic and Radio Engineering*. McGraw-Hill Book Company, Inc. 1955

cuencia y de la distancia al transmisor. La intensidad de campo a la distancia unitaria,  $E_0$  depende de la potencia radiada por la antena transmisora y de su directividad en los planos horizontal y vertical. Si el patrón de radiación es omnidireccional en el plano horizontal y el campo radiado es proporcional al coseno del ángulo de elevación, como es el caso de una antena vertical corta, la intensidad de campo es  $E_0 = 186 \text{ mV/m}$  a 1 milla o  $300 \text{ mV/m}$  a 1 km, para una potencia radiada de 1 Kw. Para otros valores de la potencia radiada,  $E_0$  es proporcional a la raíz cuadrada de la potencia.

Puesto que el factor de atenuación  $\alpha$  depende principalmente de la conductividad y permitividad del terreno y realmente no hay una expresión analítica que resulte adecuada en la práctica, se calcula gráficamente mediante el método desarrollado por Norton<sup>11,12</sup>, o bien se utilizan gráficas para distintos valores de conductividad y permitividad elaborados por el CCIR (UIT-R) y por la Comisión Federal de Comunicaciones<sup>17</sup> (FCC) de los Estados Unidos. En las figuras 11.1 y 11.2 se muestran las curvas de permitividad y conductividad en función de la frecuencia.

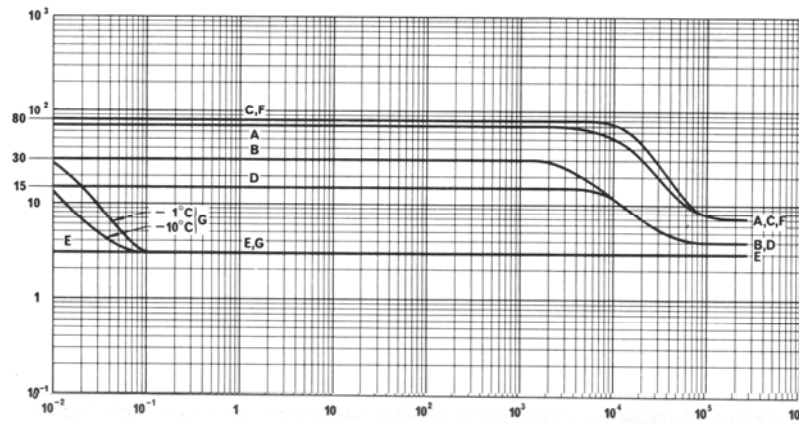


Fig. 11.1 Permitividad en función de la frecuencia en MHz. En el eje vertical se indica el valor de la permitividad relativa ( $\epsilon_r$ ) y en el horizontal, la frecuencia en MHz.

(Fuente: Recomendación 527 del CCIR. *Recommendations and Reports of the CCIR. XIV Plenary Assembly, Kyoto, 1978*).

En estas figuras cada una de las curvas corresponde a las siguientes condiciones:

A: Agua de mar con salinidad promedio a 20°C

<sup>17</sup> <http://www.fcc.gov>

- B: Suelo húmedo.  
 C: Agua dulce a 20°C.  
 D: Suelo medianamente seco.  
 E: Suelo muy seco.  
 F: Agua pura (destilada) a 20°C.  
 G: Hielo de agua dulce.

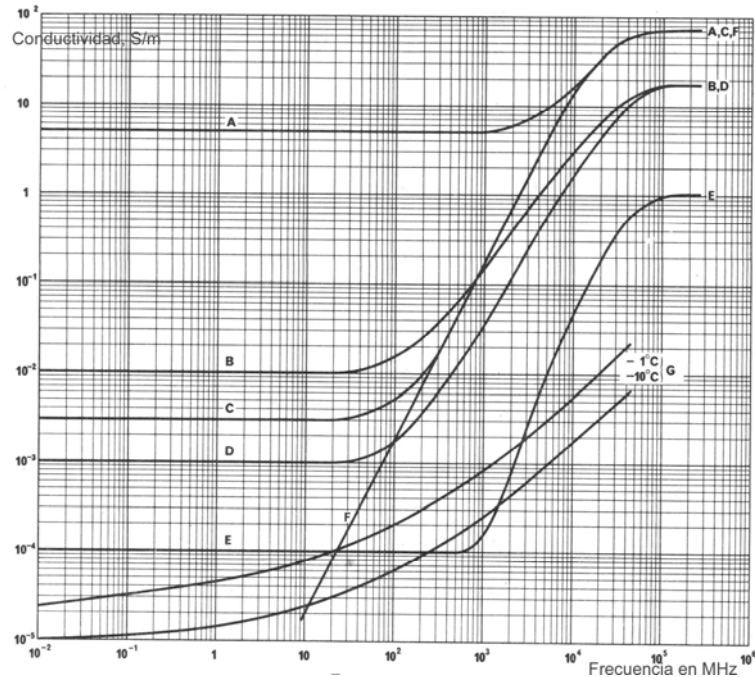


Fig. 11.2. Conductividad del terreno en función de la frecuencia. En el eje vertical se indica la conductividad  $\sigma$ , en S/m y en el horizontal, la frecuencia en MHz.

(Fuente: Recomendación 527 del CCIR. *Recommendations and Reports of the CCIR. XIV Plenary Assembly, Kyoto, 1978*).

### 11.10 Profundidad de penetración.

Cuando una onda electromagnética que se propaga en el aire incide sobre un medio como la superficie terrestre, de conductividad finita, una parte de ella se propaga en este medio y la energía transmitida en este segundo medio se atenúa a consecuencia de la conductividad. La intensidad de campo en el segundo medio se atenúa de acuerdo a una ley exponencial de forma:

$$E_t(x) = E_0 e^{-x/\delta} \quad (11.23)$$

En que  $E_1(x)$  es la intensidad de campo en el segundo medio, en función de la distancia  $x$  recorrida en éste.  $E_0$  es la intensidad de campo en la frontera entre los dos medios,  $x$  la distancia recorrida y  $\delta$  es una constante designada como *profundidad de penetración*, que depende del medio particular y depende de su conductividad y de la frecuencia.  $\delta$  está dada por:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} = \sqrt{\frac{1}{\pi f \mu\sigma}} \quad (11.24)$$

En que  $\delta$  está en metros,  $f$  es la frecuencia en Hz,  $\mu$  es la permeabilidad del medio y  $\sigma$  su conductividad. En medios no ferromagnéticos,  $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  hy/m. La profundidad de penetración,  $\delta$ , se define como la distancia a la que la intensidad de campo se atenúa a un valor de  $1/e$  (0.368) de su valor en la frontera. En la figura 11.3 se muestran gráficas de la profundidad de penetración en función de la frecuencia para diferentes tipos de medios. Las letras en la gráfica corresponde a los mismos medios indicados en las figuras 11.1 y 11.2.

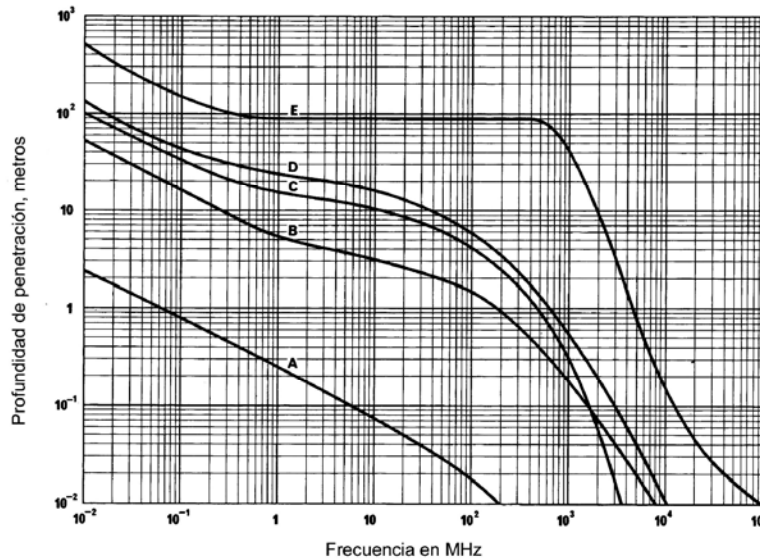


Fig. 11.3. Profundidad de penetración,  $\delta$ , en función de la frecuencia y del tipo de medio.

(Fuente: Recomendación 527 del CCIR. *Recommendations and Reports of the CCIR. XIV Plenary Assembly, Kyoto, 1978*).

En los cálculos de sistemas de comunicaciones por onda de tierra, como por ejemplo los sistemas de radiodifusión en ondas medias (540-1650 KHz), es indispensable contar con mapas de conductividad del terreno, generalmente disponibles en las administraciones de telecomunicaciones o en los servicios cartográficos de los diversos países.

La Unión Internacional de Telecomunicaciones (UIT), y la Comisión Federal de Comunicaciones de los Estados Unidos, han publicado curvas para efectuar cálculos de propagación por onda de tierra, para diferentes frecuencias y conductividades del terreno. Estas curvas tienen la forma mostrada en las figuras 11.4 y 11.5. En ambos casos, en el eje vertical se tiene la intensidad de campo en  $\text{dB}\mu\text{V}/\text{m}$  para una potencia radiada de 1 kw y, en el eje horizontal, la distancia al transmisor en km.

Las curvas de la figura 11.4 corresponden a la frecuencia de 700 kHz y están trazadas para diferentes conductividades del terreno, en tanto que las de la figura 11.5 corresponden a un rango de frecuencias entre 500 KHz y 10 MHz, pero para la misma conductividad del terreno, de 0.001 S/m. Al utilizarlas, si la potencia transmitida es mayor o menor de 1 kw, expresada en dBkw, la intensidad de campo leída sobre la escala vertical se verá aumentada o reducida por el mismo número de dB en que aumenta o disminuye la potencia radiada.

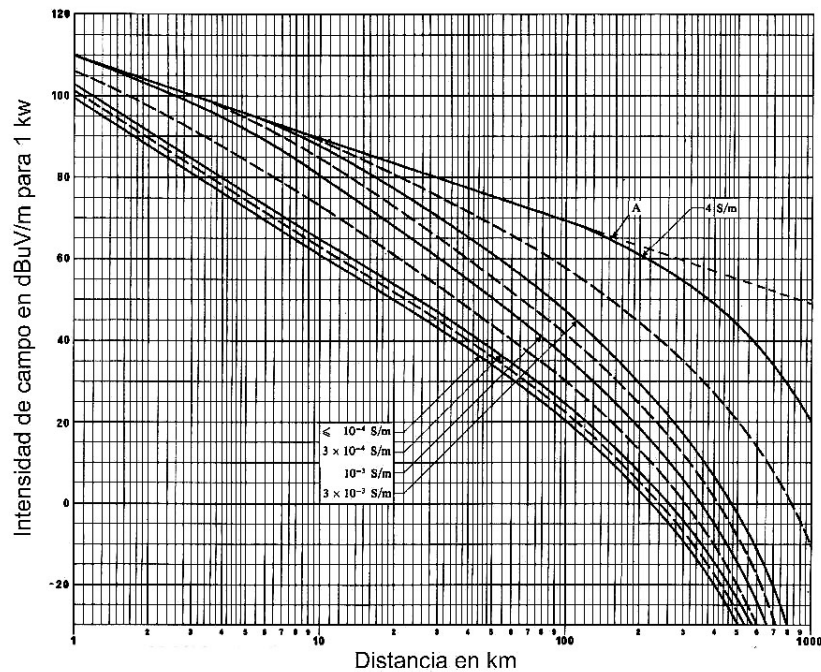


Fig. 11.4. Curvas de propagación sobre tierra a 700 khz para diferentes conductividades del terreno.

(Fuente: Recomendación 368-3 del CCIR. Recommendations and Reports of the CCIR. XIV Plenary Assembly, Kyoto, 1978).

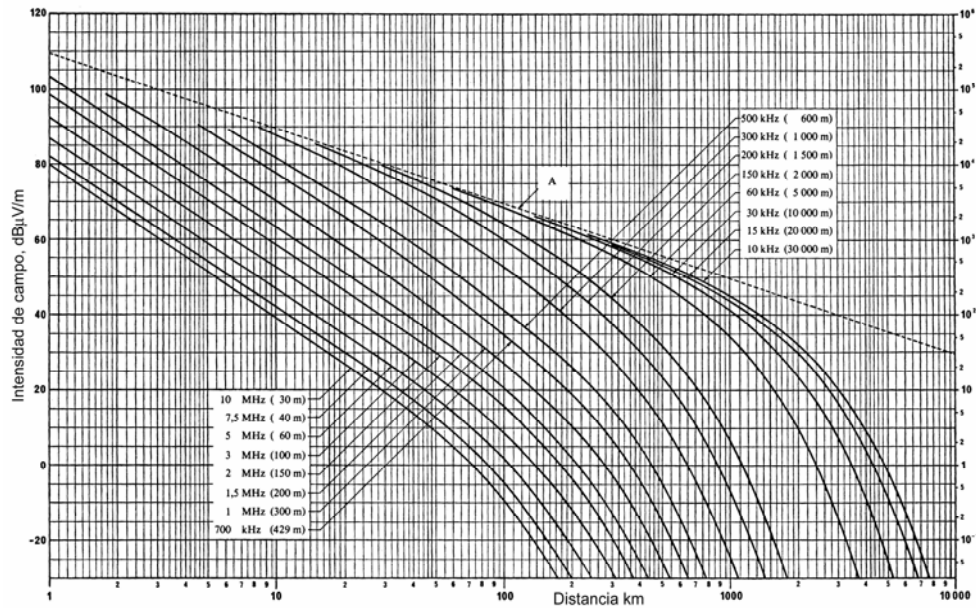


Fig. 11.5. Curvas de propagación sobre tierra en función de la distancia, para diferentes frecuencias y una conductividad del terreno de  $10^{-3}$  S/m.  
 (Fuente: Recomendación 368-3 del CCIR. Recommendations and Reports of the CCIR. XIV Plenary Assembly, Kyoto, 1978).

### 11.11 Reflexión y refracción de ondas electromagnéticas

La reflexión y la refracción de las ondas electromagnéticas siguen las leyes de la *óptica geométrica* en la que se supone que la energía es transportada a lo largo de rayos cuyo comportamiento sigue leyes geométricas simples. No haremos aquí un análisis detallado de los procesos de reflexión y refracción, que pueden consultarte en cualquiera de los textos habituales de Teoría Electromagnética, sino únicamente un repaso de los aspectos básicos necesarios para comprender el efecto de estos mecanismos en el proceso de propagación.

Cuando una onda se propaga en un medio de permitividad  $\epsilon_1$ , permeabilidad  $\mu_1$  y conductividad  $\sigma_1$ , incide sobre la frontera de otro medio de parámetros  $\epsilon_2$ ,  $\mu_2$ ,  $\sigma_2$ , en la forma en que se ilustra en la figura 11.6, una parte de la energía de la onda se refleja y otra se transmite al segundo medio. El ángulo de incidencia y el de reflexión,  $\phi$ , son iguales, en tanto que el ángulo de refracción es diferente y depende

la relación entre las permitividades relativas de los medios. Estos principios son los mismos que en óptica geométrica.

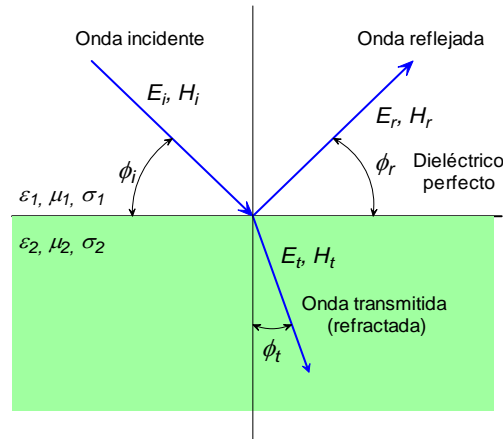


Fig. 11.6 Reflexión y refracción en la frontera entre dos medios distintos.

La velocidad de propagación es  $v = 1/\sqrt{\mu\epsilon}$ , donde  $\epsilon = \epsilon_0\epsilon_r$  y  $\mu = \mu_0\mu_r$ . En el espacio libre,  $v = c = 3 \times 10^8$  m/s.

Uno de los principios de la óptica geométrica establece que:

$$\frac{v_i}{\text{sen } \phi_i} = \frac{v_r}{\text{sen } \phi_r} = \frac{v_t}{\text{sen } \phi_t} \quad (11.25)$$

Como la velocidad de propagación en un medio de permitividad relativa  $\epsilon_r$  es  $v = c/\sqrt{\epsilon_r} = c/n$ , donde  $n$  es el índice de refracción del medio, igual a la raíz cuadrada de la permitividad relativa. De la relación (11.3) se ve fácilmente que:

$$\phi_i = \phi_r \quad (11.26)$$

$$n_1 \text{sen } \phi_i = n_2 \text{sen } \phi_t \quad (11.27)$$

Esta última relación se conoce como *ley de Snell*, en que  $n_1$  es el índice de refracción del primer medio y  $n_2$  el del segundo. El ángulo de refracción se calcula fácilmente de (11.5).

### 11.12 Coeficiente de reflexión.

El coeficiente de reflexión se define como la relación entre la intensidad de campo de la onda reflejada y la de la onda incidente:

$$\rho = \frac{E_r}{E_i} = \frac{H_r}{H_i} \tag{11.28}$$

Puesto que en general  $E_i$  y  $E_r$  son complejos, el coeficiente de reflexión,  $\rho$ , es también complejo, de modo que la fase de la onda reflejada será diferente de la de la onda incidente.

El coeficiente de reflexión es diferente según sea la polarización de la onda incidente, por lo que se definen dos coeficientes de reflexión, uno para el caso en que el vector del campo eléctrico es paralelo al plano de incidencia u *horizontal* y otro cuando  $H_i$  es paralelo al plano de incidencia, designado como polarización vertical como se ilustra en la figura 11.7.

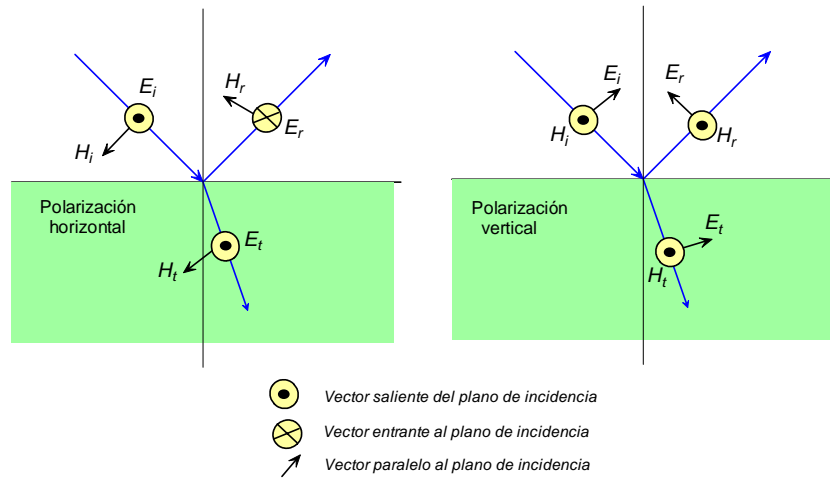


Fig. 11.7. Reflexión para distinta polarización.

Las condiciones de frontera para el caso de polarización horizontal son:

$$\begin{aligned} E_i + E_r &= E_t \\ (H_i - H_r) \cos \phi_i &= H_t \cos \phi_t \\ \mu_1(H_i + H_r) \sin \phi_i &= \mu_2 H_t \sin \phi_t \end{aligned} \tag{11.29}$$

Con lo que de estas relaciones y de (11.5), (11.6), teniendo en cuenta que la permitividad  $\mu$  es igual a la permitividad del espacio libre  $\mu_0$  y con algunas manipulaciones algebraicas se obtiene la siguiente expresión para el coeficiente de reflexión en el caso de polarización horizontal:

$$\rho_H = \frac{\operatorname{sen} \phi - \sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \cos^2 \phi}}{\operatorname{sen} \phi + \sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \cos^2 \phi}} \quad (11.30)$$

Las condiciones de frontera para el caso de polarización vertical son:

$$\begin{aligned} H_i + H_r &= H_t \\ (E_i - E_r) \cos \phi_i &= E_t \cos \phi_t \\ \varepsilon_1(E_i + E_r) \operatorname{sen} \phi_i &= \varepsilon_2 E_t \operatorname{sen} \phi_t \end{aligned} \quad (11.31)$$

Con lo que el coeficiente de reflexión para polarización vertical es:

$$\rho_H = \frac{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \operatorname{sen} \phi - \sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \cos^2 \phi}}{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \operatorname{sen} \phi + \sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \cos^2 \phi}} \quad (11.32)$$

En polarización vertical hay un ángulo de incidencia o ángulo de Brewster, para el cual no hay onda reflejada y toda la energía se transmite al segundo medio, cuando  $\phi_i + \phi_t = \pi/2$ , con lo que el ángulo de incidencia al que ocurre la transmisión total está dado por:

$$\phi = \tan^{-1} \left( \frac{n_2}{n_1} \right) \quad (11.33)$$

En el análisis anterior se ha trabajado sólo con la magnitud de la intensidad de campo y no con sus fases, por lo que parecería que  $\rho$ , el coeficiente de reflexión es real, lo que no es cierto en general. El valor del coeficiente de reflexión depende, en forma complicada, de la constante dieléctrica y de la conductividad de los medios, lo que dificulta considerablemente la caracterización precisa de los entornos reales de propagación, especialmente en el caso de comunicaciones móviles y de comunicaciones en el interior de construcciones.

### 11.13 Propagación en la cercanía de la superficie terrestre

La propagación en la cercanía de la superficie terrestre<sup>18</sup> está sujeta a los efectos de diversos mecanismos como reflexiones especulares y difusas, difracción, refracción y atenuación principalmente, que afectan a la señal recibida. Para ondas muy largas

<sup>18</sup> Preferimos aquí utilizar esta designación a la utilizada en algunos textos de *onda de tierra* u *onda de superficie*.

como las miriamétricas (VLF) y kilométricas (LF), los accidentes orográficos, excepto las cordilleras, constituyen obstáculos relativamente pequeños, en tanto que a frecuencias de VHF y superiores las colinas, construcciones y aún olas del mar y vegetación, son obstáculos que contribuyen de manera importante a la atenuación de la energía electromagnética.

En los análisis de la propagación en la cercanía de la superficie terrestre es literalmente imposible cuantificar los efectos de todos los mecanismos que afectan a la propagación y es necesario idealizar las condiciones reales mediante modelos relativamente simplificados. La superficie de la tierra, dependiendo de la frecuencia, puede considerarse prácticamente plana si las irregularidades en ella son relativamente pequeñas comparadas con la longitud de onda. A distancias relativamente cortas, la curvatura de la tierra puede ignorarse y considerársela como una superficie plana. En cualquier caso, ningún cálculo de propagación produce resultados exactos y, a lo más, lo único que arroja es una estimación “razonable”.

#### 11.14 Propagación sobre tierra plana

El caso más simple para iniciar el estudio de la propagación en la cercanía de la superficie terrestre es el de suponer a las antenas transmisora y receptora a una distancia tal, que puede ignorarse la curvatura de la tierra y suponerla como una superficie plana e imperfectamente conductora. Adicionalmente se supone que la superficie es lisa y uniforme a lo largo del trayecto de propagación. Estas suposiciones son válidas en numerosas situaciones prácticas. Los cálculos de propagación en la cercanía de la superficie terrestre requieren del conocimiento de las características eléctricas de dicha superficie y, aunque no es posible conocerlas con precisión detallada, en la tabla siguiente<sup>19</sup> se dan algunos valores típicos adecuados para dichos cálculos.

En la tabla,  $\epsilon_r$  es la permitividad relativa o constante dieléctrica y  $\sigma$  la conductividad en Siemens/m.

Tipo de superficie	Rango de valores		Valores típicos	
	$\epsilon_r$	$\sigma$ , S/m	$\epsilon_r$	$\sigma$ , S/m
Agua de mar	80	1 a 4.3	80	4
Agua dulce	80	$10^{-3}$ a $2.4 \times 10^{-2}$	80	$10^{-3}$

<sup>19</sup> Dolujanov, M. *Propagation of Radio Waves*. Moscú, YPCC, 1995.

Tipo de superficie	Rango de valores		Valores típicos	
	$\epsilon_r$	$\sigma$ , S/m	$\epsilon_r$	$\sigma$ , S/m
Suelo húmedo	10 a 30	$3 \times 10^{-3}$ a $3 \times 10^{-2}$	10	$10^{-2}$
Suelo seco	3 a 6	$1.1 \times 10^{-5}$ a $2 \times 10^{-3}$	4	$10^{-3}$
Bosque*	-	-	-	$10^{-3}$
Zonas urbanas*	-	-	-	$7.5 \times 10^{-4}$
Montañas	-	-	-	$7.5 \times 10^{-4}$

\*Valores para la banda de frecuencias medias (MF, 300 – 3000 KHz).

El caso más simple de propagación sobre tierra plana se ilustra en la figura 11.10

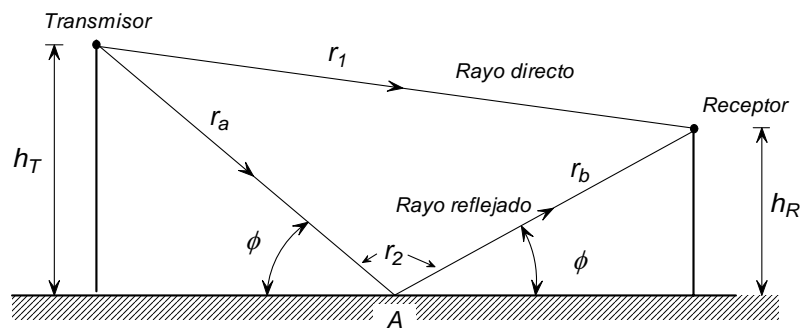


Fig. 11.10. Propagación con reflexión simple sobre tierra plana.

En este caso, la energía electromagnética llega al receptor por dos trayectorias diferentes, una directa,  $r_1$  y otra, resultado de la reflexión especular en la superficie terrestre,  $r_2$ . Como la trayectoria reflejada es más larga que la directa, habrá una diferencia de fase entre las dos componentes del campo eléctrico que llegan al receptor.

La intensidad de campo que llega al receptor por la trayectoria directa se puede obtener a partir de (11.18), en que la potencia isotrópica equivalente radiada se substituye por:

$$P_{RAD} = P_{AT} G \quad (11.34)$$

Donde  $P_{AT}$  es la potencia de entrada a la antena transmisora y  $G_1$  es su ganancia directiva en la dirección del rayo directo,  $r_1$ , con lo que:

$$E_1 = \frac{\sqrt{60 P_{AT} G_1}}{r_1} e^{-j\beta r_1} \quad (11.35)$$

En la expresión anterior se ha omitido el término que expresa la variación en el tiempo,  $e^{j\omega t}$ .

Análogamente, la intensidad de campo en el receptor, debida al rayo reflejado se puede obtener calculando primero la diferencia en longitud de las dos trayectorias: la directa y la reflejada:

$$\Delta r = r_2 - r_1 \approx \frac{2h_T h_R}{r} \quad (11.36)$$

Si  $G_2$  es la ganancia de la antena transmisora en la dirección de salida del rayo reflejado,  $r_2$  y  $\rho$  es el coeficiente de reflexión en el punto  $A$ , en general, complejo:

$$\rho = |\rho| e^{-j\theta} \quad (11.37)$$

En la mayoría de los casos prácticos, la altura de las antenas transmisora y receptora es mucho menor que la distancia entre ellas y es válido asumir que  $r_1 \approx r_2$  y, además, el ángulo de reflexión  $\phi$  es muy pequeño, con lo que también es válido suponer que la ganancia directiva de la antena transmisora es la misma en la dirección del rayo directo que en la dirección del rayo reflejado.

La intensidad total de campo eléctrico en el receptor es la suma de las dos componentes: la debida al rayo directo y la debida al rayo reflejado:

$$E = E_1 + E_2 = \frac{\sqrt{60P_{AT}G_1}}{r_1} (1 + |\rho| e^{-j\gamma}) \quad (11.38)$$

Donde:

$$\gamma = \theta + \beta \Delta r \quad (11.39)$$

Siendo  $\beta = 2\pi/\lambda$  y  $\Delta r = r_2 - r_1$ .

El término entre paréntesis en (11.36) es de hecho, el *factor de atenuación del campo*, que puede expresarse como:

$$\alpha_E = (1 + |\rho| e^{-j\gamma}) = \sqrt{1 + 2|\rho| \cos \gamma + |\rho|^2} \cos \psi \quad (11.40)$$

Donde:

$$\cos \psi = \tan^{-1} \frac{|\rho| \sin \gamma}{1 + |\rho| \cos \gamma} \quad (11.41)$$

El ángulo de reflexión,  $\phi$ , puede expresarse en términos de la altura de las antenas y de la distancia entre ellas como:

$$\phi = \tan^{-1} \left( \frac{h_T + h_R}{r_1} \right) \quad (11.42)$$

Y la diferencia de distancia  $\Delta r$  como:

$$\Delta r = r_2 - r_1 \approx \frac{2h_T h_R}{r} \quad (11.43)$$

De acuerdo a lo anterior, el factor de atenuación del campo,  $\alpha_E$  puede expresarse ahora en función de la altura de las antenas transmisora y receptora:

$$\alpha_E = \sqrt{1 + 2|\rho| \cos \left( \theta + \frac{4\pi h_T h_R}{\lambda r_1} \right) + |\rho|^2} \quad (11.44)$$

Según varía  $r_1$  el valor de  $\alpha_E$  alcanza valores máximos o mínimos cuando:

$$\cos \left( \theta + \frac{4\pi h_T h_R}{\lambda r_1} \right) = \pm 1 \quad (11.45)$$

Así, en los máximos,  $\alpha_E = 1 + |\rho|$  y en los mínimos,  $\alpha_E = 1 - |\rho|$ . En los máximos, las componentes directa y reflejada del campo se combinan aditivamente y el campo total es mayor que el debido sólo a la trayectoria directa, en tanto que en los mínimos la combinación es subtractiva. Esta forma de variación de  $\alpha_E$  se ilustra en la figura 11.11.

A una distancia  $r_{1max}$  se tiene un último máximo de la función de atenuación, que ocurre cuando el valor de la expresión (11.32) es igual a  $2\pi$ . A valores mayores de  $r_1$  el argumento del coseno en (11.32) varía entre  $2\pi$  y  $\pi$  tendiendo hacia  $\pi$  para ángulos de incidencia pequeños y  $\alpha_E$  decrece monótonicamente tendiendo a cero en el límite, como se indica por la zona sombreada en la figura 11.11. En los máximos, la variación de  $\alpha_E$  es suave, de forma cuasisenoidal, en tanto que en los mínimos los cambios son abruptos. Esta forma de onda es similar a la de una onda estacionaria en una línea de transmisión.

Una consecuencia importante de lo anterior es que, a una distancia fija entre las antenas transmisora y receptora, las variaciones en la altura de la antena receptora dan lugar a un patrón de atenuación semejante al de la figura 11.11 con la gráfica girada  $90^\circ$ . Esto es de interés en la práctica al instalar la antena receptora, ya que debe buscarse la altura óptima de ésta para conseguir el nivel máximo de señal.

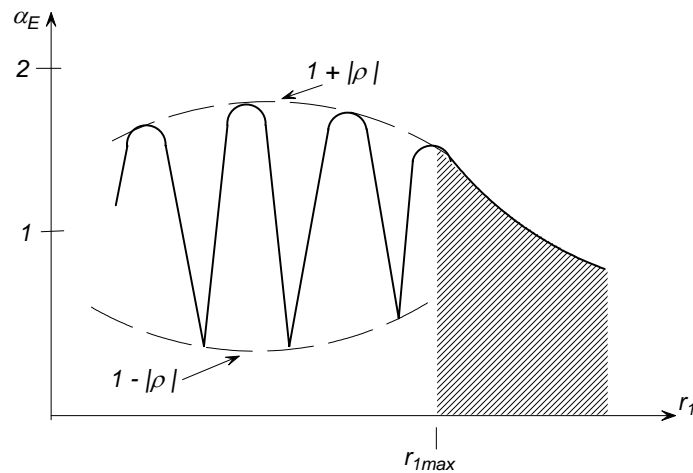


Fig. 11.11. Variación del factor de atenuación del campo con la distancia.

De lo anterior se infiere que, dependiendo del coeficiente de reflexión y de la diferencia de longitud entre las trayectorias directa y reflejada, la intensidad de campo en el punto de recepción y, por consecuencia el voltaje inducido en la antena receptora puede ser mayor o menor que el que se tendría en condiciones de espacio libre en que sólo se tiene la trayectoria directa. El caso tratado en esta sección es bidimensional y sólo considera una reflexión y es el caso más simple de lo que se designa como *propagación multicamino*. En situaciones reales, los entornos de propagación son siempre tridimensionales y por lo general, se tienen numerosas trayectorias que contribuyen a veces al aumento de la potencia recibida, si bien en los casos más habituales, dan lugar a atenuación considerable en el medio de propagación.

El análisis realizado en esta sección corresponde al *modelo de tierra plana* y su aplicación es válida a distancias hasta de unos 10 km entre las antenas, en que la curvatura de la tierra no es significativa.

### 11.15 Transición entre la onda de tierra y la onda de espacio

Cuando la antena transmisora está localizada cerca de la superficie terrestre, se excita una onda de tierra. Los conceptos de la óptica geométrica utilizando rayos no son aplicables en el espacio inmediato a la superficie de la tierra y la intensidad de campo en esa región es independiente de la altura de la antena transmisora o receptora. La altura de la antena a la que los rayos directos predominan sobre los reflejados depende de la frecuencia, la polarización y las constantes eléctricas de la tierra. Con ondas polarizadas verticalmente y tierra buena conductora, la altura a la

que la onda de tierra deja de dominar y se vuelve predominante la acción de los rayos, es del orden de una a dos longitudes de onda<sup>20</sup>. Si la conductividad de la tierra es baja, la altura es algo menor, en tanto que sobre agua de mar es considerablemente mayor. Esto significa que cuando la polarización de la antena transmisora es vertical, la intensidad de la onda de tierra es substancialmente independiente de la altura de la antena, siempre que dicha altura sea del orden de una longitud de onda. Adicionalmente, la intensidad de campo resultante no varía significativamente con la altura sobre tierra para alturas de la antena receptora inferiores a una longitud de onda.

Con ondas polarizadas horizontalmente, la altura crítica por debajo de la cual la acción de la onda de tierra predomina es inferior a  $\lambda/10$  con terreno mal conductor y aún menos con terreno buen conductor o agua de mar. La onda de tierra es un factor insignificante, con polarización horizontal, a frecuencias superiores a unos 30 MHz.

### **11.16 Consideraciones sobre la polarización en propagación por onda de espacio**

En la propagación por onda de espacio, el tipo de polarización afecta a la propagación de dos formas principales:

- a) Para cualquier ángulo distinto al ángulo de incidencia  $\theta$ , en el caso de incidencia vertical, la magnitud de la onda reflejada será mucho menor con polarización vertical que con horizontal. Esto reduce la amplitud de la onda reflejada en tierra y modifica la intensidad de campo resultante de manera tal, que los nulos en la gráfica 11.2 tienden a ser menos pronunciados cuando la polarización es vertical que cuando es horizontal.
- b) La altura de la antena, por debajo de la cual los efectos de la onda de tierra deben ser tomados en cuenta es mucho menor con polarización horizontal que con vertical. Esto es de importancia práctica en los sistemas de radiodifusión en ondas medias y a frecuencias inferiores, dando como resultado que por lo general, se evita el empleo de la polarización horizontal a esas frecuencias.

---

<sup>20</sup> F.E. Terman. *Electronic and Radio Engineering*. McGraw-Hill Book Company, Inc. 1955.

Otra diferencia de cierta importancia en los sistemas de radiocomunicación es el hecho de que el ruido e interferencia producidos por la actividad humana, tal como el generado por los sistemas de ignición de los motores de combustión interna y otros equipos eléctricos genera ondas con polarización vertical de forma predominante, cuando se observan cerca de la tierra. Como consecuencia de esto, si se utiliza polarización horizontal es posible conseguir cierta discriminación contra estas interferencias. Esto tiene que ver, de alguna manera y entre otras razones, con el hecho de que en radiodifusión de televisión se prefiera la polarización horizontal y en FM la polarización circular.

### **11.17 Propagacion troposférica**

Puede afirmarse que la totalidad parte de las comunicaciones radioeléctricas de interés para la humanidad tienen lugar, parcial o totalmente, en la troposfera terrestre. La troposfera es la porción inferior de la atmósfera, comprendida entre la superficie terrestre y una altura del orden de 15 km<sup>21</sup>. En las comunicaciones por satélite y por reflexión ionosférica, una porción del trayecto de propagación se localiza y en la troposfera y, por consecuencia se ve afectado por ella. La posible excepción, en que no interviene la troposfera, es en el caso de comunicaciones directas entre vehículos espaciales.

### **11.18 Efectos atmosféricos en la propagación por onda de espacio**

Los efectos de la atmósfera sobre la propagación se deben a que la presencia de moléculas de gas, particularmente de vapor de agua, cuya constante dieléctrica es alta, causen que el aire en la troposfera tenga una constante dieléctrica ligeramente mayor que 1. Por otra parte, la densidad del aire, así como la distribución de vapor de agua varían con la altura, por lo que la constante dieléctrica y, por consecuencia el índice de refracción varía también con la altura, por lo general disminuyendo según aumenta ésta. Esta variación del índice de refracción da como resultado una variedad de fenómenos tales como refracción, reflexión, dispersión, formación de conductos y desvanecimientos.

---

<sup>21</sup> Algunos autores consideran que la troposfera alcanza una altura hasta de unos 50 km.

### 11.19 Índice de refracción en la troposfera

El comportamiento de un rayo, asociado a una onda electromagnética que viaja a través de la atmósfera, está determinado por el índice de refracción que, por definición es la raíz cuadrada de la constante dieléctrica. Si la atmósfera es isotrópica y homogénea, el índice de refracción es constante y el rayo seguirá una trayectoria rectilínea. Si el índice de refracción varía, el rayo será refractado y seguirá una trayectoria quebrada o curva.

El efecto de esta situación se ilustra esquemáticamente en la figura 11.12 para el caso de refracción de una onda electromagnética que incide de una capa con índice de refracción  $n_1$  sobre una segunda capa superior de índice  $n_2$  y finalmente sobre una tercera capa de índice  $n_3$ .

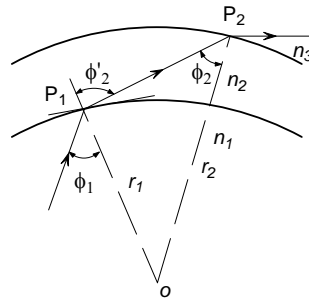


Fig. 11.12. Refracción atmosférica.

Si se asume a la atmósfera como una mezcla de gases perfectos, el exceso en el índice de refracción, respecto al índice en el espacio libre, será proporcional a su masa volumétrica y puede expresarse mediante la relación siguiente:

$$\Delta n = n - 1 = A \frac{p}{T} \quad (11.46)$$

Donde  $n$  es el índice de refracción,  $A$  es una constante,  $p$  la presión y  $T$  la temperatura en kelvins. El valor de  $\Delta n$  es generalmente muy pequeño y en los estudios de propagación se define un *índice de refracción modificado*, expresado como:

$$M = \left( n - 1 + \frac{h}{r_T} \right) \times 10^6 \quad (11.47)$$

Donde  $n$  es el índice de refracción,  $h$  la altura sobre la superficie terrestre en metros y  $r_T = 6.37 \times 10^6$  m, es el radio medio de la tierra. El aspecto importante de la definición anterior para los estudios de propagación es el comportamiento del gradiente de  $M$  con la altura,  $dM/dh$ . Cuando  $n$  es constante, es decir, no depende de la altura,

como ocurre a altitudes grandes,  $M$  en la forma definida por (11.1), aumenta 0.1575 unidades por metro. Sin embargo, cerca de la superficie de la tierra, la constante dieléctrica decrece generalmente con la altura y, por consecuencia, el valor de  $M$  cerca de la superficie aumenta linealmente con un gradiente menor de 0.1575 unidades/m. En condiciones típicas, el valor de  $dM/dh$  se aproxima a 0.1181 unidades/m, esta condición se designa como *atmósfera estándar* y se ilustra en la figura 11.13(a).

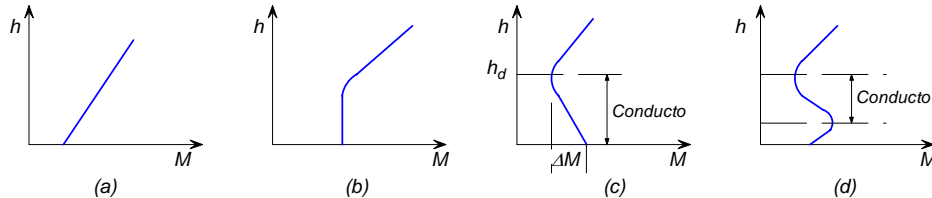


Fig. 11.13. Variación de índice de refracción modificado,  $M$ , en función de la altura.

Cuando las masas de aire forman capas que difieren en temperatura y contenido de vapor de agua,  $M$  no varía linealmente y se dan algunas situaciones como las ilustradas en la figura 11.13, Para altitudes grandes el gradiente de  $M$  tiende a alcanzar el valor estable de 0.1575 unidades/m.

Las variaciones en el índice de refracción hacen que los rayos no sigan trayectorias rectilíneas, sino curvas, alejándose de las regiones de baja constante dieléctrica hacia regiones de mayor permitividad, siguiendo la ley de Snell. Cuando las condiciones atmosféricas son las de la atmósfera estándar, la trayectoria de las ondas se curva, es decir, se refracta ligeramente. Esta condición corresponde a la figura 11.13(b) y se ilustra en la figura 11.14. Cuando el gradiente de  $M$  es cero, es decir que  $M$  no cambia con la altura, la curvatura del rayo es la misma que la de la tierra. De hecho, la definición del índice de refracción modificado se ha elegido para tener este resultado. Por otra parte, si el índice de refracción aumenta con la altura se da la situación mostrada en la figura 11.10, en que el rayo se curva hacia arriba, desviándose de la superficie terrestre.

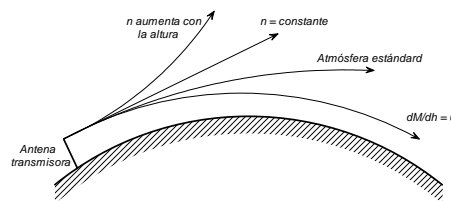


Fig. 11.14. Efecto de la variación del índice de refracción en las trayectorias de propagación.

En el estudio del comportamiento de la onda de espacio ilustrado en la figura 11.14 es conveniente modificar las coordenadas de forma tal que las trayectorias de los rayos sean líneas rectas en lugar de curvas. Esto se consigue modificando el radio de la tierra de forma que se obtenga ese resultado y da lugar al concepto de *radio equivalente de la tierra*, que se define mediante la relación:

$$k = \frac{\text{radio equivalente}}{6370 \text{ km}} = \frac{0.1575}{dM/dh} \quad (11.48)$$

Para atmósfera estándar, en que  $dM/dh = 0.1181$  el radio es  $4/3 = 1.333$  veces el radio real de la tierra. Para el caso en que  $dM/dh = 0$  el radio equivalente es infinito, lo que significa que la tierra se comporta como si fuera plana.

### 11.20 Protuberancia de la tierra<sup>22</sup> y horizonte radioeléctrico

En el caso de trayectos radioeléctricos de más de unos 10 km es necesario tener en cuenta la curvatura de la tierra, que constituye una protuberancia que obstruye la trayectoria, como se muestra en la figura 11.15.

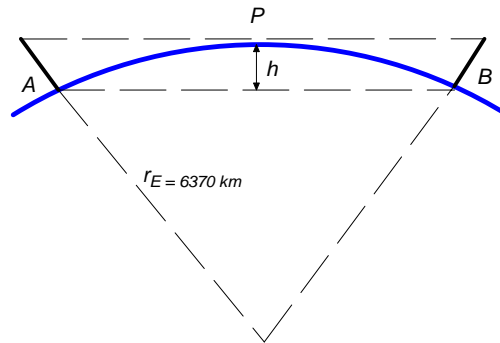


Fig. 11.15. Protuberancia de la tierra.

Los puntos A y B son los extremos del trayecto radioeléctrico, es decir, el emisor y el receptor, que no tienen, necesariamente, que estar a la misma altura sobre la superficie terrestre.  $h$  es la altura en metros, de la protuberancia terrestre en el punto  $P$ , con respecto a la altura de la cuerda  $AB$ , tomando en cuenta la refracción atmosférica y está dada por:

$$h = \frac{d_1 d_2}{2kr_E} \times 1000 \quad (11.49)$$

<sup>22</sup> Earth bulge

en que  $d_1$  es la distancia AP y  $d_2$  la distancia BP.  $r_E$  el radio de la tierra (6370 km) y  $k$  el factor del radio terrestre efectivo equivalente.

La curvatura de las trayectorias de los rayos en la atmósfera da lugar al concepto de *horizonte radioeléctrico*, que no debe confundirse con el *horizonte óptico*, es decir, las ondas electromagnéticas “ven” el horizonte más lejos de lo que realmente está desde el punto de vista óptico<sup>23</sup>. La distancia al horizonte radioeléctrico, en kilómetros, desde una antena transmisora de altura  $h$  está dada por:

$$d_H = 3.57\sqrt{kh} \quad (11.50)$$

donde  $h$  es la altura de la antena en metros.

La distancia al horizonte radioeléctrico entre dos antenas, es la suma de los horizontes radioeléctricos de cada una de ellas, como se ilustra en la figura 11.16.

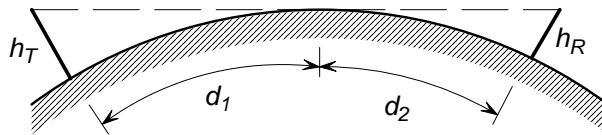


Fig. 11.16. Horizonte radioeléctrico entre dos antenas.

En este caso:

$$d_H = d_1 + d_2 = 3.57\sqrt{k}(\sqrt{h_T} + \sqrt{h_R}) \quad (11.51)$$

donde  $h_T$  y  $h_R$  son las alturas de las antenas transmisora y receptora, respectivamente.

### 11.21 El concepto de zona de Fresnel

Cuando los mecanismos que intervienen en la propagación de las ondas electromagnéticas son la reflexión especular y la refracción, el problema suele analizarse con ayuda de la *óptica geométrica*, en que se asume que la energía electromagnética es transportada por *rayos* y no ocurre dispersión. Sin embargo, cuando hay obstáculos que dispersan la energía, los procesos de difracción y reflexión difusa no

<sup>23</sup> Esta aseveración no es totalmente cierta y se hace sólo para ilustrar el efecto. Las ondas de luz son ondas electromagnéticas y también están sometidas a refracción atmosférica, similar a la de las ondas radioeléctricas.

peden analizarse mediante las leyes simples de la óptica geométrica y es necesario emplear los principios de la *óptica física*, en que se aplican básicamente el principio de Huyghens y las ecuaciones de Kirchoff y Fresnel. Trataremos aquí estos conceptos desde el punto de vista de aplicación práctica, sin profundizar en la teoría.

El espacio que rodea a la línea de visión directa que une a una antena transmisora y otra receptora también afecta a la propagación y se considera que la trayectoria de propagación reúne las condiciones de espacio libre si la *primera zona de Fresnel* está libre de obstáculos. Esta zona es un elipsoide de revolución cuyos focos son los puntos emisor y receptor, como se ilustra en la figura 11.17.

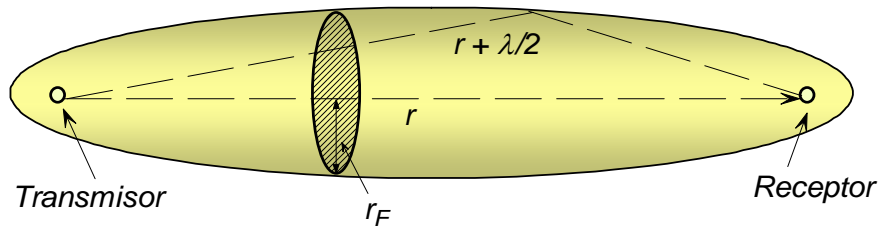


Fig. 11.17. Concepto de la primera zona de Fresnel.

La superficie de frontera del elipsoide de revolución está constituida por los puntos en que se reflejaría la onda en trayectorias cuya longitud es  $\lambda/2$  veces mayor que la longitud de la trayectoria directa. En el volumen limitado por esta superficie está contenida prácticamente toda la potencia radiada por la antena transmisora en la dirección del receptor. Estrictamente, debe verificarse que toda la zona está despejada de obstáculos y, de no ser así, considerar las posibles reflexiones, en cuyo caso debe conocerse el coeficiente de reflexión del terreno. Así, por ejemplo en el caso de reflexión perfecta o total, como la que ocurre en una superficie acuática el coeficiente de reflexión es  $\rho = -1$  y, en tales condiciones, según se trató en la sección anterior, el voltaje recibido, respecto al que se recibiría en condiciones de espacio libre se verá aumentado o disminuido por un factor<sup>24</sup>:

$$\alpha = \left| 2 \operatorname{sen} \left( \frac{\pi \Delta r}{\lambda} \right) \right| \quad (11.52)$$

La zona confinada por una diferencia de trayectoria  $\Delta r = \lambda/2$  se designa como primera zona de Fresnel o de primer orden. Las zonas de Fresnel están definidas por

<sup>24</sup> Brodhage, H. and Hormuth, W. *Planning and Engineering of Radio Relay Links*. 7<sup>th</sup> Ed. Siemens Aktiengesellschaft. Berlin, 1968.

las superficies que delimitan las diferencias de trayectoria en  $\Delta r = n\lambda/2$ , en que  $n$  es un entero positivo.

En el caso de reflexión perfecta y, de acuerdo a lo tratado en la sección 11.6, los valores extremos de  $\alpha$  se sitúan entre 0 y 2. Si la reflexión es imperfecta ya no se alcanzan estos valores y así por ejemplo, si  $\rho = -0.3$ , los valores límites de  $\alpha$  se sitúan entre 1.3 ( $\cong 2.2$  dB de ganancia respecto al espacio libre) y 0.7 ( $\cong 3$  dB de atenuación).

A pequeños ángulos de incidencia, es decir, incidencia prácticamente rasante en el punto de reflexión, aún las superficies irregulares se comportan como buenos reflectores (esto se aplica reflexiones dentro de la primera zona de Fresnel). Cuando la onda incide con un ángulo mayor en el punto de reflexión, lo que se aplica zonas de Fresnel de orden mayor, el coeficiente de reflexión, en el caso de la superficie terrestre disminuye rápidamente. En el caso de propagación sobre la superficie terrestre, ya sea tierra o agua, la reflexión dentro de la primera zona de Fresnel tiene mayor efecto que la reflexión dentro de zonas superiores. Las fórmulas siguientes permiten calcular el radio,  $r_F$ , de la sección transversal del elipsoide que delimita a la primera zona de Fresnel. En estas fórmulas,

- $d_T$  = distancia del transmisor al punto de reflexión en km.
- $d_R$  = distancia del receptor al punto de reflexión.
- $d = d_T + d_R$  = distancia total entre transmisor y receptor.
- $f$  = frecuencia en MHz.
- $\lambda$  = longitud de onda en metros.
- $r$  = radio de la primera zona de Fresnel en metros.

Radio en el punto medio de la trayectoria entre transmisor y receptor ( $r_{FM}$ ):

$$r_{FM} = 15.8\sqrt{\lambda d} = 274\sqrt{\frac{d}{f}} \quad (11.53)$$

Radio de la primera zona de Fresnel en otros puntos de la trayectoria ( $r_F$ ):

$$r_F = 31.6\sqrt{\frac{\lambda d_T d_R}{d}} = 547\sqrt{\frac{d_T d_R}{fd}} \quad (11.54)$$

Radio de la primera zona en la cercanía de una de las antenas:

$$r_F \approx 31.6\sqrt{\lambda d} = 547\sqrt{\frac{d}{f}} \quad (11.55)$$

Los radios de las zonas de Fresnel de orden superior se calculan mediante:

$$r_F^{(n)} = \sqrt{n} r_F \quad (11.56)$$

## 11.22 Consideraciones en los cálculos de propagación

En el diseño e implementación de sistemas de comunicaciones es indispensable tener conocimientos básicos de los procesos físicos que afectan a la propagación y también del papel que juegan las antenas. En cualquier caso el punto de partida suele ser la determinación de la ubicación del transmisor y del, o de los receptores, así como el entorno en que deberá propagarse la energía electromagnética. A frecuencias superiores a 30 MHz, las situaciones más frecuentes se dan en la cercanía de la superficie terrestre, de modo que es indispensable disponer de la información orográfica de la región en que debe funcionar el sistema de comunicaciones particular, bien sea punto a punto o punto a multipunto. Con esta información se puede estimar la “visibilidad” o, más propiamente el “despejamiento” de la trayectoria radioeléctrica entre las antenas transmisora y receptora.

Para ello, es necesario utilizar un mapa detallado del terreno<sup>25</sup>, a escala 1:25000 y si no lo hay disponible, uno a escala 1:50000. Por lo general, los organismos oficiales editan estos mapas y, a veces pueden conseguirse mapas cartográficos militares o los utilizados por los pilotos de aeronaves. En estos mapas se ilustran todos los accidentes topográficos con curvas de nivel que indican los contornos de igual altura sobre el nivel del mar. Dependiendo de la escala del mapa estas curvas pueden estar trazadas con diferencias de alturas entre 10 y 50 metros. Cuanto menor sea esta diferencia, más precisa será la estimación. El primer paso es trazar una recta desde el punto de transmisión hasta el, o los puntos receptores y localizar, sobre esa recta los relieves significativos del terreno tanto colinas o montañas como depresiones o valles y registrar su altura y la distancia al transmisor. Con estos datos se traza el perfil del terreno sobre curvas de perfil que tienen en cuenta la curvatura de la tierra, corregida según el radio equivalente como las que se ilustran en la figura 11.18.

Si la distancia entre transmisor y receptor es inferior a 10 km, es válido suponer a la tierra como plana y utilizar papel milimetrado normal y puede prescindirse de las curvas anteriores. A distancias mayores es necesario considerar la curvatura de la tierra y utilizar papel con perfiles de factor de radio equivalente adecuado. Lo usual es utilizar perfiles para el factor  $k = 4/3$  en la mayoría de los casos, pero en zonas tropicales o subtropicales es necesario, además del perfil a  $4/3$ , utilizar también perfiles para  $k = 2/3$ , que permiten una estimación en peores condiciones, ya que en

<sup>25</sup> Aquí se ilustra el procedimiento manual tradicional. En la actualidad es posible, si el costo lo permite, utilizar software con mapas digitalizados del terreno que ahorran considerablemente el trabajo.

tales zonas son frecuentes las inversiones de temperatura que provocan la curvatura de los rayos hacia arriba.

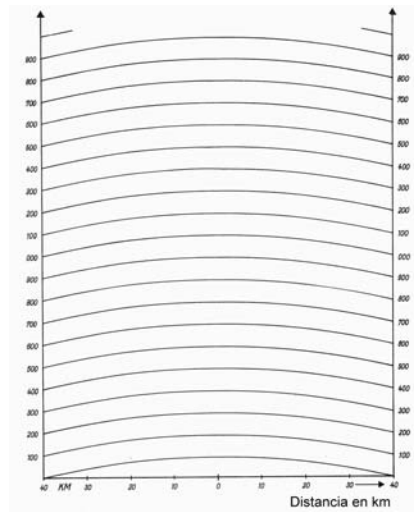


Fig. 11.18. Curvas de perfiles para  $k = 4/3$ .

En la figura 11.19 se ilustra una gráfica típica de un perfil del terreno entre las antenas transmisora y receptora. En el eje vertical se localiza la altura en metros sobre el nivel o bien la altura relativa sobre un nivel fijo y en el horizontal la distancia en km desde el transmisor. En los extremos se incluyen también las alturas de las antenas transmisora y receptora sobre el terreno.

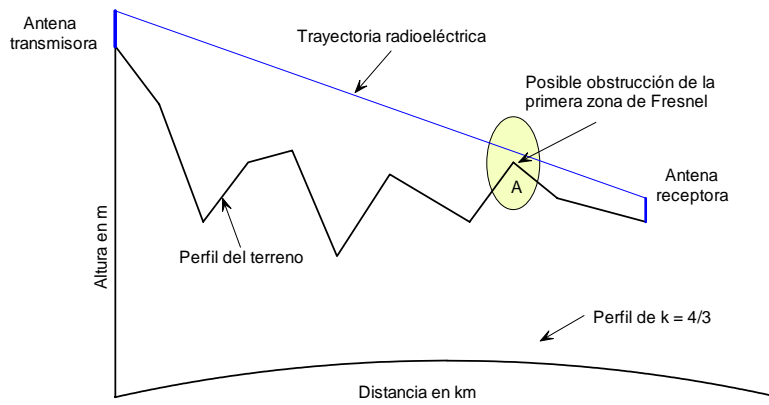


Fig. 11.19. Perfil de terreno entre transmisor y receptor.

La línea que une al transmisor y al receptor es la trayectoria radioeléctrica que puede, o no, estar despejada. En la figura, la trayectoria, aunque despejada, se acerca al terreno en el punto A de manera que la primera zona de Fresnel puede estar parcialmente obstruida. Para determinar si es así, es necesario calcular el radio de dicha zona a la distancia del punto A y medir la distancia entre la trayectoria radioeléctrica y el punto A. Si esta distancia es mayor que la primera zona de Fresnel, la trayectoria puede considerarse despejada, si es menor, hay que calcular la atenuación adicional introducida por el obstáculo.

En caso de que la trayectoria esté despejada, es razonablemente<sup>26</sup> válido asumir condiciones de propagación en espacio libre. Si no es así, es necesario tener en cuenta la forma del obstáculo: si se trata de un obstáculo suave con radio de curvatura grande o de un obstáculo del tipo de “filo de navaja” con pequeño radio de curvatura, ya que la atenuación será mayor en el caso de un obstáculo suave que en uno agudo. Los cálculos gráficos generalmente son válidos para obstáculos de filo de navaja, por lo que de no serlo, es necesario estimar la atenuación adicional por algún otro procedimiento. Un aspecto adicional a considerar en el caso de obstáculos es la vegetación y sus características. La vegetación da lugar a atenuación significativa muy difícil de estimar. Si se trata de árboles de hoja perenne, la atenuación será similar todo el año, pero si son de hoja caduca, la atenuación será mayor de la primavera al otoño que en el invierno.

En principio, el procedimiento descrito parecería suficiente, pero no es así. La suposición de que la energía electromagnética es transportada por rayos rectilíneos es una hipótesis útil, aplicable principalmente cuando el haz radiado por la antena está concentrado en un volumen elipsoidal de sección transversal reducida, aplicable a antenas muy directivas como las de reflector parabólico, cornetas o similares. La hipótesis de que la atenuación es la misma que en el espacio libre si la primera zona de Fresnel está despejada es válida en los casos en que la atenuación por otros mecanismos atmosféricos es despreciable y funciona razonablemente bien a frecuencias en la porción superior de la banda de UHF y superiores, hasta alrededor de unos 8 GHz.

Por otra parte, la suposición de un radio equivalente de curvatura de la tierra es sólo un modelo útil que supone una atmósfera uniforme con índice de

---

<sup>26</sup> Particularmente en esta sección se emplea con frecuencia la palabra *razonable*, para indicar que los resultados obtenidos son congruentes con los observados en la práctica. No hay ningún método de cálculo en propagación que produzca resultados absolutamente precisos y el sentido común y la experiencia del ingeniero juegan un papel muy importante.

refracción constante, lo que permite estimaciones razonables de las condiciones de propagación que, por lo general en este caso, pueden considerarse *optimistas*. Así, el cálculo de la intensidad o de la atenuación en condiciones de espacio libre constituye sólo una primera estimación en la que basarse, pero con la posible de algunos radioenlaces terrestres de microondas o de satélite, no puede considerarse fiable. A este respecto conviene considerar dos aspectos importantes: los patrones de radiación de las antenas y la dinámica atmosférica.

Ningún emisor de energía electromagnética emite “rayos” rectilíneos, sino un *continuo* de energía que llena el espacio. La óptica geométrica, en que se basa la teoría de rayos proporciona un modelo útil en algunas circunstancias e inútil en otras. La energía radiante emitida por fuentes electromagnéticas u ópticas no es filiforme, salvo algunas excepciones en óptica como puede ser el láser. En el caso electromagnético, la energía radiada por una antena se dispersa en un volumen aproximadamente cónico y la mayor parte está contenida en un volumen elipsoidal determinado por la primera zona de Fresnel, de modo que la energía radiada en una dirección determinada depende del patrón de radiación de la antena. Cualquier antena directiva tiene, además del lóbulo principal, lóbulos secundarios que pueden ser más o menos significativos y que también contribuyen a la potencia recibida. Como consecuencia de esto, la potencia que llega al receptor es el resultado de la energía recibida por un sinnúmero de trayectorias, de las cuales sólo una es directa y las demás, consecuencia de la energía dispersada tanto en el lóbulo principal como en los secundarios y que, en un entorno particular de propagación, puede provenir de reflexiones, difracciones y refracciones. Esto se designa habitualmente como *propagación multicamino* y el resultado neto es que aún cuando esté despejada la primera zona de Fresnel, la atenuación total será generalmente superior a la del espacio libre<sup>27</sup>.

En lo que respecta a la dinámica atmosférica, conviene tener en cuenta que el índice de refracción puede variar de manera apreciable, principalmente en regiones tropicales y subtropicales y producir efectos anómalos como los conductos atmosféricos esporádicos o refracción divergente que pueden reducir el área de área efectiva de cobertura.

Para sistemas de comunicaciones punto a multipunto, en que no se utilizan antenas muy directivas como en los radioenlaces terrestres, es necesario

---

<sup>27</sup> Hay casos de propagación en túneles y recintos cerrados o confinados, en que la atenuación puede ser ligeramente menor a la del espacio libre, debido a la combinación aditiva de las fases de las señales que llegan por diferentes trayectorias.

tener en cuenta los efectos anteriores y cuantificarlos de alguna forma. La más simple es suponer, además de la atenuación en espacio libre, una atenuación adicional que en algunos casos se designa como *margen de desvanecimiento*, que a veces se elige de manera arbitraria basada en la experiencia de diseño entre unos 3 y 10 dB, dependiendo del tipo de sistema y de los factores mencionados antes en esta sección. Este procedimiento totalmente empírico no es aconsejable a menos que se tenga una experiencia amplia en el diseño, ya que puede dar lugar a errores considerables en las estimaciones. Téngase en cuenta que un aumento de 3 dB en la atenuación estimada trae como consecuencia un aumento del doble de la potencia o de la ganancia de las antenas, con el costo correspondiente. Cuando se puede “jugar” con la ganancia de las antenas, el problema es relativamente sencillo, pero cuando es necesario aumentar, además de la ganancia de las antenas la potencia del transmisor, el costo puede dispararse considerablemente, dependiendo de los niveles de potencia que se manejen. Para conseguir estimaciones razonablemente fiables es necesario utilizar algún modelo de propagación.

### 11.23 Modelos de propagación

Los modelos de propagación tienen por finalidad caracterizar en qué medida afecta el medio de propagación a la energía electromagnética transportada por él entre una antena transmisora y otra receptora. Dada la complejidad de los mecanismos que intervienen en la propagación, es literalmente imposible cuantificar los efectos de cada uno de ellos, por tanto, lo que se pretende es conseguir una estimación razonable que permita el dimensionamiento adecuado de los sistemas radioeléctricos de comunicaciones. En este contexto puede hablarse de dos tipos de modelos: *determinísticos* o físicos y *estadísticos* o empíricos. Por lo general, los primeros utilizan la intensidad de campo eléctrico y los segundos, que con frecuencia se basan en mediciones, en la potencia. Aquí trataremos únicamente algunos de los modelos estadísticos o modelos de atenuación.

Los modelos de atenuación son, por lo general modelos estadísticos basados en la magnitud de la intensidad de campo o en la potencia, que pueden expresarse, bien sea gráficamente o matemáticamente, mediante (11.17) en la que cada modelo particular caracteriza al factor de atenuación,  $F_p$ . Este planteamiento asume que todos los efectos de los diversos mecanismos de propagación quedan englobados en el valor de ese factor, caracterizado mediante sus parámetros estadísticos: valor medio o mediano y desviación estándar y no se pretende asociar el comportamiento de  $F_p$  con ningún mecanismo en particular. Este enfoque es muy útil en numerosas aplicaciones de ingeniería y permite el empleo de modelos computacionales muy

simples y de utilidad práctica. Debido quizá, a esta imposibilidad de caracterizar explícitamente los efectos de los mecanismos individuales de propagación, el tratamiento de los problemas usando la potencia ha merecido menos atención que los modelos que emplean la intensidad de campo, matemáticamente más rigurosos y elegantes, pero con requerimientos de cómputo considerablemente mayores y más complejos. Por la importancia práctica de los modelos estadísticos o empíricos, basados en la potencia, discutiremos primero, en forma breve, algunos de ellos, así como sus características más importantes.

Una característica común de los modelos basados en la potencia es su naturaleza estadística; es decir, no intentan explicar el comportamiento físico del canal, sino de caracterizar estadísticamente la potencia recibida, ya sea en términos de nivel de potencia, atenuación o magnitud de la intensidad de campo. Esto es importante en el dimensionamiento de la potencia de cualquier sistema de comunicaciones y permite estimar tanto los valores medios o medianos de la potencia, atenuación o intensidad de campo, como su comportamiento estadístico mediante funciones de densidad de probabilidad y distribución acumulativa, lo que se traduce en la estimación de los márgenes de desvanecimiento a considerar para operar un sistema con una fiabilidad determinada. Como se mencionó, se trata básicamente de modelos de atenuación que, en un entorno dado de propagación, es prácticamente independiente de que el sistema de comunicaciones sea analógico o digital, de banda ancha o estrecha y del tipo de modulación. Las diferencias que se han encontrado en los diversos casos son poco significativos y no afectan sensiblemente a la atenuación.

La estimación adecuada de la atenuación en los sistemas radioeléctricos de comunicaciones es de primordial importancia e incide de manera directa en su costo. Una sobreestimación de la atenuación, repercute en un aumento de la potencia radiada que conlleva mayor potencia en el transmisor o mayor ganancia de la antena y, eventualmente, puede representar un riesgo potencial de interferencia sobre otros sistemas. Por el contrario, la subestimación de la atenuación da lugar a una reducción a veces considerable del área de cobertura. Ningún modelo, ni estadístico, ni determinístico produce resultados exactos ni mágicos y depende, en buena medida del buen juicio y de la experiencia del ingeniero la correcta aplicación de cualquier modelo y la adecuada interpretación de los resultados.

#### **11.24 Métodos gráficos**

Trataremos aquí algunos de los modelos o métodos gráficos, de gran utilidad práctica, que han sido utilizados extensamente para cálculos de propagación. Inicial-

mente mencionaremos dos métodos muy similares, empleados tanto para servicios de radiodifusión sonora en FM (88-108 MHz) y de radiodifusión de televisión en las bandas de VHF y UHF, como en otros sistemas de comunicaciones radioeléctricas. Estos métodos utilizan familias de curvas que proporcionan la intensidad de campo en función de la altura de la antena transmisora y de la distancia entre ésta y la antena receptora. En Europa y muchos otros países, suelen utilizarse las gráficas o curvas del Comité Consultivo Internacional de Radiocomunicaciones (CCITT), designado actualmente como UIT-R, de la Unión Internacional de Telecomunicaciones. Estas curvas están contenidas en la Recomendación 370 del CCIR, para diversas frecuencias y entornos de propagación (tierra, mar y entornos mixtos). En el Continente Americano es frecuente utilizar otras gráficas similares, conocidas habitualmente como “curvas FCC”, de la Comisión Federal de Comunicaciones de los Estados Unidos. Las curvas del CCIR están basadas, en buena medida, en estas últimas y tanto unas como otras tienen las siguientes características comunes:

- a) Los valores de intensidad de campo corresponden a una potencia radiada aparente<sup>28</sup> de 1 kw.
- b) La altura de la antena receptora es de 10 m sobre el suelo.
- c) La altura de la antena transmisora es la altura del centro de fase de la antena sobre el *terreno promedio*. La altura sobre el terreno promedio se obtiene promediando las alturas tomadas a una distancia entre 3 y 16 km de la antena transmisora, sobre 12 radiales con centro en la antena y espaciados 30° entre sí.

Las curvas de propagación de la FCC se aplican, básicamente, a propagación sobre tierra y, en su versión actual se tienen varias familias de curvas para diferentes bandas de frecuencias y diferentes grados de servicio, que pueden obtenerse directamente de la página web de la FCC (<http://www.fcc.gov>) y que, con algunas variantes entre ellas, tienen la forma mostrada en la figura 11.16. Aunque estas curvas están orientadas, según se mencionó antes, a servicios de radiodifusión sonora en FM y de televisión, pueden también emplearse para otros servicios fijos de radiocomunicación terrestre en esas bandas. Las bandas de frecuencias en que son aplicables las curvas son, de 54 a 72 MHz, 76 a 88 MHz, 87.9 a 108 MHz, 174 a 216 MHz y 470 a 806 MHz.

Como puede apreciarse de la gráfica 11.16, en el eje vertical, del lado izquierdo, se tiene la intensidad de campo eléctrico en dB $\mu$ /m para una potencia aparente

---

<sup>28</sup> Se designa como *potencia radiada aparente* (PRA o PAR), a la potencia radiada por un dipolo de media longitud de onda. La relación entre la PRA y la potencia isotrópica equivalente radiada (PIRE) es: PIRE = PRA – 2.15 dB.

radiada de 1 kw y, en el eje horizontal, la altura de la antena sobre el terreno promedio en metros. Cada una de las curvas corresponde a una distancia constante en km, que se indica en el lado derecho.

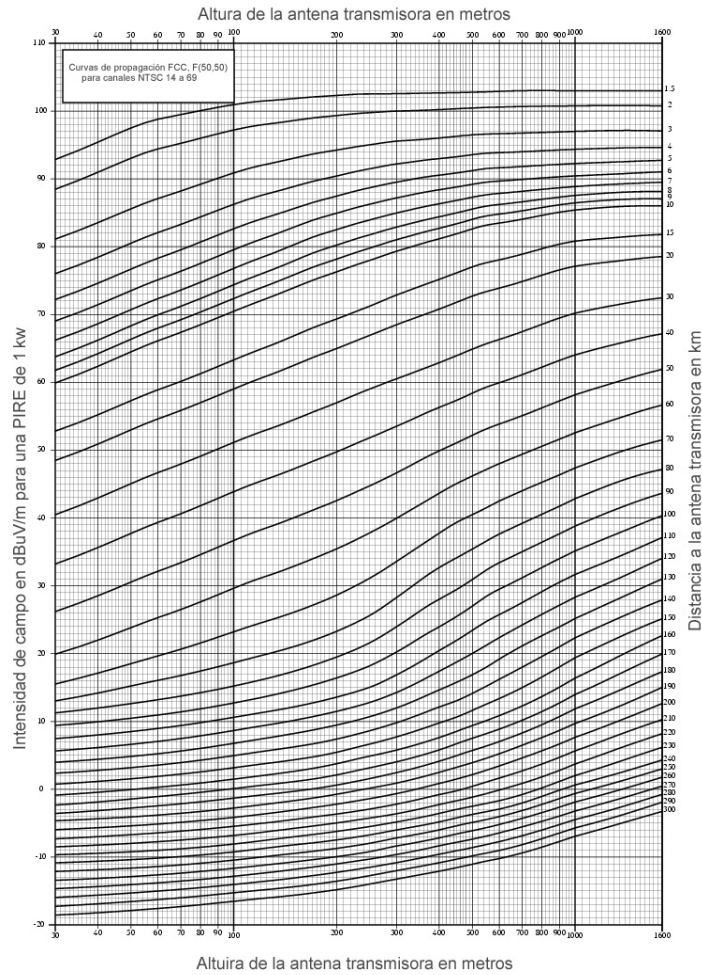
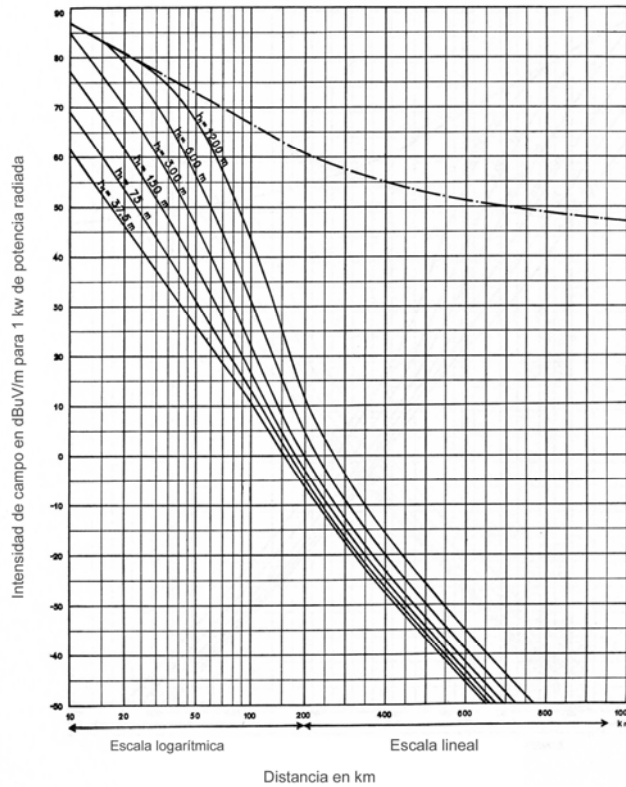


Fig. 11.20. Curvas de propagación FCC F(50,50) para la banda de UHF.  
(Fuente: FCC Rules and Regulations. Section 73.699).

Las curvas de la FCC se presentan para diferentes grados de servicio, o más propiamente, de fiabilidad y se designan como F(50,50), F(50,10) y F(50,90). Las primeras, F(50,50), corresponden a una cobertura del 50% de los lugares, durante el 50% del tiempo y proporcionan el *valor mediano* de la intensidad de campo. Es decir, expresan el 50% de probabilidad del servicio. Las F(50,10) expresan la pro-

babilidad de cubrir el 50% de los lugares durante el 10% del tiempo y, finalmente las F(50,90), la probabilidad de cubrir el 50% de los lugares durante el 90% del tiempo. Las que se ilustran en la figura 11.20, son las F(50,50), para la banda de 470 a 806 MHz.



*Fig. 11.21. Curvas del CCIR para la banda de frecuencias de 450 a 1000 MHz, propagación sobre tierra y grado de servicio del 50% del tiempo en el 50% de los lugares.*

(Fuente: Recomendación 370-3 del CCIR. *Recommendations and Reports of the CCIR. XIV Plenary Assembly, Kyoto, 1978*).

Las familias de curvas del CCIR, por otra parte, son aplicables a las bandas de frecuencias de 30 a 250 MHz y de 450 a 1000 MHz, para diferentes entornos de propagación: tierra, mar y entornos mixtos marítimos y terrestres. La información que proporcionan es, substancialmente, la misma que las de las curvas FCC, si bien su aspecto es diferente, como se aprecia en la gráfica 11.17. En el eje vertical, se tiene también la intensidad de campo en  $\text{dB}\mu\text{V}/\text{m}$  para una potencia radiada aparente de 1 kW y, en el eje horizontal, la distancia en km. Cada una de las curvas corres-

ponde a una altura de la antena transmisora sobre el terreno promedio, entre 37.5 m y 1200 m.

Las curvas del CCIR se presentan también para diferentes grados de servicio:

- a) 50% del tiempo en el 50% de los lugares
- b) 10% del tiempo en el 50% de los lugares
- c) 1% del tiempo en el 50% de los lugares
- d) 5% del tiempo en el 50% de los lugares

Las curvas que se ilustran en la figura 11.21 corresponden a la figura 9 de la Recomendación 370 del CCIR, para la banda de frecuencias de 450 a 1000 MHz, propagación sobre tierra y grado de servicio del 50% del tiempo en el 50% de los lugares.

### **11.25 Cálculos de propagación mediante las curvas FCC y CCIR.**

El empleo de las curvas de propagación permite efectuar los siguientes cálculos de forma sencilla y razonablemente fiable:

- a) Intensidad de campo dada la distancia al transmisor.
- b) Distancia a la que se tiene una intensidad de campo dada.
- c) Potencia isotrópica equivalente radiada, necesaria para tener una intensidad de campo determinada, dadas la altura de la antena transmisora y la distancia al receptor.

Por otra parte, las curvas FCC pueden obtenerse directamente de la página web de la Comisión Federal de Comunicaciones (FCC) de los Estados Unidos (<http://www.fcc.gov/mb/audio/bickel/curves.html>). Esta página web, además de permitir la descarga de las gráficas, ofrece la posibilidad de realizar, de forma interactiva, los cálculos anteriores. Las curvas del CCIR se obtienen en las publicaciones correspondientes de la Unión Internacional de Telecomunicaciones.

Evidentemente, el empleo de las curvas de propagación convierte el trabajo de cálculo en una tarea puramente mecánica, que puede realizar prácticamente cualquier persona sin conocimientos de propagación y sólo con un mínimo entrenamiento. Desde el punto de vista didáctico esto no es suficiente y para cualquier

técnico o ingeniero de comunicaciones es imprescindible poderse manejar con el conocimiento de las herramientas básicas para comprender lo que está haciendo y, una vez dominadas éstas, utilizar las herramientas más avanzadas a su disposición. Este argumento es similar al que puede aplicarse a un niño que está aprendiendo a sumar. Si aprende a hacerlo con una calculadora, jamás podrá sumar sin ella, porque desconocerá los principios básicos de la suma. Por esta razón, describiremos el procedimiento a seguir empleando las gráficas de propagación que son la herramienta básica en este caso. Lo haremos utilizando las gráficas de la FCC, aunque también pueden utilizarse las gráficas del CCIR<sup>29</sup> u otras como las de Okumura<sup>30</sup>. Las de la FCC y el CCIR se han venido utilizando extensamente desde hace más de cincuenta años y siguen constituyendo una herramienta básica de gran utilidad en los cálculos de propagación a frecuencias de VHF y UHF, tanto para servicios de radiodifusión sonora en FM y televisión, como para otros sistemas de comunicación en esas bandas.

Aquí hemos preferido utilizar las curvas de la FCC por dos razones, una, que en alguna medida las curvas del CCIR se derivan de las de la FCC y ambas producen resultados semejantes y otra, que estas últimas se pueden obtener fácilmente y sin costo de la página web de la FCC como se mencionó antes y, además, permiten al estudiante comprobar sus resultados e ir adquiriendo confianza en este tipo de cálculos.

### 11.26 Características de las curvas FCC y CCIR

Las curvas FCC proporcionan estimaciones adecuadas de la intensidad de campo  $E$ , indirectamente, de la potencia recibida en una gran cantidad de situaciones prácticas. Estas curvas fueron desarrolladas utilizando valores medidos en diferentes localidades geográficas durante diversos períodos de tiempo y, en su forma básica, proporcionan los valores medianos de la intensidad de campo para servicio al 50% de las localidades durante el 50% del tiempo. Por consecuencia, dichas curvas reflejan datos experimentales y no obtenidos o derivados de modelos teóricos<sup>31</sup>.

De hecho, tanto las curvas de la FCC como las del CCIR constituyen *modelos estadísticos* o *empíricos* de propagación, o mejor dicho, de *atenuación*, que ofrecen

---

<sup>29</sup> CCIR (UIT-R) Recomendación 370.

<sup>30</sup> Okumura, Y., et al. "Field Strength and its Variability in VHF and UHF Land-Mobile Radio Service. *Rev. Commun. Lab.*, pp. 825-873, Sept.-Oct. 1968. Publicado también en *Land-Mobile Communications Engineering*, editado por D. Bodson, G.F. McLure y S.R. McConoughey. IEEE Press. The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc. New York, 1983.

<sup>31</sup> M.H. Barringer and K.D. Springer. "Radio Wave Propagation". in *NAB Engineering Handbook*, 8<sup>th</sup> ed. NAB, Washington, DC, 1992.

una alternativa de fácil aplicación en la práctica de la ingeniería en que siempre es necesario afrontar elecciones difíciles entre los cálculos o predicciones y las mediciones y, de alguna forma, combinan ambas de forma simple y razonablemente fiable. Además, el modelo que constituyen estas curvas es independiente del tipo de sistema de comunicaciones, si bien la única información que proporciona es únicamente la atenuación, traducida a intensidad de campo, sin dar información tal como ángulo de llegada, dispersión de retardo u otros datos relativos a la dinámica del canal<sup>32</sup>. Únicamente proporciona el valor mediano<sup>33</sup> de la atenuación o, para el caso, de la intensidad de campo, lo que es suficiente en la mayoría de las aplicaciones.

Las curvas básicas F(50,50) proporcionan, como ya se mencionó, el valor mediano de la intensidad de campo en el 50% de los lugares, durante el 50% del tiempo y son aplicables para todo tipo de sistemas, tanto analógicos como digitales. Sin embargo en el caso de transmisión digital<sup>34</sup>, tanto de radio como de televisión, en que se aplica codificación de canal, es decir, control y corrección de errores, la fiabilidad al 50% no es suficiente y es necesario emplear curvas del tipo F(50,90), en que la probabilidad del servicio es durante el 90% del tiempo en el 50% de los lugares. Aunque esto podría parecer insuficiente, lo cierto es que los resultados funcionan razonablemente bien en la práctica y queda al criterio y experiencia del ingeniero de diseño, el margen de desvanecimiento a utilizar.

### 11.27 Procedimiento de cálculo

Ilustraremos la forma de empleo de las curvas mediante un ejemplo. Supóngase que se conocen los datos siguientes:

- a) Altura del centro de radiación de la antena transmisora sobre el terreno promedio: 350 m.
- b) Potencia aparente radiada: 10 kw (10dBkw)
- c) Distancia al receptor: 30 km

---

<sup>32</sup> C. Pérez-Vega and J.M. Zamanillo. *Path-Loss Model for Broadcasting Applications and Outdoor Communication Systems in the VHF and UHF Bands*. IEEE Trans. on Broadcasting, Vol. 48, N° 2, June 2002.

<sup>33</sup> La estadística que sigue la atenuación es, por lo general, de Rayleigh, si bien otras estadísticas, en particular la de Nakagami, se ajustan bien al comportamiento de la atenuación y, para ellas, los valores medio y mediano suelen ser casi iguales.

<sup>34</sup> Nos referimos aquí a transmisión radioeléctrica en la cercanía de la superficie terrestre que es el campo de aplicación de las curvas.

Se desea determinar la intensidad de campo y la potencia isotrópica recibida si la frecuencia es de 560 MHz, (a) Para condiciones (50,50) y (b), para condiciones (50,90). Para ello, en la gráfica correspondiente se localiza primero el punto de cruce entre la altura de 350 m y la curva de 30 km. A la izquierda se lee la intensidad de campo en dB $\mu$ V/m para 1 kw radiado (0 dBkw). Esta resulta de 62 dB $\mu$ V/m para F(50,50) y de 60.5 dB $\mu$ V/m para F(50,90). Puesto que la potencia radiada es de 10 dBkw, a los valores anteriores, simplemente se les suma 10 dB, de modo que las intensidades de campo resultan, para F(50,50), de 72 dB $\mu$ V/m y de 70.5 dB $\mu$ V/m para F(50,90). Utilizando el programa de cálculo de la FCC, los valores que arroja son de 71.786 dB $\mu$ V/m para F(50,50) y 70.612 dB $\mu$ V/m para F(50,90). La diferencia entre el empleo de las gráficas y el programa de cálculo es insignificante y el tiempo empleado es prácticamente el mismo.

### 11.28 Modelos de atenuación

En (11.7) se definió el factor de atenuación en el espacio libre como la relación entre la potencia isotrópica recibida y la potencia isotrópica equivalente radiada. Esta definición es igualmente válida para condiciones de *no espacio libre*, es decir, para cualquier entorno de propagación. En estas condiciones, el factor de atenuación es, en general<sup>35</sup>, menor que 1. Sin embargo, al hablar de *atenuación*, a secas, aquí se entenderá como la expresión logarítmica (dB) del *inverso* del factor de atenuación, es decir:

$$L = 10 \log \left( \frac{1}{\alpha} \right) \text{ dB} \quad (11.25)$$

La razón de lo anterior, que permite expresar la atenuación en dB como un número positivo es puramente convencional y es la más frecuentemente utilizada.

Volviendo ahora a (11.17) y teniendo en cuenta (11.19), se tiene que:

$$\begin{aligned} L &= 10 \log \left( \frac{P_{RAD}}{P_{iso}} \right) \\ &= 20 \log \left( \frac{4\pi r}{\lambda} \right) + 10 \log \left( \frac{1}{\alpha_p} \right) \end{aligned} \quad (11.26)$$

---

<sup>35</sup> "En general" significa aquí literalmente, *a veces no*.

La expresión (11.20) da la atenuación total *entre antenas isotrópicas* en condiciones *no de espacio libre*. El primer término de la derecha es la atenuación en el espacio libre. El segundo término es la atenuación en exceso que, a veces, se designa como *margen de desvanecimiento*, aunque estrictamente, no sea este su significado. Una forma conveniente de la expresión anterior es:

$$L = 20\log(r) + 20\log\left(\frac{4\pi}{\lambda}\right) + L_{ex} \quad (11.27)$$

El primer término del lado derecho de (11.21) es la atenuación debida exclusivamente a la distancia, el segundo término es la atenuación entre antenas isotrópicas a 1 metro de separación y  $L_{ex}$  es el *valor medio*<sup>36</sup> de la atenuación en exceso respecto a la del espacio libre.

Un aspecto importante a notar en la discusión anterior, es que (11.58) da la atenuación entre antenas isotrópicas separadas una distancia  $r$  en condiciones no de espacio libre. Esta aparente restricción no es tal si se tiene en cuenta que el valor de la potencia isotrópica equivalente radiada es la potencia *después* de la antena transmisora, *en la dirección del receptor*, lo que lleva implícito el conocimiento de las características directivas de esa antena. Análogamente, la potencia isotrópica recibida, es aquella que se tendría en las terminales una antena isotrópica hipotética y, por tanto, no tiene en cuenta las características directivas de la antena receptora real. La potencia recibida en las terminales de la antena real se calcula conociendo su ganancia directiva *en la dirección del transmisor*. Con frecuencia se ignora este aspecto y sólo se considera la ganancia en la dirección de máxima radiación, como si la antena transmisora estuviera orientada hacia el receptor y viceversa. Este es un aspecto con el que hay que tener cuidado en la práctica y que puede dar lugar a equivocaciones importantes en el cálculo de sistemas de comunicaciones.

En condiciones reales de propagación, en la cercanía de la superficie terrestre, hay numerosos factores que influyen en la variación de la atenuación en exceso. Algunos de estos factores pueden variar lentamente, como el índice de refracción atmosférica, otros con relativa rapidez, como la intensidad de la lluvia y otros muy rápidamente, como las reflexiones múltiples en el caso de comunicaciones móviles o de objetos en movimiento como personas o vehículos en el medio de propagación entre dos antenas fijas. La atenuación en exceso puede considerarse, por consecuencia, como una variable aleatoria, cuya caracterización requiere no sólo del valor medio, sino también de su desviación estándar. Por ello, una forma más completa de (11.21) es:

---

<sup>36</sup> En la mayor parte de los casos prácticos, los valores medio y mediano de la atenuación son muy cercanos y pueden utilizarse indistintamente. Por el momento, aquí consideraremos válida la aseveración anterior.

$$L = 20\log(r) + 20\log\left(\frac{4\pi}{\lambda}\right) + L_{ex} + \sigma_{ex} \quad (11.28)$$

En que  $\sigma_{ex}$  es una variable aleatoria con media cero y distribución no necesariamente gaussiana, aunque puede considerarse de ese tipo. El modelo representado por (11.60) es, básicamente, uno de los sugeridos por la UIT<sup>37</sup> y se ha presentado en diversas formas, entre otras, empleando el exponente de la distancia como variable de caracterización. Trataremos brevemente algunos de estos modelos.

### 11.29 Modelos basados en el exponente de la distancia

La expresión (11.19) proporciona la potencia isotrópica recibida a una distancia  $r$ , que es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia. Si en (11.17) se realiza un cambio de variable tal que:

$$\alpha_p = \frac{1}{d^{n-2}} \quad (11.29)$$

(11.17) se puede escribir ahora como:

$$P_{iso} = \frac{P_{RAD}}{d^n} \left(\frac{\lambda}{4\pi}\right)^2 \quad (11.30)$$

Expresando las potencias en unidades logarítmicas y de acuerdo a (11.20), la atenuación en dB puede expresarse como:

$$L = 10n \log(r) + L_{1m} \text{ dB} \quad (11.31)$$

Donde  $L_{1m} = 20\log(4\pi/\lambda)$  es la atenuación a 1 metro.

El modelo anterior asume que, en un entorno real de propagación, la potencia recibida no varía según el inverso del cuadrado de la distancia, sino del inverso de la distancia elevada a un exponente  $n$  que sólo en condiciones de espacio libre tiene un valor de 2 y fuera de esas condiciones tendrá valores distintos de 2, por lo general mayores, pero también en algunos casos, como en el interior de construcciones, túneles u otros entornos en que se dan condiciones de propagación guiada,  $n$  puede tener valores menores a 2. Esta particularidad no puede explicarse mediante un modelo basado en la potencia como éste, aunque sí mediante otros modelos determinísticos basados en la intensidad de campo. La razón de ello es que en un entorno en que la señal llega al receptor por numerosos trayectos, resultado de reflexiones, difracciones, etc., la intensidad de campo en el punto receptor es la combina-

<sup>37</sup> Unión Internacional de Telecomunicaciones.

ción *vectorial* de las intensidades de campo debidas a las ondas que llegan por los diversos trayectos. Cuando la combinación es aditiva, la intensidad de campo y, por tanto, la potencia isotrópica recibida, será mayor que en condiciones de espacio libre. Si la combinación es subtractiva, la potencia será menor que en el espacio libre. Es claro que ni en el primer caso ni en el segundo se puede decir que la atenuación sigue exactamente una ley proporcional al inverso del cuadrado de la distancia, sino al inverso de la distancia elevado a un exponente  $n$ , diferente de 2.

### 11.30 Determinación del exponente de la distancia

El primer problema en el empleo de este modelo es conocer el valor numérico del valor *medio* o *mediano* del exponente de la distancia,  $n$ . Este parámetro depende de factores tales como la distancia, la altura de las antenas transmisora y receptora y, en alguna medida, de la frecuencia. Basándose en las gráficas FCC (50,50), se desarrolló un modelo<sup>38,39</sup> polinomial que se ajusta bien a ellas y que proporciona el valor del exponente de la distancia en función de ésta y de la altura de la antena transmisora. La expresión que resume el modelo es:

$$n = \sum_{i=0}^4 \sum_{j=0}^4 a_{ij} h^i d^j \quad (11.32)$$

En donde  $a_{ij}$  son coeficientes,  $h$  la altura de la antena transmisora sobre el terreno promedio en metros y  $d$  la distancia en kilómetros. Los coeficientes  $a_{ij}$  se dan en la tabla siguiente.

El modelo (11.64) proporciona el valor del factor de atenuación, en este caso el exponente de la distancia, en función de la altura de la antena transmisora y de la distancia a ésta y asume una altura de la antena receptora de 9 m.

$a_{00}$	$a_{01}$	$a_{02}$	$a_{03}$	$a_{04}$
2.30685	$2.33037 \times 10^{-2}$	$-2.29522 \times 10^{-4}$	$9.47471 \times 10^{-7}$	$-1.34347 \times 10^{-9}$
$a_{10}$	$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{13}$	$a_{14}$
$-2.41422 \times 10^{-3}$	$-2.71179 \times 10^{-5}$	$7.27952 \times 10^{-7}$	$-4.02123 \times 10^{-9}$	$6.57089 \times 10^{-12}$
$a_{20}$	$a_{21}$	$a_{22}$	$a_{23}$	$a_{24}$
$5.20309 \times 10^{-6}$	$-6.02053 \times 10^{-9}$	$-8.36706 \times 10^{-10}$	$5.79115 \times 10^{-12}$	$-1.03827 \times 10^{-14}$

<sup>38</sup> Perez-Vega, C. and Zamanillo, J.M. *Path-Loss Model for Broadcasting Applications and Outdoor Communication Systems in the VHF and UHF Bands*. IEEE Transactions on Broadcasting, Vol. 48, N° 2 pp. 91-96. June 2002.

<sup>39</sup> Perez-Vega, C. Zamanillo, J.M y Alonso, S. *Versión Mejorada de un Modelo de Propagación para Exteriores a frecuencias de 50 MHz a 1 GHz*. XX Simposium Nacional de la URSI. Gandía, Valencia, Septiembre de 2005.

$\mathbf{a}_{30}$	$\mathbf{a}_{31}$	$\mathbf{a}_{32}$	$\mathbf{a}_{33}$	$\mathbf{a}_{34}$
$4.4030 \times 10^{-9}$	$2.7287 \times 10^{-11}$	$4.26606 \times 10^{-13}$	$-3.71837 \times 10^{-15}$	$7.15914 \times 10^{-18}$
$\mathbf{a}_{40}$	$\mathbf{a}_{41}$	$\mathbf{a}_{42}$	$\mathbf{a}_{43}$	$\mathbf{a}_{44}$
$1.2550 \times 10^{-12}$	$1.1005 \times 10^{-14}$	$7.88452 \times 10^{-17}$	$8.74816 \times 10^{-19}$	$-1.78038 \times 10^{-21}$

Tabla I. Coeficientes del modelo de atenuación.

Para obtener el valor de la potencia recibida y de la intensidad de campo son necesarios algunos cálculos adicionales:

- a) Conocido el valor del factor de atenuación  $n$  mediante (11.64), la atenuación en dB puede calcularse mediante la expresión (11.63).
- b) La potencia isotrópica recibida se calcula ahora como:

$$P_{iso} \text{ (dbw)} = P_{rad} \text{ (dbw)} - L \quad (11.65)$$

- c) Finalmente, la intensidad de campo eléctrico se calcula como:

$$E = \frac{\pi}{\lambda} \sqrt{480 P_{iso}} \quad \text{V/m} \quad (11.33)$$

Puesto que el modelo (11.64) está basado en una altura de la antena receptora de 9 m, por lo que la intensidad de campo calculada según el procedimiento anterior debe corregirse para otras alturas. Aunque no existe un procedimiento definido para especificar el factor adecuado de corrección, la práctica usual es suponer que la intensidad de campo aumenta linealmente con la altura de la antena receptora<sup>40</sup>, como indica la teoría clásica de propagación. Con esta suposición, la relación entre el campo estimado a 9 m y el campo a una altura de la antena receptora  $h_r$  es<sup>41</sup>:

$$\frac{E_{9m}}{E_{hr}} = \frac{9}{h_r} \quad (11.34)$$

Donde  $E_{9m}$  es la intensidad de campo a 9 m y  $E_{hr}$ , el campo para una altura  $h_r$  de la antena receptora.

El procedimiento anterior puede implementarse fácilmente en una computadora o en una calculadora programable y permite el cálculo de la intensidad de campo y la

<sup>40</sup> Barringer, M. H. and Springer, K. D. Radio Wave Propagation. Chap.2.8 of NAB Engineering Handbook, 8th Ed. NAB, Washington, DC, 1992.

<sup>41</sup> Stielper, J. W. The measurement of FM and TV field strengths (54 MHz – 806 MHz). Chap. 2.11 of NAB Engineering Handbook, 8th Ed. NAB, Washington, DC, 1992.

potencia recibida prácticamente con la misma precisión que las curvas F(50,50). Un aspecto importante, es que el modelo debe implementarse con todos los decimales que figuran en la Tabla I, ya que cualquier redondeo de éstos producirá errores importantes.

### 11.31 Propagación Ionosférica

Las primeras comunicaciones a grandes distancias se iniciaron con las transmisiones radioeléctricas de Marconi en 1901 entre Poldu (Inglaterra) y Terranova (Canadá) a una frecuencia de 313 kHz. En esos años nadie tenía la menor idea de cuáles eran los mecanismos físicos que gobernaban esas transmisiones. Esto dio lugar al desarrollo de diversas teorías sobre la propagación de las ondas electromagnéticas, en que se planteó la existencia de capas reflectoras en la porción superior de la atmósfera terrestre. En 1902 Kennelly y Heaviside, trabajando de manera independiente, propusieron la existencia de capas o estratos conductoras en la atmósfera superior que podían reflejar las ondas electromagnéticas a grandes distancias. De hecho a estas capas se les designa aún como *capas de Heaviside*.

Después de la primera transmisión de Marconi un considerable interés en el uso de la radio en las flotas navales, tanto comerciales como militares de muchos países y se formaron diversas empresas comerciales. En las primeras décadas del siglo XX el desarrollo de las comunicaciones por onda corta fue creciente y, de hecho, constituyó el único medio de comunicación radioeléctrica a grandes distancias hasta el advenimiento de los sistemas de comunicaciones por satélite. Conviene mencionar que las comunicaciones trasatlánticas por cable submarino fueron posibles bastante antes que la radio.

Uno de los científicos más prominentes en la investigación de la ionosfera fue Sydney Chapman que, en 1931, publicó un artículo que, junto con otro previo de Holburt, proporcionaron las bases fundamentales para la comprensión de la ionosfera. El modelo de Chapman continúa siendo de utilidad, especialmente para las capas ionosféricas inferiores. Otros científicos como Larmore, Appleton, Lorente y Hartree proporcionaron, desde un punto de vista teórico, una comprensión más clara de la propagación de ondas electromagnéticas en medios magneto-iónicos.

Con el advenimiento de los satélites, las comunicaciones en HF fueron relativamente relegadas debido a la variabilidad de la ionosfera, a los problemas de gestión de frecuencias dado el congestionamiento de esa banda y al reducido ancho de banda (poco más de un canal de voz). Sin embargo han jugado y juegan un papel muy importante en sistemas de comunicaciones tanto militares como civiles, incor-

porando en la actualidad técnicas digitales de modulación y procesado de señal para reducir los efectos multicamino. Entre algunas de las aplicaciones actuales, además de las tradicionales, se cuentan los sistemas de radar transhorizonte (OTHR), cuyos conceptos se originaron ya en la década de 1920, sistemas de comunicaciones para protección civil, sistemas de comunicaciones tácticas, etc. Cabe mencionar que al desarrollo de las comunicaciones ionosféricas ha contribuido, y sigue contribuyendo de manera muy importante la comunidad de *radioaficionados* en todo el mundo

### 11.32 La ionosfera

La ionosfera es la porción superior de la atmósfera terrestre situada a alturas desde unos 50 km hasta más de 1000 km. La radiación solar actúa como agente ionizante en los gases atmosféricos. En la troposfera la ionización no es significativa ya que los electrones libres producidos por la acción solar se recombinan rápidamente y el gas en la troposfera es eléctricamente neutro. Sin embargo, en alturas del orden de 50 km y superiores, la densidad del aire disminuye considerablemente, con lo que la distancia entre las moléculas aumenta y se reduce la posibilidad de recombinación. En estas condiciones el gas atmosférico queda ionizado constituyendo un *plasma*.

El término *plasma* en electromagnetismo se aplica a un conjunto de partículas cargadas o, en general, a todo gas ionizado. Si se excita un plasma, por ejemplo mediante radiación externa, se establecen fuerzas en el plasma que tienden a hacer oscilar las partículas alrededor de sus posiciones de equilibrio<sup>42</sup>. Las ondas electromagnéticas se propagan en un plasma de manera muy similar a como lo hacen en medios dieléctricos y pueden ser atenuadas, refractadas y reflejadas.

Cuando una onda electromagnética penetra en el plasma ionosférica incidiendo verticalmente, el campo eléctrico de la onda ejerce una fuerza sobre las partículas cargadas resultando en el movimiento de cargas y, por consecuencia, en flujo de corriente. Aunque los iones positivos tienen la misma carga que los electrones, su masa es más de mil veces mayor y por tanto, su velocidad será proporcionalmente menor, de modo que la contribución de iones pesados a la corriente puede despreciarse. Como consecuencia de lo anterior, los electrones libres oscilarán en el campo eléctrico de la onda incidente que, si se asume que varía de forma senoidal, la oscilación electrónica estará retrasada 90° debido a la inercia de la masa electrónica. Este movimiento de los electrones produce una corriente espacial en oposición

---

<sup>42</sup> Para un tratamiento teórico más amplio de las propiedades y propagación en plasmas véase por ejemplo *Electromagnetic Waves and Radiating Systems*, E.C. Jordan and K.G. Balmain, 2nd Ed. Prentice-Hall Inc. 1968.

de fase a la corriente de desplazamiento de la onda, con el resultado de reducir la permitividad relativa del plasma, que puede expresarse como:

$$\varepsilon_r = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \quad (11.68)$$

Donde  $\varepsilon_0$  es la permitividad del vacío y  $\omega_p$  se designa como *frecuencia angular de plasma*, dada por:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{Ne^2}{m\varepsilon_0}} \quad (11.69)$$

En que  $N$  es la densidad de iones,  $e$  la carga electrónica ( $1.6 \times 10^{-19}$  C) y  $m$  la masa de las partículas. Substituyendo los valores de las constantes se tiene que la frecuencia de plasma es:

$$f_p = \frac{\omega_p}{2\pi} = 9\sqrt{N} \quad (11.70)$$

De (11.68) se ve que la permitividad del plasma es:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \left( 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right) \quad (11.71)$$

El significado de  $f_p$  es que, cuando una onda de esta frecuencia incide en una región con densidad electrónica  $N$ , la permitividad es cero, lo que a su vez significa que la corriente de desplazamiento es cero y, por consecuencia, el campo eléctrico es también *cero*. Esto puede explicarse en términos de una onda reflejada que cancela a la onda incidente en el punto de reflexión. Esto es lo que ocurre en el caso de propagación por vía ionosférica.

Si  $f$ , la frecuencia de la onda que se propaga en el plasma es inferior a la frecuencia de plasma, la onda sufre atenuación. Por analogía con las guías de onda,  $f_p$  puede considerarse como la *frecuencia de corte del plasma*. La frecuencia de plasma varía con la densidad de iones y, por consecuencia, con la altura, en la forma mostrada en la figura 11.22. La gráfica corresponde a una latitud de  $40.8^\circ\text{N}$  y una longitud de  $0.5^\circ\text{W}$ , a las doce del día 4 de julio de 2005. Al ser función de la densidad de iones, depende de la situación geográfica, la estación del año y la hora.

Hay que notar que la atenuación en un plasma en corte no va acompañada por absorción de potencia, de modo que en este aspecto el plasma se comporta como una guía de onda y así, una onda que pase del espacio libre a un plasma en corte no se absorbe ni se transmite, sino que es *reflejada totalmente*. Este es el tipo de reflexión que causa la reflexión de ondas de cierto rango de frecuencias por la ionosfera haciendo posible la comunicación a grandes distancias.

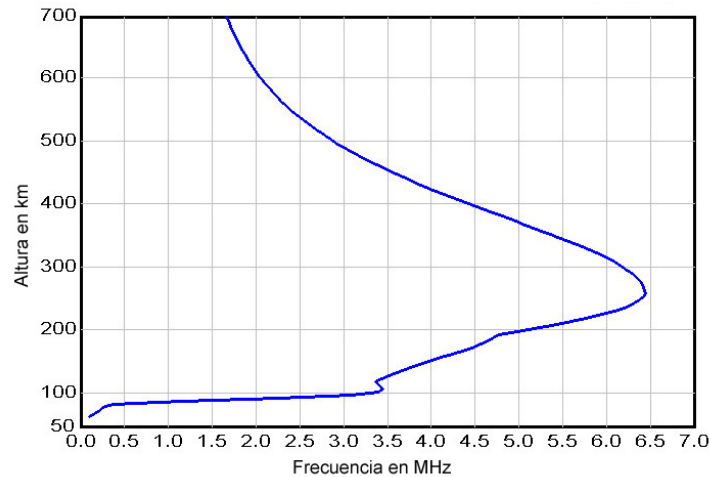


Fig.11.22. Frecuencia de plasma en función de la altura.

La máxima frecuencia de una onda reflejada por una capa ionosférica está determinada por la máxima densidad de electrones en esa capa, es decir:

$$f_0 = 9\sqrt{N_{\max}} \quad (11.72)$$

A esta se la designa como *frecuencia crítica*.

Dado que el principal agente ionizante es la radiación solar, la ionosfera presenta numerosas variaciones temporales y geográficas. En la porción inferior de la ionosférica la ionización ocurre durante el día debido a la presencia del sol y se reduce considerablemente o prácticamente desaparece en la noche, ya que la densidad de la atmósfera es considerable y, ausencia de radiación solar los electrones libres se recombinan rápidamente. Es claro que el nivel de ionización depende también de la hora del día y de la estación del año. En la parte superior de la ionosfera, a alturas del orden de 200 km en adelante, la densidad de la atmósfera es menor y da lugar a que las moléculas de gas están más alejadas, con lo que la ionización se mantiene en niveles significativos aún en ausencia de radiación solar.

La formación de la ionosfera es un proceso complicado en el que interviene la influencia de la radiación solar, principalmente la radiación X y gamma, así como las partículas de alta energía de origen solar y cósmico, así como la complejidad de la propia atmósfera. Hay dos regiones en que la producción de electrones libres por ionización de nitrógeno molecular y de oxígeno atómico y molecular es máxima.

Una ocurre a una altura de unos de 100 km y es debida a la incidencia de rayos X con longitudes de onda del orden de 10 nm y a radiación ultravioleta de longitudes de onda alrededor de 100 nm. La otra región, a una altura de alrededor de 170 km se produce por radiación de longitudes de onda entre unos 20 y 80 nm.

En la figura 11.23 se ilustra la densidad de iones en función de la altura para los diferentes gases atmosféricos. Como puede apreciarse la ionización es significativa a unos 100 km de altura y alcanza un máximo alrededor de los 200 km.

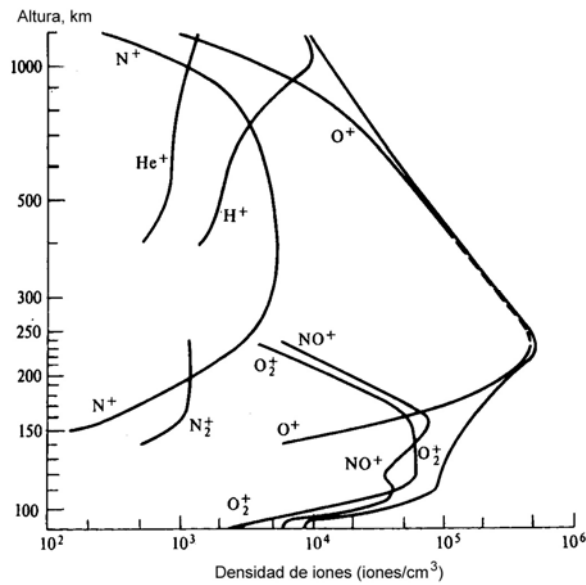


Fig 11.23. Densidad de iones de los diferentes gases atmosféricos.

La ionización es continua en amplios rangos de alturas, si bien hay ciertas regiones con características particulares que tradicionalmente se designan como D, E y F. La capa E es la región ionosférica más regular, básicamente diurna, en que la densidad electrónica es máxima cuando el sol está en el cenit, lo que permite una predicción razonable de sus variaciones diurnas, estacionales y geográficas. También es predecible la dependencia de la densidad electrónica con los cambios en la radiación solar que ocurren en el sol debido, por una parte al período de rotación del sol sobre su eje, de 27 días y a los ciclos de ocurrencia de manchas solares, con un ciclo aproximadamente de once años. La capa E está situada a una altura media del orden de 100 km.

A mayor altura, alrededor de 200 km, se tiene otra capa, la F, que durante el día se divide en dos, la capa inferior designada como F1 y la superior como F2. Esta división ocurre como consecuencia debido a que el principal mecanismo de pérdidas es un proceso de intercambio entre iones y átomos seguido de recombinación disociativa. El primero determina las pérdidas en la capa F2 y el segundo, en la F1. Aunque la máxima producción de iones ocurre en la capa F1, la máxima densidad electrónica se tiene en la F2 en que las pérdidas son menores. La densidad máxima de electrones en la capa F1 sigue, en cierta forma a la de la capa E, pero es menos predecible que ésta, tanto en su altura como en la densidad electrónica.

La máxima densidad electrónica y la altura de la región F2 están sujetas a cambios considerables, que tienen consecuencias importantes para la propagación de ondas electromagnéticas. Algunos de estos cambios son sistemáticos, pero también hay importantes variaciones de un día a otro. El comportamiento de la capa F2 está controlado principalmente por el transporte de iones a diferentes alturas siguiendo las líneas de fuerza del campo magnético terrestre, bajo la influencia de los vientos termoatmosféricos a alturas medias y altas. A todas las latitudes, la densidad electrónica en la capa F2, de manera similar a la F1 y la E, aumentan cuando aumenta el número de manchas solares. Por encima de la capa F2 la densidad electrónica está controlada principalmente por un proceso de difusión.

Otra capa, la D, a alturas del orden de 80 km, es de gran variabilidad y es la menos comprendida de todas las capas ionosféricas. Esta capa actúa como reflectora a frecuencias inferiores a unos 300 kHz y como absorbente a frecuencias mayores, debido a la elevada frecuencia de colisión a esas altitudes.

Además de las capas mencionadas antes, también se encuentra ionización adicional en capas delgadas de un espesor de unos 2 km o menos y de hasta unos 2000 km de longitud, incrustadas en la región E y que se designan como *E esporádicas*, que forman estructura irregular, en forma de parches, a alturas entre unos 90 km y 120 km. No son zonas homogéneas, sino compuestas de un gran número de irregularidades individuales de menos de 1 km de extensión. Esta capa E esporádica tiende a ser opaca a las ondas de HF de menor frecuencia y parcialmente reflectora a frecuencias superiores. En latitudes templadas esta capa se origina principalmente a causa de efectos cortantes del viento, cercanos al ecuador magnético y producidas por inestabilidades en el plasma y que a mayores alturas se debe principalmente a la incidencia de partículas de alta energía. Es frecuente en latitudes bajas y es, esencialmente, un fenómeno diurno.

### 11.33 Estructura y actividad solares

Como ya se mencionó, la radiación solar es el principal agente causante de la ionización en la atmósfera terrestre. El sol es una estrella en actividad continua y variable, que genera todo tipo de radiaciones de alta energía, principalmente partículas y energía electromagnética en forma de rayos X y rayos gamma. Entre los fenómenos solares que afectan principalmente a la ionosfera terrestre se encuentran las *manchas*, *protuberancias*, *destellos* y *llamaradas solares*. Particularmente las manchas solares son de gran importancia en el comportamiento de la ionosfera desde el punto de vista electromagnético.

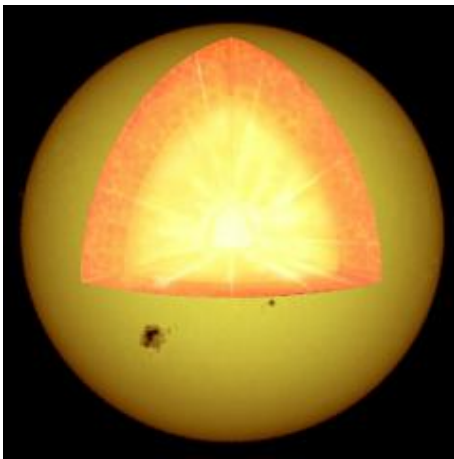


Fig. 11.24. Estructura del sol.

De manera similar a la tierra, el sol tiene diversas capas que forman su estructura, si bien a diferencia de la tierra el sol es enteramente gaseoso sin que haya en él ninguna superficie sólida. La densidad y temperatura del gas cambia drásticamente desde el centro a las regiones exteriores. En el núcleo la densidad es de  $150 \text{ g/cm}^3$ , en tanto que la capa exterior, la corona la densidad es del orden de  $10^{-15} \text{ g/cm}^3$ , cercana al vacío que se consigue en laboratorios terrestres. Desde el centro hacia la periferia, las capas que componen el sol se designan como *núcleo*, *zona radiativa*, *zona de convección*, *fotosfera*, *cromosfera*

y *corona*. La temperatura del núcleo es del orden de 15 millones de grados y se reduce a unos  $6000^\circ\text{K}$  en la fotosfera, que es la superficie efectiva del sol. Sorprendentemente, la temperatura vuelve a elevarse hasta más de dos millones de grados en la corona, la capa más exterior. Este es un fenómeno aún no bien comprendido.

Las partículas de la corona forman filamentos a lo largo de las líneas del campo magnético solar que se extienden hasta el espacio interestelar y que constituyen lo que se designa como *viento solar*. El viento solar transporta partículas a una velocidad de alrededor de  $400 \text{ km/s}$  y, cuando alcanza al campo magnético de la tierra, éste captura a los electrones y protones y los lleva a la atmósfera terrestre, donde los átomos de ésta interactúan con las partículas de alta energía procedentes del viento solar, aceptando energía de ellas y luego liberándola en forma de luz visible, formando así las *auroras boreales*.

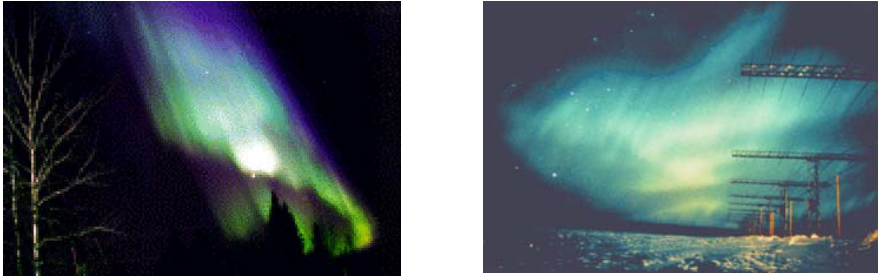


Fig. 11.25. Auroras Boreales.

La corona toma su nombre de la apariencia durante los eclipses totales de sol y se extiende a gran distancia del sol, como se aprecia en la figura 11.26 y, de hecho, llegan a alcanzar la órbita terrestre. La corona es muy delgada y, por consecuencia, sólo puede verse durante los eclipses totales, o mediante telescopios que simulan un eclipse cubriendo el disco solar. La forma de la corona está determinada principalmente por el campo magnético del sol que causa que los electrones libres se muevan siguiendo las líneas magnéticas y formen diferentes estructuras cónicas como se puede ver en la figura.

A veces, el campo magnético emerge de la superficie solar y forma lazos retornando de nuevo a la superficie. Estas estructuras magnéticas pueden verse extendiéndose por encima de la corona y formadas por partículas que siguen las trayectorias debidas al campo magnético y que se designan como *protuberancias* o *filamentos solares* ilustradas en la figura 11.27.

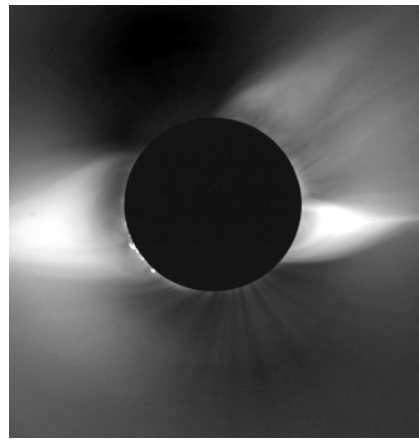
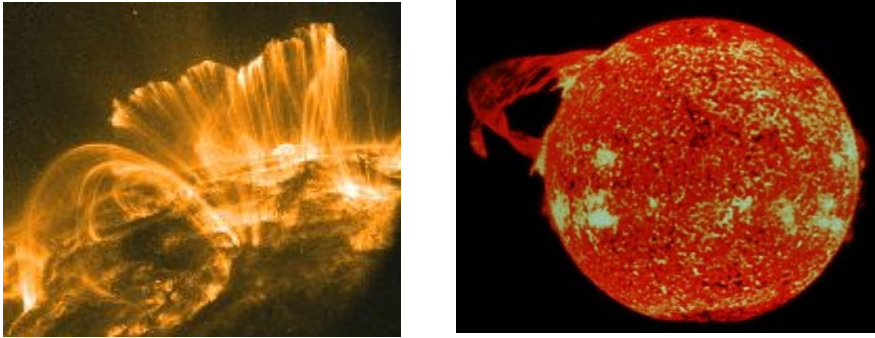


Fig. 11.26. Corona solar.

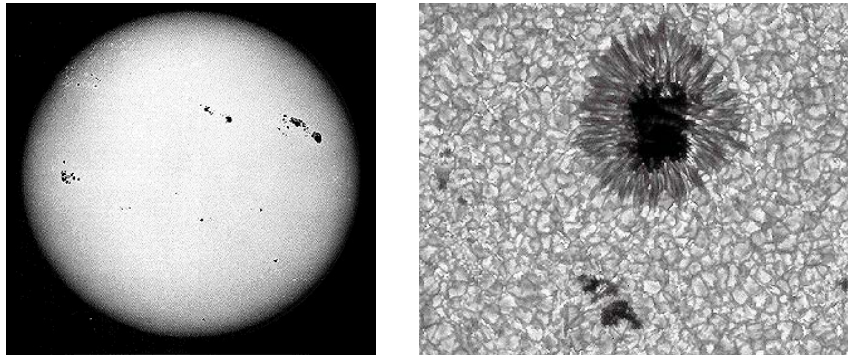
Una prominencia solar es un arco gaseoso que emerge del sol y retorna a él alcanzando a veces alturas de cientos de miles de kilómetros en el espacio. Las prominencias se mantienen, a veces hasta varios meses, sobre la superficie solar debido a la acción del intenso campo magnético. Otras veces las prominencias pueden explotar, eyectando al espacio enormes cantidades de material solar. Estas eyecciones constituyen un riesgo para los satélites, además de afectar las características de la ionosfera.



*Fig. 11.27. Protuberancias solares.*

### 11.34 Manchas solares

Desde el punto de vista que aquí nos ocupa, es la influencia que tienen estos fenómenos solares en el comportamiento de la ionosfera como medio de propagación de la energía electromagnética. Uno de los fenómenos mejor conocidos es el de las manchas solares (Fig. 11.28) que se han estudiado desde hace algo más de dos siglos y han permitido establecer estadísticas fiables de su ocurrencia.



*Fig. 11.28. Apariencia de las manchas solares.*

Las manchas solares tienen un ciclo de aproximadamente 11.1 con algunas variaciones y vienen registrándose desde alrededor del año 1700. En la figura 11.29 se muestra una gráfica que comprende desde 1750 hasta 2004.

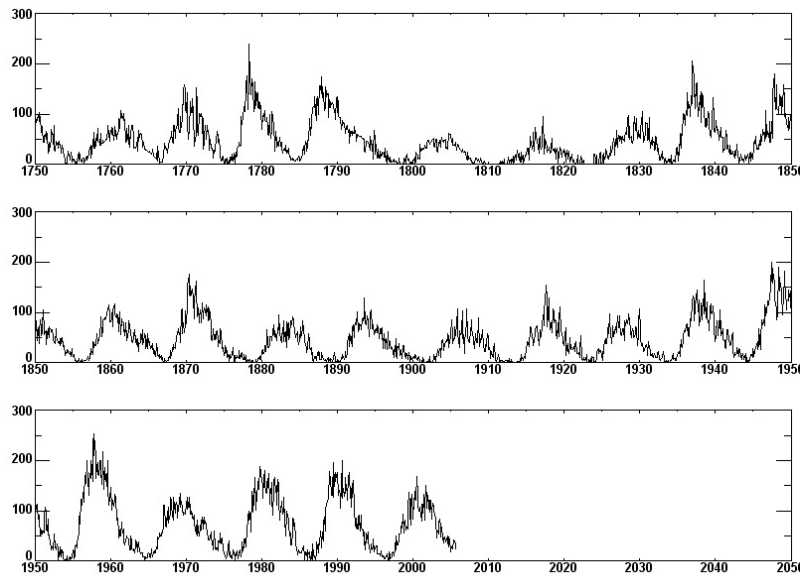


Fig. 11.29 Ciclos de manchas solares desde 1770 hasta 2004.

En 1848 Johann Rudolf Wolf del observatorio de Zurich ideó un método para estimar la actividad solar contando el número de manchas solares y el número de agrupamientos de éstas sobre la superficie solar, que aún se sigue utilizando. El método de estimación de Wolf consiste en multiplicar por 10 el número de grupos y sumarlo al número de manchas individuales en todos los grupos. Esto produce un número que se designa como *número de manchas solares* o *número de Wolf*, que no debe confundirse con el número real de manchas solares. Ideó este procedimiento debido a que ninguno de los dos números por separado, el de manchas y el de grupos, reflejaba completamente el nivel de actividad. Confirmó la existencia cíclica de las manchas solares y determinó el ciclo como en 11.1 años utilizando sus propias observaciones y las estadísticas de observaciones previas a lo largo de más de cien años. El número de Wolf se calcula como:

$$R = k(10g + s) \quad (11.73)$$

Donde  $g$  es el número de grupos,  $s$  el de manchas individuales y  $k$  es una constante, generalmente menor que 1 y que depende de las condiciones de observación y tipo de telescopio utilizado. El número de manchas solares varía diariamente en un ciclo de 27 días, el período de rotación del sol en el ecuador y en ciclos de 11 años. Estas variaciones se ilustran en la figura 11.30.

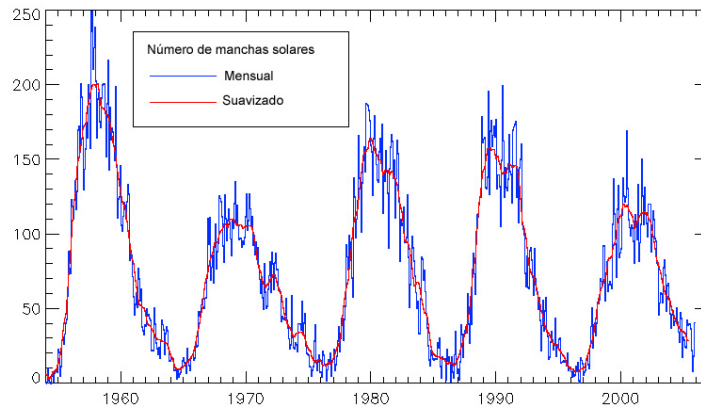


Fig. 11.30. Variabilidad en el número de manchas solares.

De hecho hay dos números de manchas solares, uno designado como *número de Boulder* y otro como *número internacional de manchas solares*. El primero se computa en el observatorio de Boulder en los Estados Unidos y se publica diariamente en la página web <http://www.spaceweather.com/>. El segundo se publica diariamente por el *Sunspot Index Data Center* en Bruselas (<http://sidc.oma.be/>). Ambos números se calculan con la misma fórmula básica, pero incorporan datos de diferentes observatorios, con lo que el factor  $k$  en la fórmula es diferente. El número de Boulder es usualmente alrededor de 25% mayor que el segundo. Una regla sencilla es que, si se divide cualquiera de los dos números anteriores por 15, se tiene el número aproximado de manchas solares visibles en el disco solar si se mira al sol proyectando su imagen sobre una placa de papel mediante un telescopio pequeño.

Como se puede apreciar de lo anterior, la variación en el número de manchas solares es suficientemente grande como para permitir una predicción precisa. Sin embargo, si se toma 100 como el número máximo práctico y 10 como el mínimo, puede predecirse el porcentaje de los días en que esos valores pueden cumplirse o predecirse<sup>43</sup>. Para estudios y predicciones a plazo largo, se emplea otro parámetro en que se reducen las variaciones rápidas sin enmascarar la componente de variación suave y que se define como *número medio de manchas solares*,  $R_{12}$ , dado por<sup>44</sup>:

$$R_{12} = \frac{1}{12} \left[ \sum_{n-5}^{n+5} R_k + \frac{1}{2} (R_{n+6} + R_{n-6}) \right] \quad (11.74)$$

<sup>43</sup> *The Simplified HF Propagation Designers Handbook*. Motorola, HF-SSB Product Department. Jan. 1969.

<sup>44</sup> Recomendación 371-3 del CCIR (UIT-R). *Choice of indices for long-term ionospheric predictions*. XIV Plenary Assembly, Kyoto, 1978.

En que  $R_k$  es el valor medio del número diario de manchas solares para un mes y  $R_{12}$  es el índice suavizado para el mes representado por  $k = n$ . Una desventaja de este índice es que predice la actividad solar a corto plazo y que el valor disponible más reciente está centrado necesariamente en un mes anterior en seis meses al presente. En cualquier caso resulta un parámetro muy útil para predicciones a largo plazo.

### 11.35 Características de las capas ionosféricas

**Capa D.** Ocurre entre unos 50 90 km y es una capa exclusivamente diurna. La densidad de iones se corresponde con la elevación del sol. Esta capa refleja ondas electromagnéticas en las bandas de VLF (3-30 kHz) y LF (30-300 KHz), absorbe las de la banda de MF (300-3000 kHz) y absorbe parcialmente las de frecuencias mayores.

**Capa E.** Ocurre a alturas de alrededor de 110 km y es la más importante para comunicaciones diurnas a distancias hasta de unos 2000 km y para la propagación diurna de frecuencias medias (MF) a distancias de unos 200 km. La ionización es proporcional a la elevación del sol y disminuye en la noche, pero no desaparece. En la región de la capa E ocurre también la formación de zonas con ionización inusualmente alta, que se designan como *E esporádica*, que pueden ocurrir hasta más del 50% en algunos días y noches. La capa E esporádica impide ocasionalmente que frecuencias que normalmente debían traspasar la capa E, alcancen capas superiores. La capa E esporádica permite también transmisiones ocasionales de larga distancia en VHF.

**Capa F1.** Es una capa diurna a alturas entre unos 175 y 200 km y ocasionalmente refleja las transmisiones de alta frecuencia, si bien las ondas que penetran oblicuamente la capa E traspasan también la F1 y son reflejadas por la F2. En este caso, la capa F1 introduce absorción adicional.

**Capa F2.** Está situada aproximadamente entre 250 y 400 km de altura y es la principal región reflectora para comunicaciones de larga distancia en HF (3-30 MHz). Su altura y densidad de ionización varían a lo largo del día, según la estación del año y el ciclo de manchas solares. La ionización en esta capa no sigue la ionización del sol en forma alguna, puesto que debido a su densidad extremadamente baja, el medio puede almacenar la energía solar recibida durante muchas horas y a causa de eso, puede aún liberar electrones durante la noche. En la noche las capas F1 y F2 se juntan y forman una sola capa, la F, a una altura del orden de 300 km.

### 11.36 Efectos del campo magnético sobre la propagación ionosférica

Uno de los efectos a que se ven sometidas las ondas electromagnéticas que se propagan en la atmósfera terrestre, incluida la ionosfera, es un efecto magneto-óptico o *efecto Faraday*, en que el plano de polarización de la onda se gira bajo la influencia de un campo magnético paralelo a la dirección de propagación. El efecto fue observado inicialmente por Faraday en 1845. La magnitud de la rotación, en radianes está dada por  $R_m \lambda^2$ , en que  $\lambda$  es la longitud de onda y  $R_m$  es un factor designado como *medida de rotación*, que a su vez depende de la densidad de flujo magnético  $B$  y de la densidad electrónica.

$$R_m = \frac{e^2}{2\pi m^2 c^4} \int_0^d n_e B ds \quad (11.75)$$

Donde  $e$  es la carga electrónica,  $m$  la masa,  $c$  la velocidad de la luz en el vacío y  $n_e$  la densidad electrónica.

Las ondas electromagnéticas que se propagan en la ionosfera también están sometidas a la rotación de Faraday y, como indica la ecuación anterior, el efecto es proporcional al cuadrado de la longitud de onda. A 435 MHz se tendrán del orden de 1.5 rotaciones completas del frente de onda al atravesar la ionosfera, en tanto que a 1.2 GHz, la rotación será de  $\frac{1}{4}$  de vuelta. Un efecto adicional es que si una onda está polarizada linealmente, se vuelve polarizada elípticamente. La magnitud de la rotación es proporcional a la intensidad del campo magnético y de la distancia que recorre la onda en el medio de propagación.

El peor caso de despolarización ocurre cuando la propaga a ángulos rectos del campo magnético y el campo eléctrico de la onda incidente está a 45 grados respecto al campo magnético. En estas condiciones la onda puede considerarse como la superposición de dos ondas linealmente polarizadas, una con el campo eléctrico paralelo al magnético y otra perpendicular a éste. A estas componentes de la onda se les designa, a la primera como *ordinaria* y a la segunda como *extraordinaria*. En el caso de la onda ordinaria, el campo eléctrico acelera a los electrones paralelos al campo magnético y éste no tiene influencia ya que sólo actúa sobre partículas que se mueven en direcciones perpendiculares u oblicuas respecto a él. En el caso de la onda extraordinaria, su campo eléctrico acelera a los electrones normales al campo magnético que, a su vez, ejerce fuerza los electrones y modifica su movimiento. Esto da lugar a que el índice de refracción ionosférica sea diferente para las ondas ordinaria y extraordinaria y que varíe también según la intensidad del campo magnético.

Si el campo eléctrico de la onda que se propaga a través del campo magnético tiene polarización paralela o perpendicular a éste, no hay polarización elíptica. Si la propagación no es totalmente perpendicular al campo magnético, entonces la rotación de Faraday causará rotación del eje mayor de la elipse. Si la rotación de Faraday es un múltiplo exacto del número de medias vueltas la elipticidad se cancelará. A frecuencias de VHF y superiores, el efecto de despolarización es poco significativo.

Al ser diferentes los índices de refracción de las dos componentes de la onda incidente, sus velocidades de propagación también son diferentes, lo que da lugar a un defasamiento progresivo entre dichas componentes. Este defasamiento es la causa de despolarización de la onda y si llega a 90°, la onda acabará polarizada circularmente.

Por otra parte, es bien sabido que cuando una partícula cargada penetra oblicuamente en un campo magnético, sigue una trayectoria helicoidal alrededor de las líneas de fuerza del campo, a la que se asocia el concepto de *girofrecuencia* o frecuencia de rotación. Esta frecuencia de rotación de los iones en la ionosfera es función de la intensidad del campo magnético y varía con la localización geográfica. Para la ionosfera, la girofrecuencia se sitúa entre unos 700 y 1600 kHz<sup>45</sup> Usualmente se tienen mapas con curvas correspondientes a la girofrecuencia. La girofrecuencia electrónica está dada por:

$$f_{ge} = \frac{eB}{2\pi m_e} \quad (11.76)$$

La importancia de la girofrecuencia está en que, dada la amplitud de las trayectorias seguidas por los electrones, aumenta el número de colisiones entre electrones y moléculas en la capa D, dando como resultado el aumento de la atenuación en ella a frecuencias cercanas a  $f_{ge}$ .

Según se mencionó antes, el índice de refracción de las componentes ordinaria y extraordinaria de la onda son diferentes o, en otras palabras, la permitividad relativa de la capa ionizada desarrolla dos componentes, dando como resultado dos frecuencias críticas para esa capa. En la práctica esta situación sólo se manifiesta en la capa F2, que se designan como frecuencia crítica para el rayo ordinario,  $f_oF_2$  y frecuencia crítica para el rayo extraordinario  $f_xF_2$ .

---

<sup>45</sup> Dorhoffer, A.M. *The 160-Meter Band: An Enigma Shrouded in Mystery*. CQ Magazine, March & April 1998.

### 11.37 Velocidades de fase y de grupo

La velocidad de fase de una onda en un medio de permitividad relativa  $\epsilon_r$  está dada por:

$$v_p = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad (11.77)$$

Donde  $c$  es la velocidad de la luz en el vacío. Ahora bien como se ve de la ecuación (11.71), si la onda puede alcanzar una altura tal que la permitividad relativa sea cero, la velocidad de fase sería infinita. Sin embargo, la velocidad con que se transporta la energía de una onda no es la velocidad de fase, sino la velocidad de grupo  $v_g$ . La relación entre estas velocidades es:

$$v_p v_g = c^2 \quad (11.78)$$

Esta situación se cumple también en la ionosfera, por lo que el significado de (1.11) puede interpretarse como que si la velocidad de fase se hace infinita, la velocidad de grupo es cero, o lo que es lo mismo, deja de propagarse *hacia arriba*.

### 11.38 Frecuencia máxima utilizable (MUF)

Cuando una onda incide oblicuamente sobre una capa ionizada con un ángulo  $\phi_i$  se refracta sucesivamente siguiendo una trayectoria curva, como se ilustra en la figura 11.32. En cada punto de la curva el ángulo de refracción es  $\phi_r$ .

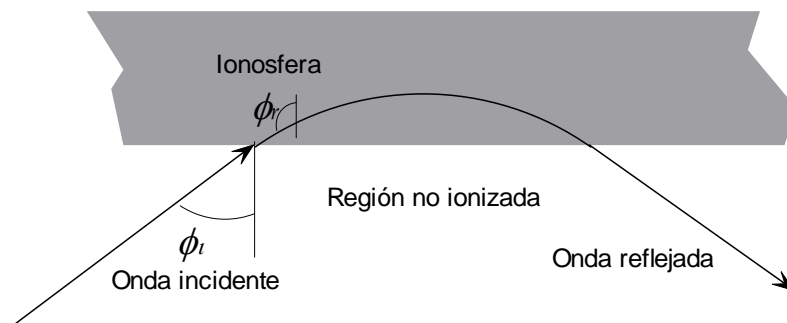


Fig. 11.31. Incidencia oblicua.

En el punto de inflexión de la curva, el ángulo de refracción es de  $90^\circ$ , con lo que:

$$v_p = \frac{c}{\text{sen } \phi_i} \quad (11.80)$$

Según el ángulo de incidencia se acerca a cero, la velocidad de fase tiende a infinito, de acuerdo con lo expuesto en la sección [ ] y, de acuerdo a (1.10), se tiene que:

$$\sqrt{\varepsilon_r} = \text{sen } \phi_i \quad (11.81)$$

Si se substituye  $\varepsilon_r$  por (1.1) se tiene:

$$\text{sen}^2 \phi_i = 1 - \frac{f_p^2}{f^2} \quad (11.82)$$

De donde puede demostrarse fácilmente que:

$$f = f_p \sec \phi_i \quad (11.83)$$

La expresión anterior se designa como *ley de la secante*. La frecuencia máxima que se puede utilizar está determinada por el valor máximo de la densidad electrónica, es decir,  $f_0$  y se designa como *máxima frecuencia utilizable* (MUF):

$$\text{MUF} = f_0 \sec \phi_i \quad (11.84)$$

A frecuencias inferiores a la MUF, la onda es reflejada de nuevo hacia la tierra. A frecuencias superiores, la refracción no es suficiente para reflejar la onda y ésta se escapa hacia el espacio, si bien puede ser reflejada por alguna capa ionosférica superior, más densa. Las pérdidas en la ionosfera son mínimas cerca de la MUF y aumentan rápidamente para frecuencias inferiores durante el día.

Si se varía el ángulo de incidencia, o más propiamente el ángulo de tiro de la antena hacia la ionosfera, se alcanza un ángulo para el que se verifica la ecuación (1.17), por encima del cual las ondas ya no se reflejan, sino que traspasan la ionosfera.

En la discusión anterior se ha ignorado la curvatura, tanto de la tierra como de la ionosfera. El error en este caso es muy pequeño para distancias entre transmisor y receptor menores de unos 1000 km. A distancias mayores es necesario introducir un factor de corrección para aplicar la ley de la secante y la ecuación para la MUF.

### 11.39 Frecuencia óptima de trabajo (FOT)

La frecuencia que generalmente se emplea para las comunicaciones ionosféricas se designa como *frecuencia óptima de trabajo* (FOT) y es alrededor de un 15% menor que la MUF. Es deseable que la frecuencia de operación sea lo más alta posible, ya

que la atenuación de la onda en las capas ionosféricas es inversamente proporcional al cuadrado de la frecuencia. Si se emplea la MUF como frecuencia de operación, que es la frecuencia límite, la variabilidad en las condiciones de la ionosfera pueden dar lugar a que la MUF instantánea sea menor que la frecuencia de operación y, por consecuencia la onda se desvíe hacia el espacio sin reflejarse. En general, la experiencia práctica ha demostrado que una FOT 15% por debajo de la MUF proporciona una solución satisfactoria.

#### 11.40 Altura virtual

Si bien la refracción es el principal mecanismo en la propagación ionosférica, es más conveniente pensar en el proceso como una reflexión, como se ilustra en la figura 11.33.

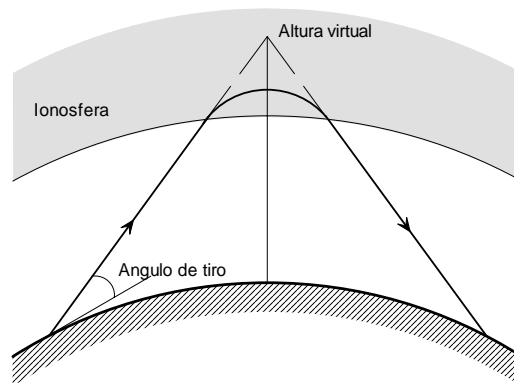


Fig. 11.32. Concepto de la altura virtual.

La altura virtual de una capa ionosférica es la altura equivalente de un hipotético punto de reflexión que produjera el mismo efecto que el verdadero proceso de refracción. La altura virtual de las capas ionosféricas se determina utilizando las sondas ionosféricas, o ionosondas, que son un tipo de radar orientado verticalmente. Las ionosondas envían pulsos barriendo un amplio rango de frecuencias, normalmente desde 2 MHz hasta 8 MHz o más, verticalmente hacia la ionosfera. La frecuencia de cualquier eco recibido es recogida y almacenada junto con el instante de tiempo en el que se produjo la recepción, posteriormente será representada como una distancia en función de la frecuencia en un ionograma, como el ilustrado en la figura 11.33.

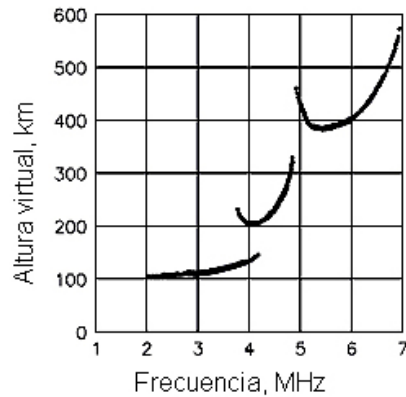


Fig. 11.33. Altura virtual para diferentes frecuencias.

La mayor frecuencia de las emitidas por la ionosonda que refleja y es detectada se designa como *frecuencia crítica*. Conocida ésta y el tiempo total de viaje de la señal, puede establecerse el valor de la altura virtual<sup>46</sup> y su valor es importante en el cálculo del ángulo de tiro de la antena transmisora y de la distancia de salto.

#### 11.41 Distancia de salto

La *distancia de salto* es la distancia, sobre la superficie de la tierra, que alcanza una onda de radio reflejada en la ionósfera. La máxima distancia de salto se tiene cuando el ángulo de tiro de la antena transmisora es tangente a la superficie de la tierra ( $0^\circ$ ) y, si la reflexión es en la capa E, esta distancia es del orden de 2000 km y de 4000 km si la reflexión es en la capa F. La distancia de salto depende del ángulo de tiro y de la altura virtual de la ionosfera. En la gráfica de la figura 11.34 se muestran las distancias de salto para diferentes alturas virtuales y ángulos de incidencia. No confundir aquí el ángulo de tiro de la antena con el ángulo de incidencia sobre la ionosfera. El ángulo de tiro es el que forma la dirección de máxima radiación de la antena transmisora con la superficie de la tierra.

<sup>46</sup> Para un tratamiento teórico algo más completo véase Roody, D. & Coolen, J. *Electronic Communications*, 4th Ed. Prentice Hall, Inc. 1995

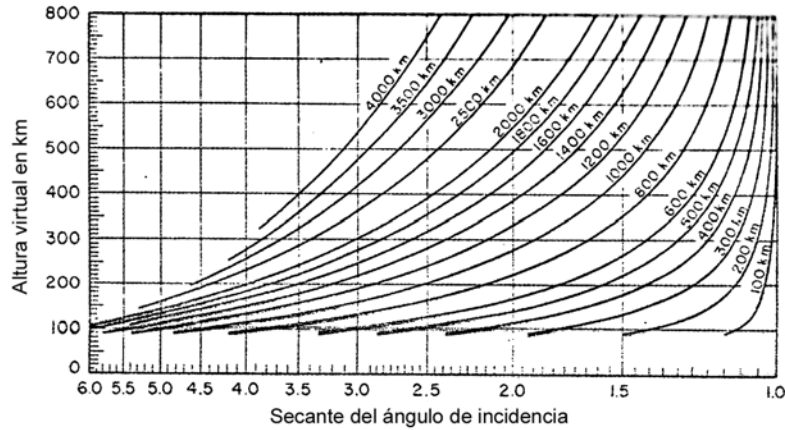


Fig. 11.34. Distancias de salto en función del ángulo de incidencia,  $\phi_i$  y altura virtual de la capa ionosférica.

De la gráfica se aprecia que para ángulos pequeños, es decir incidencia casi vertical sobre la ionosfera, las distancias de salto son pequeñas (100 km), en tanto que para ángulos de incidencia grandes (ángulos de tiro pequeños) la distancia de salto aumenta. Por ejemplo, para una antena con un ángulo de tiro de  $15^\circ$ , el ángulo de incidencia será de  $75^\circ$  y la secante de  $75^\circ$  vale 3.86. Si la altura virtual de la capa F es de 300 km, la distancia de salto que se consigue es de 4000 km.

#### 11.42 Saltos múltiples

Las ondas reflejadas en la ionosfera inciden sobre la tierra a una distancia de salto, nuevamente son reflejadas por ésta de nuevo hacia la ionosfera donde nuevamente serán reflejadas por ésta. Evidentemente en tanto en la reflexión terrestre como por la ionosfera se agregará atenuación a la señal. Independientemente de esto, es claro que pueden alcanzarse grandes distancias mediante varios saltos. Por ejemplo, un circuito ionosférico entre Europa y el Continente Americano, cuya distancia es del orden de ocho a diez mil kilómetros en el hemisferio norte, puede conseguirse con dos saltos.

Como la atenuación es muy grande es necesario compensarla utilizando transmisores de potencias considerables y antenas de alta ganancia. No es extraño encontrar transmisores de onda corta de potencias superiores a 100 kw con antenas de ganancias de más de 10 dB.

### 11.43 Angulos de salida y llegada

Los ángulos verticales de tiro o salida de la antena transmisora y de llegada en la antena receptora son de gran importancia en el diseño de sistemas de comunicaciones ionosféricas. Estos ángulos, para transmisión por un salto, se obtienen de la geometría de una trayectoria triangular sobre la superficie curva de la tierra con el vértice apical del triángulo en la altura virtual a la que se asume que tiene lugar la reflexión. En la gráfica 11.35 se muestra la distancia del salto en millas (1 milla = 1.609 km) en función del ángulo de radiación en grados y de la altura virtual de la ionosfera en km<sup>47</sup>.

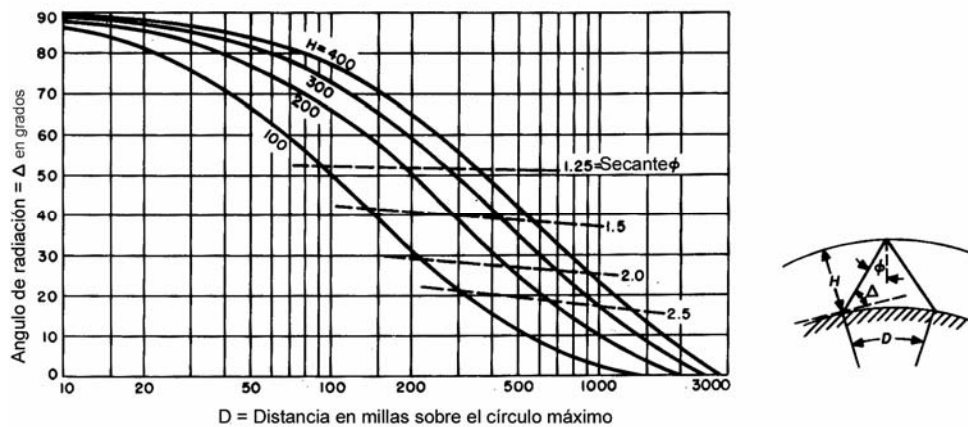


Fig. 11.35. Distancia de salto en función del ángulo de tiro y de la altura virtual de la capa ionosférica.

Los ángulos de radiación o tiro y de llegada están determinados por el patrón de radiación vertical de las antenas transmisora y receptora. Además de ellos, también es importante la orientación geográfica del lóbulo de máxima radiación de las antenas en el plano horizontal. Para determinar esta orientación respecto al norte geográfico es necesario efectuar los cálculos sobre un triángulo esférico cuyos vértices se sitúan en el polo norte y en las ubicaciones geográficas del transmisor y del receptor, para determinar así el ángulo que forma el círculo máximo que une al transmisor y al receptor. Este procedimiento es análogo al que se emplea en la navegación marítima y aérea para determinar el rumbo adecuado de las naves, teniendo en cuenta que en una esfera la distancia más corta entre dos puntos no es una recta, sino un *círculo máximo*.

<sup>47</sup> Reference Data for Radio Engineers, 5<sup>th</sup> Ed. Howard W. Sams & Co., Inc. 1968.

### 11.44 Cálculos de círculo máximo

En la figura 11.36 se ilustra el caso para un circuito de comunicaciones ionosféricas en que tanto el transmisor (A) como el receptor (B) están en el hemisferio norte. Las coordenadas geográficas (longitud y latitud) de ambos, son conocidas. Los círculos máximos que unen a A y a B con el polo norte forman los ángulos X e Y con el círculo máximo que las une, cuya distancia es Z.

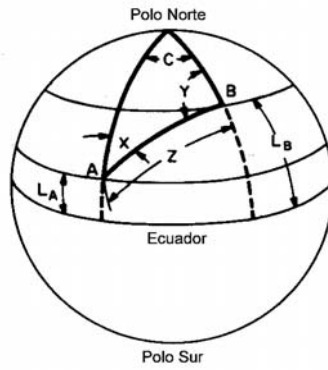


Fig. 11.36 Circuito en el hemisferio norte.

El cálculo de Z puede realizarse como sigue:

Sea B el punto de mayor latitud y  $L_B$  su latitud. A es el punto de latitud menor, es decir el más cercano al ecuador y  $L_A$  su latitud y sea C la diferencia de longitudes entre A y B. Se tienen entonces las siguientes ecuaciones:

$$\tan\left(\frac{Y - X}{2}\right) = \cot\left[\frac{C}{2} \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{L_B - L_A}{2}\right)}{\cos\left(\frac{L_B + L_A}{2}\right)}\right] \quad (11.85)$$

$$\tan\left(\frac{Y + X}{2}\right) = \cot\left[\frac{C}{2} \frac{\cos\left(\frac{L_B - L_A}{2}\right)}{\operatorname{sen}\left(\frac{L_B + L_A}{2}\right)}\right] \quad (11.86)$$

De donde se obtienen los valores de  $\frac{1}{2}(Y + X)$  y  $\frac{1}{2}(Y - X)$  y, por consecuencia de X e Y. Estos ángulos dan la orientación de las antenas transmisora y receptora res-

pecto al norte geográfico. En las fórmulas anteriores las latitudes al norte del ecuador se toman como positivas y al sur, como negativas.

La distancia  $Z$ , en grados se calcula como:

$$\tan\left(\frac{Z}{2}\right) = \tan\left(\frac{L_B - L_A}{2}\right) \times \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{Y + X}{2}\right)}{\operatorname{sen}\left(\frac{Y - X}{2}\right)} \quad (11.87)$$

Esta distancia en grados se convierte fácilmente a distancia lineal como:

$$Z(\text{km}) = 111.12 \times Z^\circ$$

$$Z(\text{millas}) = 69.05 \times Z^\circ$$

$$Z(\text{millas náuticas}) = Z^\circ \times 60$$

El procedimiento a seguir es el mismo independientemente de los hemisferios en que se encuentre el transmisor y el receptor.

#### 11.45 Cálculos de propagación en circuitos ionosféricos

Los cálculos de propagación en el caso de circuitos de comunicaciones ionosféricas siguen el mismo enfoque general que los ya tratados para propagación sobre la superficie terrestre. Es decir, conocida la potencia radiada por la antena transmisora y la distancia al receptor, se trata de determinar el nivel de señal a la entrada de éste y si satisface las condiciones necesarias en lo que respecta a la relación señal a ruido, interferencias, etc. El problema inverso o de síntesis parte de la señal que es necesario recibir en un punto determinado, a una distancia dada del transmisor y en un medio de propagación determinado, para determinar la potencia radiada necesaria. En el tratamiento que hemos dado aquí, el objeto ha sido, principalmente, determinar la atenuación en la trayectoria de propagación, lo que es suficiente en la mayoría de las aplicaciones de ingeniería en que no se requiere un conocimiento más profundo de la dinámica del canal. La ionosfera es un medio de complejidad tal que requiere un breve conocimiento de sus propiedades, características y mecanismos físicos, ninguna de ellas controlable. Aquí nos limitaremos básicamente a tratar sólo el tema de la atenuación.

Debido a la variabilidad y complejidad de la ionosfera, la predicción del comportamiento de un sistema de radiocomunicaciones ionosféricas resulta particularmente difícil y puede decirse que constituye un reto para cualquier ingeniero de comu-

nicaciones. Pero es un reto muy interesante que, valga decirlo, produce grandes satisfacciones.

Si consideramos sólo el medio de propagación, sin incluir las antenas, la potencia de la señal recibida está dada simplemente por:

$$P_R = P_T - L_{TOTAL} \quad (11.88)$$

Donde  $P_T$  es la potencia isotrópica equivalente radiada por la antena transmisora y  $L_{TOTAL}$  es la suma de todas las atenuaciones que intervienen en la trayectoria de propagación. En el caso del circuito ionosférico de la figura 11.37, la onda electromagnética recorre una distancia entre transmisor y receptor que no es la distancia medida sobre la superficie de la tierra, sino  $d = d_1 + d_2$ .

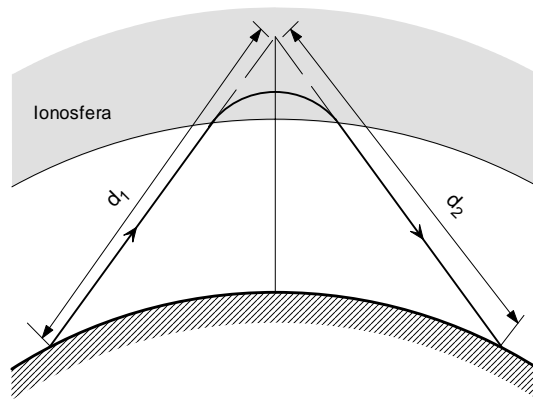


Fig. 11.38. Trayectoria ionosférica

El sólo hecho de recorrer esa distancia introduce una atenuación básica igual a la que recorrería en el espacio libre. Sin la presencia de la ionosfera ésta sería la única atenuación a considerar, ya que las condiciones de propagación serían prácticamente de espacio libre. Sin embargo, al atravesar una porción de la ionosfera, la onda sufre atenuación adicional que es necesario cuantificar de alguna forma. Esta atenuación, como se vio obedece a mecanismos complejos y, con frecuencia, impredecibles. Así la atenuación total será la suma de varias componentes:

**Atenuación debida la distancia.** Según la onda se dispersa en el espacio a partir de la antena transmisora, su densidad de flujo de potencia disminuye en función del inverso del cuadrado de la distancia. En la transmisión ionosférica, la distancia real que recorre la onda entre las antenas transmisora y receptora es mayor que la distancia

en el círculo máximo sobre la superficie terrestre, ya que sube a la ionosfera y se refleja. La longitud de la trayectoria de propagación puede determinarse cuando se conoce la altura de la capa reflectora. una forma tradicional de calcular esta atenuación es empleando nomogramas como el mostrado en la figura 11.38, que permiten una forma sencilla de cálculo.

Utilizando este nomograma el cálculo de la atenuación en la trayectoria de propagación es sumamente simple. Se conocen la distancia de salto y la frecuencia de funcionamiento. Su unen mediante una línea recta y el punto de cruce con la recta de la atenuación, da el valor de ésta en dB.

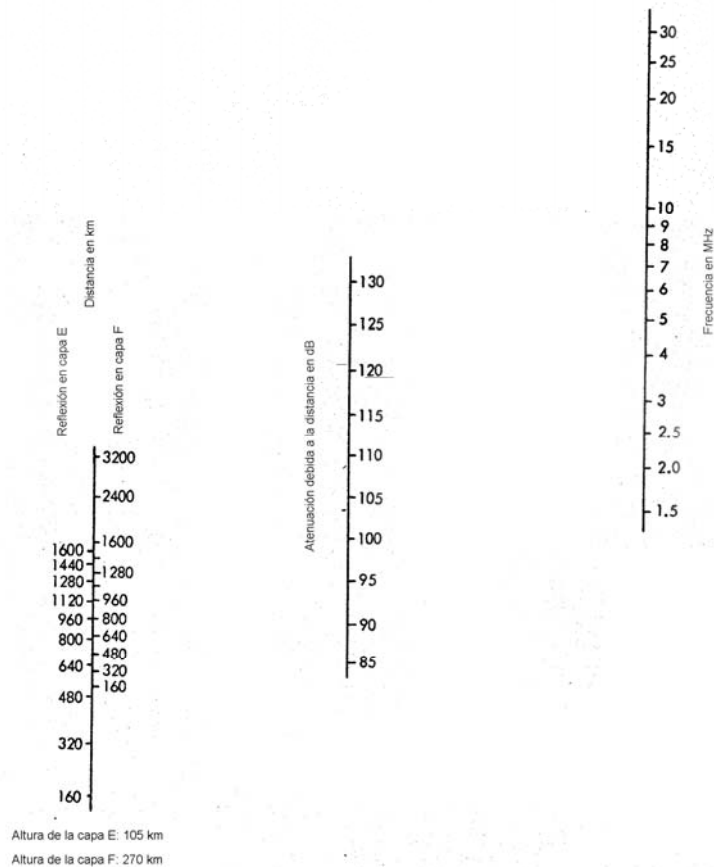


Fig. 11.38. Nomograma para calcular la atenuación en la trayectoria de propagación<sup>48</sup>

<sup>48</sup> *The Simplified HF Propagation Designers Handbook*. Motorola HF-SSB Product Department. Motorola, Inc. 1969.

**Despolarización.** Se mencionó ya, que en el interior de la ionosfera se tienen dos ondas, una ordinaria y otra extraordinaria, a causa del efecto magnetoiónico. Al penetrar a la ionosfera una onda con polarización arbitraria excitará en diferente medida a las ondas ordinaria y extraordinaria, dependiendo del ángulo de incidencia. Así, desde el punto de vista de una sola de las ondas magnetoiónicas, habrá una pérdida de potencia al entrar a la ionosfera. Al abandonar la ionosfera, la polarización de una onda magnetoiónica particular tendrá cierta configuración dependiendo del ángulo entre el frente de propagación y el campo magnético de la tierra en el límite inferior de la ionosfera. Puesto que el ángulo entre el campo magnético terrestre y la onda incidente, es diferente del ángulo de la onda emergente, la polarización de ésta será en general, diferente de la polarización de la onda incidente. Además, la polarización de la onda no corresponderá a la de la antena receptora debido a la despolarización sufrida al pasar por la ionosfera. Esto en general, agrega también cierta pérdida a la señal recibida.

**Absorción por colisión electrónica.** En la capa D y las porciones inferiores de la capa E parte de la energía se absorbe a consecuencia de las colisiones electrónicas causadas por la onda incidente. De hecho esta energía se pierde en forma de calor.

**Atenuación debido a la curvatura de la ionosfera.** Esto produce efectos de enfoque sobre la onda que viaja hacia tierra, aumentando o reduciendo la densidad de flujo de potencia.

**Índice de Absorción.** El índice de absorción ionosférica es función del número de manchas solares y del ángulo cenital del sol. Sin manchas solares y con el sol en el cenit ( $0^\circ$ ) el índice de absorción es 1.0, con 130 manchas solares, el índice de absorción aumenta a 1.45. El índice de absorción es mínimo con el sol en el horizonte ( $90^\circ$ ).

**Girofrecuencia.** La girofrecuencia interviene también en la atenuación ionosférica a causa de la despolarización que produce en la onda emergente de la ionosfera, por lo que en los cálculos de propagación es necesario tener una estimación de su valor. Los valores actualizados de girofrecuencia

pueden obtenerse con facilidad en Internet y aquí se ilustra la distribución geográfica de los valores de girofrecuencia típicos<sup>49</sup>.

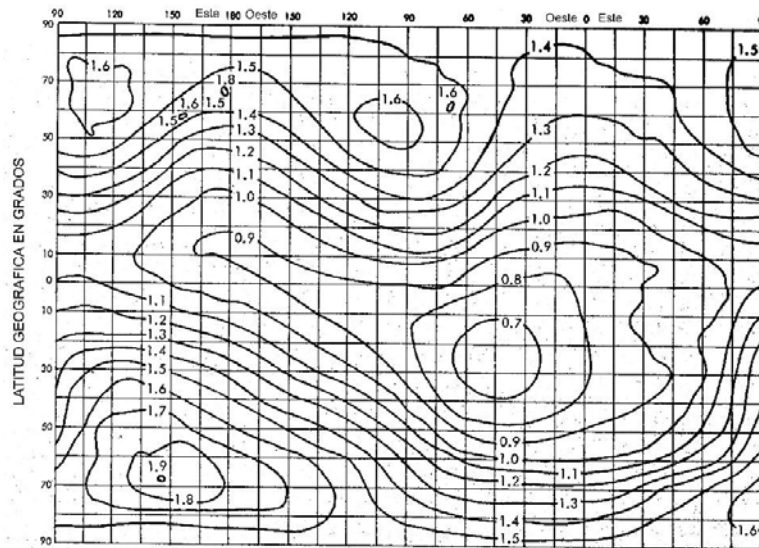


Fig. 11.41. Distribución geográfica de girofrecuencias en MHz.

**Determinación de la pérdida por absorción.** Una vez determinados el índice de absorción, el ángulo de radiación y la girofrecuencia, las pérdidas por absorción pueden calcularse fácilmente mediante el nomograma de la figura 11.42<sup>49</sup>. Para este cálculo se procede de la forma siguiente:

- Se traza una recta que una al ángulo de radiación con el índice de absorción.
- Se marca el punto en que esta recta cruza el punto vertical central.
- Se suma la frecuencia de operación a la girofrecuencia.
- Se traza una recta desde el valor obtenido en el punto anterior a la marca realizada sobre la línea central y se prolonga hacia la izquierda hasta cruzar con el valor de la absorción en dB.

<sup>49</sup> *The Simplified HF Propagation Designers Handbook*. Motorola HF-SSB Product Department. Motorola, Inc. 1969

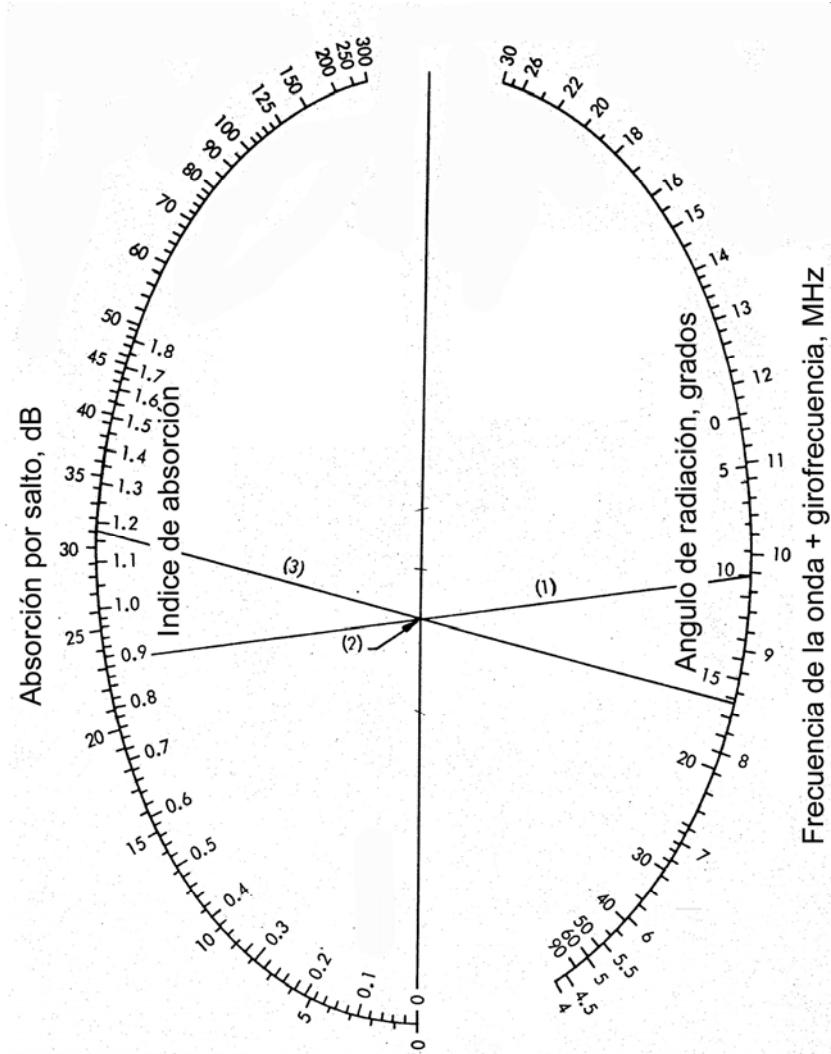


Fig. 11. Nomograma para el cálculo de la absorción ionosférica.

El procedimiento de cálculo descrito antes es bastante sencillo, teniendo en cuenta que es necesario conocer los números de manchas solares y la girofrecuencia, lo que en la actualidad es fácil gracias a la información en Internet<sup>50</sup>. Este procedimiento puede designarse como tradicional y, con algunas variantes, se ha utilizado durante mucho tiempo y aún se sigue empleando.

<sup>50</sup> Por ejemplo, <http://www.spaceweather.com>.

La atenuación total se obtiene sumando la atenuación en la trayectoria más la atenuación causada por la absorción ionosférica.

### 11.46 Software para cálculo de circuitos ionosféricos

En la actualidad hay numerosos programas para el cálculo de circuitos de comunicaciones ionosféricas que facilitan considerablemente el trabajo y dan lugar a predicciones más fiables. Algunos de esos programas son de libre distribución, otros conllevan el pago de una licencia, aunque no por esto son mejores que los primeros.

Mencionaremos aquí solamente un programa, de distribución libre, que fue elaborado por el Gobierno de los Estados Unidos y que viene siendo ampliamente utilizado. El programa, designado como VOACAP (<http://www.voacap.com/>) puede descargarse de la red y contiene amplia información para su uso.

### Problemas

11.1. Un transmisor móvil funciona a una frecuencia de 1690 kHz, de modo que la propagación es por onda de tierra y la intensidad de campo a una distancia de 16 km debe ser, por lo menos de 500  $\mu\text{V}/\text{m}$ . La antena transmisora tiene una eficiencia de 50%, es decir, que radia la mitad de la potencia que se le suministra. El diagrama de radiación es de tipo cosenoidal, de modo que el campo radiado es proporcional al coseno del ángulo de elevación. La conductividad de la tierra es de  $5 \times 10^{-5}$  mho/cm y la constante dieléctrica promedio es de 15. Determine la potencia necesaria del transmisor.

11.2. En el caso del problema anterior, determine la potencia necesaria del transmisor si la frecuencia fuera: (a) de 3 MHz y (b) de 500 kHz.

11.3. Una serie de mediciones de intensidad de campo alrededor de una estación de radiodifusión sonora funcionando a 900 kHz, ponen de manifiesto que, a una distancia de 32 km que la intensidad de campo de la onda de superficie es del 25% de la intensidad calculada si las pérdidas de la onda de superficie fueran cero. Determine aproximadamente la conductividad de la tierra en estas condiciones, suponiendo un valor razonable para la constante dieléctrica.

11.4. Utilizando algún programa de cálculo, por ejemplo MATLAB®, haga una gráfica de la profundidad de penetración en el agua de mar para frecuencias entre 10 kHz y 100 MHz.

11.5. Se pretende establecer un sistema de comunicaciones con vehículos, a 50 MHz. La potencia del transmisor central es de 100 w y se utiliza una antena direccional cuya ganancia en la dirección deseada es el triple de la de un dipolo de media longitud de onda. La altura de la antena transmisora es de 50 m y la de la antena receptora puede considerarse como de 2 m. Se estima que es necesaria una intensidad de campo de  $100 \mu\text{V}/\text{m}$  para proporcionar una señal satisfactoria en el punto de recepción. Calcule el rango de cobertura del sistema asumiendo condiciones de tierra plana, perfectamente conductora.

11.6. El transmisor de una red inalámbrica WLAN<sup>51</sup> funciona en el interior de una construcción a 2.45 GHz con una potencia de 100 mw y tiene una antena cuya ganancia es de -3 dBi. En el entorno de propagación el valor medio del exponente de la distancia es de 2.3 con una desviación estándar de 0.6. Asumiendo que la sensibilidad de los receptores es de -84 dBm, determine el radio de cobertura para el 50% de probabilidad y para el 99% de probabilidad si el exponente de la distancia obedece una distribución de probabilidad de Rayleigh.

11.7. Utilizando el método FCC o CCIR, determinar la potencia radiada necesaria por una antena transmisora situada a una altura de 500 m sobre el área de servicio, si transmite a una frecuencia de 211 MHz y se requiere una intensidad de campo de  $47 \text{ dB}\mu\text{V}/\text{m}$  a una distancia de 50 km cuando la altura de la antena receptora es de 10 m.

11.8. Un transmisor en la banda de HF localizado en la Ciudad de México funciona a 15 MHz con una potencia de 100 kw y una antena logarítmica periódica cuya ganancia es 10 dBi y transmite hacia España. Asumiendo que el número de manchas solares es 100, calcular: (a) La orientación de la antena transmisora y la longitud de la trayectoria radioeléctrica. (b) La atenuación en la trayectoria y la intensidad de campo esperada en Madrid.

11.9. La antena a bordo de un vehículo espacial en la cercanía de Saturno radia una potencia de 50 dBw a 2.5 GHz. Calcular la intensidad de campo en la tierra y determinar la figura de ruido necesaria en el receptor terrestre, si la antena receptora tiene una ganancia de 50 dBi, el ruido de cielo es de  $30^\circ\text{K}$  y las pérdidas entre la antena y el receptor son de 0.5 dB.

---

<sup>51</sup> *Wireless Local Area Network.*

## Bibliografía general

1. "Surface Acoustic Wave Filters for Television IF Systems". Catalog N° ECB1-81. Toshiba Corporation. Tokyo, 1981.
2. ARRL. *Handbook for Radio Amateurs*, 75<sup>th</sup> Ed.
3. Balanis, C.A. *Antenna Theory: Analysis and Design*, 2<sup>nd</sup> Ed. Joh Wiley & Sons, Inc. 1997.
4. Bruce Carlson, A. *Communication Systems*, 3<sup>rd</sup>. Ed. McGraw-Hill, 1986.
5. Connor, F. R. *Transmisión de Ondas*. Vol III de *Temas de Telecomunicación*. Editorial Labor, Barcelona, 1976.
6. Connor, F.R. *Ruido*. Vol. VI de la serie "Temas de Telecomunicación". Editorial Labor, S.A. Barcelona, 1976.
7. Dammers, B.J. Haantjes, J. Otte, J. and Van Suchtelen, H. *Application of the Electronic Valve in Radio Receivers and Amplifiers*. N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken. Eindhoven. 1950.
8. Davenport, Jr. W.B. *An Introduction to the Theory of Random Signals and Noise*. IEEE Press. The institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc., New York, 1987.
9. Dunlop. J. and Smith, D.G. *Telecommunications Engineering*. 3<sup>rd</sup> Ed. Chapman and Hall, 1994.
10. Erst, S. J. *Receiving Systems Design*. Artech House, Inc. Dedham, MA. 1984
11. Everitt, W. L. and Anner, G. E. *Communication Engineering*. McGraw-Hill Book Company, Inc. New York, 1956.
12. Fink, D.G. and Wayne Beaty, H. *Standard Handbook for Electrical Engineers*. 11<sup>th</sup> Edition. McGraw-Hill book, Co. 1978.
13. Fink, Donald, G. and Christiansen, D. Editors. *Electronics' Engineers Handbook*. 2<sup>nd</sup>. Ed. McGraw-Hill Book Co. 1982.
14. Freeman, R. L. *Radio System Design for Telecommunications*. John Wiley & Sons, 1987.
15. Freeman, R. L. *Telecommunication Transmission Handbook*. 2<sup>nd</sup> Edition. John Wiley & Sons. 1981.
16. Giacoletto, L.J. *Electronics Designers' Handbook*. 2<sup>nd</sup> Edition. McGraw-Hill Book Co. 1977.
17. Giacoletto, L.J. *Electronics Designers' Handbook*. 2<sup>nd</sup> Edition. McGraw-Hill Book Co. 1977.
18. Hamsher, D. H. *Communication System Engineering Handbook*. McGraw-Hill Book Company, 1967.
19. Haykin, S. *An Introduction to Analog and Digital Communications*. John Wiley & Sons, Inc. 1989.
20. Haykin, S. *Communication Systems*, 4<sup>th</sup> Ed. John Wiley & Sons, 2001.
21. Henney, K. *The Radio Engineering Handbook*. 3<sup>rd</sup> Ed. McGraw-Hill Book Company, Inc. 1941.
22. Hernando Rábanos, J. M<sup>a</sup>. *Transmisión por Radio*, 5<sup>a</sup> Ed. Editorial Universitaria Ramón Areces. Madrid.
23. Jasik, H. (Editor). *Antenna Engineering Handbook*. McGraw-Hill Book Company. 1961.
24. Jordan, E. C. Editor in Chief. *Reference Data for Engineers: Radio, Electronics, Computer, and Communicatios*. 7<sup>th</sup>. Ed. Howard W. Sams & Co. Indianapolis. 1986.
25. Jordan, E.C. and Balmain, K.G. *Electromagnetic Waves and Radiating Systems*, 2<sup>nd</sup> Ed. Prentice-Hall, Inc. 1968.

26. Jordan, E.C. *Reference Data for Radio Engineers: Radio, Electronics, Computer and Communications*. 7<sup>th</sup> Edition. Howard W. Sams & Co. Indianapolis, IN, 1986.
27. Karakash, J.J. *Transmisión Lines and Filter Networks*. The MacMillan Company. New York, 1950.
28. Kennedy, G. *Electronic Communication Systems*, 3<sup>rd</sup> Edition. McGraw-Hill Book Company, 1985.
29. Knoll, Edward M. *First Class Radiotelephone Handbook*. 3<sup>rd</sup> Ed. Howard W. Sams & Co. Inc. Indianapolis, 1977.
30. Kraus, J.D. *Antennas*, 2<sup>nd</sup> Ed. McGraw-Hill Inc. 1988.
31. Kraus, J.D. *Antennas*. McGraw-Hill Book Company Inc. 1950
32. Langford-Smith, F. *Radiotron Designer's Handbook*. 4<sup>th</sup>. Ed. Radio Corporation of America, Harrison, N.J. 1952.
33. Lathi, B. P. *Modern Digital and Analog Communication Systems*, 3<sup>rd</sup> Ed. Oxford University Press, New York, 1998.
34. *Líneas de Transmisión*. Agencia Federal de Aviación de los Estados Unidos. Centro Regional de Ayuda Técnica. Agencia para el Desarrollo Internacional (A.I.D.) México, 1970.
35. Magnusson, P.C. *Transmission Lines and Wave Propagation*. Allyn and Bacon, Boston, 1970.
36. Maral, G. and Bousquet, M. *Satellite Communication Systems*, 2<sup>nd</sup> Ed. John Wiley & Sons, 1996.
37. Markov, G. y Sazónov, D. *Antenas*. Editorial Mir, Moscú, 1978.
38. Mazda, F. *Telecommunications Engineer's Reference Handbook*, 2<sup>nd</sup> Ed. Focal Press, 2001.
39. Nikolski, V.V. *Electrodinámica y Propagación de Ondas de Radio*. Editorial MIR, Moscú, 1976.
40. Ramo, S. Whinnery, J.R. and Van Duzer, T. *Fields and Waves in Communication Electronics*. John Wiley & Sons, Inc. 1965.
41. *Reference Data for Radio Engineers*. 5th. Edition. Hoard W. Sams & Co., Inc. Indianapolis, 1973.
42. Rhode, U.L. and Bucher, T.T.N. *Communications Receivers. Principles and Design*. McGraw-Hill Book Co, 1988.
43. Roddy, D. and Coolen, J. *Electronic Communications*. 4<sup>th</sup> Edition. Prentice Hall. Englewood cliffs, NJ. 1995.
44. Rohde, U.L. and Newkirk, D.P. *RF/Microwave Circuit Design for Wireless Applications*. John Wiley & Sons, Inc. New York, 2000.
45. Sander, K.F. and Reed, G.A.L. *Transmission and Propagation of Electromagnetic Waves*. Cambridge University Press, Cambridge, UK. 1978.
46. Sazonov, D.M. *Microwave Circuits and Antenas*. Mir Publishers, Moscow, 1990.
47. Schekunoff, S.A. and Friis, H.T. *Antennas Theory and Practice*. John Wiley and Sons, Inc. 1952.
48. Schwartz, M. *Information Transmission, Modulation, and Noise*, 3<sup>rd</sup> Ed. McGraw-Hill, 1980.
49. Seshadri, S. R. *Fundamentals of Transmission Lines and Electromagnetic Fields*. Addison-Wesley publishing Company. Reading, Mass. 1971.
50. Skilling, H. H. *Electric Transmission Lines*. McGraw-Hill Book Company, Inc. New York, 1951.

51. Smith, C.E. *Theory and Design of Directional Antennas*. Cleveland Institute of Radio Electronics. 1951.
52. *Special Issue on Surface Acoustic Waves*. proceedings of the IEEE. Vol. 64, No. 5. May 1976.
53. Stratton, J.A. *Electromagnetic Theory*. McGraw-Hill Publishing Company. 1941.
54. Terman, F.E. *Electronic and Radio Engineering*. 4<sup>th</sup>. Ed. McGraw-Hill Book Company, Inc. 1955.
55. *The A.R.R.L. Antenna Book, 18<sup>th</sup> Ed.* The American Radio Relay League, Inc. 1998,
56. *The ARRL Handbook*. 75<sup>th</sup> Edition. American Radio Relay League. Newington, CT. 1997.
57. Thourel, L. *The Antenna*. Chapman & Hall, London. 1960.
58. *Utilisation des Antennes*. Laboratoire General des Telecommunications (LGT). Paris 1974.
59. Van Trees, H. L. *Satellite Communications*. John Wiley & Sons, Inc. (IEEE Press), 1979.
60. Weeks, W.L. *Antenna Engineering*. McGraw-Hill Book Company, 1968.
61. Whitaker, J. C. *The Electronics Handbook*, 2<sup>nd</sup> Ed. CRC Press, Taylor & Francis Group. Boca Raton, 2005.
62. Wolff, E.A. *Antenna Analysis*. John Wiley & Sons, Inc. New York, 1966.
63. Young, P.H. *Electronic Communication Techniques*. 2<sup>nd</sup> Ed. Merrill Publishing Co. 1990

## Índice Alfabético

### A

- Acoplamiento capacitivo: 127.
- Acoplamiento inductivo: 128, 338.
- Acoplamiento por transformador: 128, 130.
- Alfabeto Morse: 3.
- Alineamientos de antenas: 374-383.
  - ángulo del haz a media potencia: 381.
  - con reflector diédrico: 391
  - con reflector plano: 389.
  - diagrama normalizado de radiación: 378.
  - directividad: 382.
  - factor de alineamiento: 379.
  - iluminación uniforme: 381.
  - lineal uniforme: 376,
  - modos de radiación: 381, 382.
  - principio de multiplicación de patrones: 383.
- Altura virtual: 467.
- AM. Véase *modulación de amplitud*.
- Amplificador de línea: 32.
- Amplificadores: 135-146.
  - Característica de transferencia: 137, 177.
  - Clase A: 137, 138.
  - Clase AB: 138.
  - Clase B: 139.
  - Clase C: 140.
  - Clasificación: 136.
  - Pequeña señal: 141.
- Analizador de espectro: 5.
- Ancho de banda:
  - en AM completa: 173.
  - En AM con vestigio de banda lateral: 196.
  - En antenas: 341, 363, 365.
  - En banda lateral única: 188.
  - En FM: 217, 219. En PCM: 249.

Ancho de banda fraccional: 105.  
Ancho de banda: 10, 11, 24, 33, 39, 75, 78, 92, 154, 340  
Angulo de Brewster: 420.  
Angulo de incidencia: 417, 420, 426, 466, 468, 475.  
Angulo de reflexión: 423.  
Antena de espira: 371-374.  
Antena isotrópica: 60-62, 321-324  
Antenas con reflector: 384-396.  
    diédrico: 389-391.  
    parabólico: 394-396.  
    plano: 384-389.  
    Yagi: 392-394.  
Armónicos: 160, 168, 181.  
Array: Véase *Alineamientos de antenas*.  
Atenuación: En el espacio libre: 61-63.  
Atenuadores: 111-115.

## **B**

Banda lateral única: 215-223.  
    Con piloto de portadora: 223.  
    Método de defasamiento: 219, 220.  
    Método del filtro: 217-219.  
    Tercer método de generación: 221.  
BLU: Véase *banda lateral única*  
Buffer: 137, 138, 141, 189.

## **C**

Cable submarino: 29, 460.  
Campo cercano: 349, 350, 403.  
Campo lejano: 349-352, 375, 403, 404.  
Canal de comunicaciones: 6.  
Canal de modulación: 8.  
Canal de propagación: 6, 410.  
Canal de radio: 6.  
Canal de radio: 7, 8, 49.  
Canal de radiofrecuencia, 6.  
Canal digital: 7.  
Canal digital: 8:

Capas ionosféricas: 451, 456, 462, 467.  
Característica de transferencia: 136, 137, 165, 167, 175, 266.  
Carta de Smith: 296, 301-307.  
CCIR: 22.  
CCITT, 198.  
Circuitos sintonizados.  
    Acoplamiento: 144.  
    Componentes: 93, 94.  
    Efecto de inercia: 91  
    En discriminadores de FM: 267, 268.  
    En osciladores: 152.  
    En paralelo: 87.  
    En serie: 79.  
Coeficiente de acoplamiento: 100, 101.  
    Capacitivo: 144.  
    Inductivo: 146, 147.  
    Por transformador: 147, 148.  
Coeficiente de reflexión: 286, 287, 294, 295, 301, 304, 332, 342, 418, 420, 423, 425, 432, 433.  
Combinadores de potencia: 106-109.  
Combinadores de potencia: 121-124.  
Conductos atmosféricos: 437.  
Constante de atenuación: 290, 291.  
Constante de fase: 290.  
Constante de propagación: 290.  
Convertor de frecuencia: 152.  
Convertor de frecuencia: 173.  
dBc: 63.  
dBK: 64.  
dBkT: 64.  
dBrn: 56.  
dBrn-Cm: 64.  
dBx: 64.  
Deénfasis: 233.  
Demodulación de frecuencia: 228.  
Desacentuación: *Véase deénfasis*.  
Desensibilización: 180.  
Desintonía: 85.

Detección coherente: 9, 182.  
Detector de envolvente: 181, 196, 228.  
Diafonía: 19, 62, 63, 73.  
Diafonía: 56.  
Diagrama de radiación: Véase *patrón de radiación*.  
Dipolo: 60, 309, 321, 344, 345, 355, 357  
    asimétrico: 357.  
    con reflector: 384.  
    corto: 352, 358-359.  
    de longitud arbitraria: 359,  
    de media longitud de onda: 321,  
    de una longitud de onda: 360.  
    distribución de corriente: 357-358.  
    ganancia: 364. doblado: 365.  
    impedancia: 364-365.  
    reactancia: 362.  
    resistencia de radiación: 362-364.  
    simétrico: 357-358.  
    sobre plano de tierra: 386.  
Discriminación de frecuencia: 229.  
Distancia de salto: 468-469.  
Distorsión por intermodulación: 18, 168, 174, 177.  
Divisores de potencia: 125-126.  
Divisores potencia: 109-111.

## **E**

Ecualización: 17, 32, 241, 291.  
Efecto de inercia en circuitos resonantes: 79.  
Efecto Faraday: 463.  
Efecto pelicular: 37, 83, 84, 95-98, 326, 362, 392, 479.  
EIRP: 60.  
Elemento de corriente: 345  
Espectro radioeléctrico: 19. gestión del: 22-24.  
Factor de calidad: véase *Q*

## **F**

Factor de forma: 92.  
Factor de mejora en FM: 232.

Factor de ruido: 159, 263

De un atenuador: 268.

Equivalente: 159, 266, 267.

FDM: Véase *multiplexado por división de frecuencia*.

Figura de ruido: 264.

Filtros basados en cristales piezoeléctricos: 98.

Filtros de onda acústica superficial: 103.

Filtros.

Activos: 102.

Butterworth: 103, 108-110.

Chevyshev: 103, 108-110.

Fórmulas de diseño: 110-112.

m-derivados: 102.

Onda acústica superficial (SAW): 102, 118-121.

Paso alto: 104, 111, 273.

Paso bajo: 103, 107, 110, 111, 134, 211, 212, 214, 278, 280.

Paso de banda: 104, 111, 167, 168.

Rechazo de banda: 105, 112. Cristal: 113-118, 218, 221.

FM de banda estrecha: 219, 221, 223.

FM: Véase *modulación de frecuencia*.

Frecuencia de línea en FDM: 202.

Frecuencia máxima utilizable: 465-466.

Frecuencia óptima de trabajo: 466-467.

Función de transferencia: 20, 49, 102, 103, 105, 107, 108, 136, 171, 174, 176.

Función de transferencia: 93.

## G

Girofrecuencia: 464, 475-477.

## H

Impedancia característica: 284-286, 288, 293, 294, 301, 305, 307, 311, 325, 352, 370, 371, 374, 404.

## I

Impedancia de entrada: 288.

de una línea en cortocircuito: 289.

de una línea terminada en circuito abierto: 289.

de una línea terminada en una reactancia pura: 289.

Índice de refracción: 418, 427, 428-430.  
Inductancia mutua: 98.  
Intermodulación: 16, 54, 55, 63, 128, 146, 147, 152, 154-159.  
Ionosfera: 386, 401-403, 408, 451, 452-456.  
    efectos del campo magnético terrestre: 463.

## **L**

Limitador (en FM): 225, 230-232.  
Limitador (en modulación delta): 252.  
Línea de bajas pérdidas: 290.  
Línea en circuito abierto: 296.  
Línea en corto circuito: 295.  
Línea infinita: 292.  
Línea ranurada: 296.

## **M**

Medio de transporte, 5, 6, 7, 13, 28, 202.  
Mezcladores: 163-176.  
    Activo: 173.  
    Balanceado: 170, 172.  
    Con diodo: 172.  
    Pasivos: 169, 171.  
Modulación de amplitud: 160, 189.  
    AM completa: 191-208.  
    Arquitectura de los transmisores: 201.  
    Banda lateral única: 215-223. Con vestigio de banda lateral: 226-228.  
    Circuitos moduladores: 204-207.  
    Demodulación: 208-212.  
    Doble banda lateral con piloto de portadora: 213.  
    Doble banda lateral sin portadora: 213.  
    Eficiencia: 198.  
    En alto nivel: 203.  
    En bajo nivel: 201.  
    En cuadratura de fase: 224.  
    Espectro: 194.  
    Índice de modulación: 192, 193, 199.  
    Potencia en AM: 196.  
    Representación vectorial: 212.

Modulación de fase: 210.  
Modulación de frecuencia: 9, 209, 210.  
Modulación delta: 252.  
Modulación delta: 294-295.  
Modulación por codificación de pulsos: 243.  
Modulación sigma-delta: 295.  
Moduladores de frecuencia: 224.  
Monopolo: 344, 355, 366.  
    ganancia: 368.  
    impedancia: 370.  
    patrón de radiación: 368.  
Multiplexado por división de frecuencia: 198.  
Multiplexado por división de tiempo: 198

## **N**

Neper: 63.

## **O**

Onda incidente: 283, 288, 294, 332, 334, 336, 337, 418, 419, 452, 453, 463, 465, 475.  
Onda reflejada: 283, 286, 288, 292, 293, 332, 334, 418, 420, 426, 453, 454, 465.  
Orbita geoestacionaria: 34,  
Osciladores controlados por voltaje: 225  
Osciladores: 150-162.  
    A cristal: 154-159.  
    Colpitts: 153.  
    Enganche de frecuencia: 161.  
    Estabilidad: 159.  
    Estabilización de temperatura: 162.  
    Hartley: 152.  
Osciloscopio: 5, 195, 247, 368.

## **P**

Patrón de radiación: 269, 309, 326, 327, 352, 355, 368, 369, 376, 382-386, 392, 393, 409, 413, 437, 470.  
PCM diferencial: 250.  
PCM diferencial: 292-294.  
PCM: 191, 284, 285, 290-292, 320.

PCM: Véase *modulación por codificación de pulsos*.

Pérdida de inserción: 102, 106, 121, 133.

PIRE: 60.

PM: Véase *modulación de fase*.

Polarización circular: 343, 344.

Polarización elíptica: 343, 464.

Polarización horizontal: 344, 419, 427.

Polarización vertical: 420.

Ponderación: 56-58.

Portadora piloto: 193.

Potencia isotrópica radiada equivalente: 60

Potencia isotrópica recibida: 406, 447.

Potencia radiada aparente: 60.

Preacentuación: Véase *preéfnasis*.

Preéfnasis: 233

Productos armónicos de intermodulación: 158.

Productos espurios de intermodulación: 168, 176, 179, 181.

Punto de compresión: 137, 176, 179, 180.

Punto de intercepción: 156.

Punto de intercepción: 178, 180, 182.

Punto de sensibilización de 1 dB: 158.

Pupinización: 32.

## Q

Q: 82-85.

Q con carga: 90.

## R

Radiación axial: 382.

Radiación normal: 381, 382.

Radiales: 368, 440.

Radio de la primera zona de Fresnel: 433.

Rango dinámico libre de espurios: 157.

Rango dinámico: 293. Libre de espurios: 179, 180-183, 185.

Relación de onda estacionaria: 294-297

Relación  $E_b/N_0$ : 59.

Relación señal a ruido: 40, 45, 54, 58

Resistencia de pérdidas: 333, 336.

Resistencia de radiación: 333, 335-337, 352, 359, 361, 362, 364, 371, 374, 385, 387, 389-391.

Respuesta relativa: 86, 89.

ROE: Véase *relación de onda estacionaria*.

Ruido en sistemas modulados en amplitud: 270.

Ruido en sistemas modulados en frecuencia: 272.

Ruido en sistemas PCM: 275.

Ruido: 14.

Atmosférico, 15.

Blanco: 54.

Cósmico: 15.

De fase: 63.

De intermodulación: 55.

De origen humano: 15.

En sistemas modulados en amplitud: 270.

En sistemas modulados en frecuencia: 272.

en sistemas PCM: 275.

Impulsivo: 55-56.

Rosa: 54.

Térmico: 14-15, 54-55.

Umbral: 156.

Unidades de medida: 56.

## S

SAW. Véase *filtros de onda acústica superficial*.

Señal en banda base: 5, 6, 8-13, 22, 38, 49, 163, 164, 191, 202, 215, 226, 231, 262, 273, 280, 283, 288, 315.

Señal mínima discernible: 156.

SFDR: Véase *Rango dinámico libre de espurios*.

SWR: Véase *relación de onda estacionaria*.

## T

TDM: Véase *multiplexado por división de tiempo*.

Telefonía: 2, 12, 16, 18, 26, 28-32, 45, 48, 56, 280, 291.

Móvil: 6, 319.

Multicanal: 5, 19, 198, 199-204.

Telegrafía: 2, 18, 29-30.

Temperatura de ruido: 265.

de una antena: 269.

del sistema: 269

Transformador de  $\lambda/4$ : 293.

Transmisión en banda base

Transmisión sin distorsión: 16, 94, 119, 152, 217.

Transmisión sin distorsión: 19, 107, 135, 174, 175, 252.

Transpondedor: 38, 40.

## U

UIT-R (CCIR): 235, 481, 513, 518, 540.

UIT-T (CCITT): 231, 234.

Umbral en FM: 232.

Unión Internacional de Telecomunicaciones (UIT): 25-28, 41, 45, 484.

Unión Internacional de Telecomunicaciones: 19, 21, 22, 198, 416, 440, 443.

## V

Varactor: 225.

Varicap: *Véase varactor.*

VCO. *Véase osciladores controlados por voltaje.*

Velocidad de fase: 298-301, 465, 466.

Velocidad de grupo: 299-301, 465.

VSWR: *Véase relación de onda estacionaria.*

VU: 64.

## Z

Zona de Fresnel: 431-434.